

1. 어떤 자연수 n 에 대하여 $\frac{110}{2 \times n + 1}$ 이 자연수가 된다. 이러한 n 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 34

해설

110의 약수를 구해보면 1, 2, 5, 10, 11, 22, 55, 110이다.
그 중 홀수는 1, 5, 11, 55이다.

$$2 \times n + 1 = 1 \text{에서 } \therefore n = 0$$

$$2 \times n + 1 = 5 \text{에서 } \therefore n = 2$$

$$2 \times n + 1 = 11 \text{에서 } \therefore n = 5$$

$$2 \times n + 1 = 55 \text{에서 } \therefore n = 27$$

따라서 자연수 n 의 합을 구하면 $2 + 5 + 27 = 34$

2. 네 자리의 정수 $41\square 2$ 가 3 의 배수인 동시에 4 의 배수가 되도록 $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

3의 배수는 자리 수의 합이 3의 배수 이므로 $41\square 2 \Rightarrow 4 + 1 + \square + 2 = 7 + \square$ 에서 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수는 2, 5, 8 이다.

4의 배수는 마지막 두 자리가 4의 배수이어야 하므로 $41\square 2 \Rightarrow \square 2$ 에서

$\square$ 안에 들어갈 수 있는 수는 1, 3, 5, 7, 9 이다.

따라서 동시에 만족하는 수는 5 이다.

3. $7^x = 343$ 을 만족하는 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$7^3 = 343$ 이다. 따라서 $x = 3$ 이다.

4. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 1은 소수이다.

② 29는 소수가 아니다.

③ 37과 43은 모두 소수이다.

④ 소수이면서 합성수인 자연수는 존재하지 않는다.

⑤ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.

해설

① 1은 소수가 아니다.

② 29는 소수이다.

⑤ 1은 소수도 합성수도 아니다.

5. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

① 35

② 70

③ 105

④ 140

⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

6. $360 \times a = b^2$ 을 만족시키는 자연수 a, b 중에서 가장 작은 수를 각각 x, y 라고 할 때 $x + y$ 의 값으로 알맞은 것은?

- ① 70 ② 80 ③ 90 ④ 100 ⑤ 110

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

지수가 2의 배수이어야 하므로 $x = 2 \times 5$ 이다.

$$(2^2 \times 3 \times 5)^2 = 60^2, x = 10, y = 60$$

따라서 $x + y = 70$ 이다.

7. 두 자연수 a, b 에 대하여 $2 \times 5^a \times 11^b$ 의 약수가 12 개일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(1 + 1) \times (a + 1) \times (b + 1) = 12$$

$$(a + 1) \times (b + 1) = 6$$

$$a + 1 = 2, b + 1 = 3 \text{ 또는 } a + 1 = 3, b + 1 = 2$$

$$a = 1, b = 2 \text{ 또는 } a = 2, b = 1$$

$$\therefore a + b = 1 + 2 = 3$$

8. $18 \times A \times 7^2$ 의 약수의 개수가 36 이라고 한다. 가장 작은 A 의 값을 a , 두 번째로 작은 A 의 값을 b 라고 할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$2 \times 3^2 \times 7^2 \times A$$

약수의 개수가 36 개이므로

A 가 될 수 있는 수는 $2^2, 3^3, 7^3$ 이거나 2, 3, 7 이외의 소수이다.

따라서 가장 작은 값은 $2^2 = 4$,

두 번째로 작은 값은 5

$$\therefore 5 - 4 = 1$$

9. 108, 135 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^3

③ 2^3

④ 3×5

⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $135 = 3^3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 3^3

10. 최대공약수가 $3^2 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 12 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 12 개이므로
최대공약수는 $a \times b^5$, $a^2 \times b^3$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는 a^{11}
꼴이어야 한다.

하지만 $3^2 \times x$ 꼴이므로 $3^2 \times b^3$ (단, b 는 소수, $b \neq 3$) 꼴이어야
하고, x 는 한 자리의 자연수 이므로 $b = 2$ 이다.

따라서 $x = 2^3 = 8$ 이다.

11. 볼펜 24 개, 연필 72 개, 지우개 48 개를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이 때, 한 학생이 받는 모든 물건의 개수는 총 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 6 개

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $72 = 2^3 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 이므로

24, 72, 48 의 최대공약수는 $2^3 \times 3 = 24$

따라서 한 사람이 받는 물건은 볼펜 1 개, 연필 3 자루, 지우개 2 개이므로

총 개수는 6 이다.

12. 가로, 세로의 길이가 각각 100m, 80m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고, 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?

① 10 그루

② 12 그루

③ 14 그루

④ 16 그루

⑤ 18 그루

해설

나무 사이의 간격을 $x(m)$ 라 할 때,

$$100 = x \times \square, 80 = x \times \triangle$$

x 는 100 과 80 의 최대공약수이므로

$$100 = 2^2 \times 5^2, 80 = 2^4 \times 5$$

$$\therefore x = 2^2 \times 5 = 20 (m)$$

나무 사이의 간격을 20m 라 할 때,

$$\text{가로 } 100 = 20(m) \times 5 (\text{그루})$$

$$\text{세로 } 80 = 20(m) \times 4 (\text{그루})$$

직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는
 $(5 + 4) \times 2 = 18 (\text{그루})$

13. 1000 이하의 자연수 중 $2^3 \times 3$ 과 2×3^2 의 공배수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$2^3 \times 3$ 과 2×3^2 의 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 = 72$ 이다.

$$\therefore 1000 \div 72 = 13 \cdots 64$$

따라서 13개이다.

14. 세 자연수의 비가 $2 : 3 : 5$ 이고, 최소공배수가 240 일 때, 세 자연수의 합은?

① 16

② 24

③ 40

④ 80

⑤ 120

해설

세 자연수를 $2 \times x$, $3 \times x$, $5 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x \overline{) 2 \times x \quad 3 \times x \quad 5 \times x} \\ \underline{2 \quad 3 \quad 5} \end{array}$$

$x \times 2 \times 3 \times 5 = 240$ 이므로 $x = 8$

따라서, 세 자연수는 16, 24, 40 이므로

세 자연수의 합은 $16 + 24 + 40 = 80$ 이다.

15. 원주 위를 같은 방향으로 움직이는 세 점 A, B, C 가 3 분에 각각 45 바퀴, 30 바퀴, 60 바퀴를 돈다. 원주 위의 한 점 P 에서 세 점 A, B, C 가 동시에 출발하여 출발한 이후 1 시간 동안 점 P 를 동시에 통과하는 횟수를 구하여라.



답 :

회



정답 : 300 회

해설

A 가 3 분에 45 바퀴를 돌면 1 바퀴 도는 데는 $\frac{1}{15}$ 분, 즉 4 초가 걸리고, B 가 3 분에 30 바퀴를 돌면 1 바퀴 도는 데는 $\frac{1}{10}$ 분, 즉 6 초 걸리고, C 가 3 분에 60 바퀴를 돌면 1 바퀴 도는 데는 $\frac{1}{20}$ 분, 즉 3 초가 걸린다.

즉, 같은 지점에서 처음에 같이 출발했다가 다시 같이 출발하는 데는 4, 6, 3 의 최소공배수인 12 초가 걸린다.

따라서 점 P 를 1 시간(3600 초) 동안 $3600 \div 12 = 300$ (회) 동시에 통과한다.

16. 어떤 자연수를 5, 6, 8 로 나누면 모두 2 가 남는다고 한다. 이러한 수 중에서 가장 작은 수는?

① 120

② 121

③ 122

④ 123

⑤ 125

해설

어떤 자연수를 x 라 하면 $x - 2$ 는 5, 6, 8 의 공배수이다.

5, 6, 8 의 최소공배수는 120 이므로 $x - 2$ 는 120, 240, 360, ... 이다.

$x = 122, 242, 362, \dots$ 그러므로 가장 작은 수는 122

17. $ab = 250$ 이고, a, b 의 최대공약수는 5 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$a = 5 \times m, b = 5 \times n$ 이라 두면,

$25 \times m \times n = 250 \rightarrow m \times n = 10$,

$(a, b) = (5, 50), (10, 25), (25, 10), (50, 5)$

$\therefore$ (순서쌍 (a, b) 의 개수) = 4 (개)

18. 1 에서 100 까지 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다. 이 때, 세 수의 합이 12 의 배수인 것은 모두 몇 쌍인가?

$(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), \dots, (98, 99, 100)$

- ① 19쌍 ② 24쌍 ③ 30쌍 ④ 32쌍 ⑤ 36쌍

해설

세 수는 $n-1, n, n+1$ 로 이루어져 있으므로 세 수의 합은 $3 \times n$,
12 의 배수가 되기 위해서 n 은 4 의 배수가 되어야 한다.
즉 가운데 수가 4 의 배수인 쌍의 갯수는 $96 = 4 \times 24$ 개이다.

19. 네 정수 a, b, c, d 에 대하여 $-4 < a < b < 0 < c < d < 10$ 일 때,
 $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d}$ 을 큰 것부터 순서대로 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{c}$

▷ 정답 : $\frac{1}{d}$

▷ 정답 : $\frac{1}{a}$

▷ 정답 : $\frac{1}{b}$

해설

$a = -3, b = -2, c = 2, d = 5$ 라고 하면

$\frac{1}{a} = -\frac{1}{3}, \frac{1}{b} = -\frac{1}{2}, \frac{1}{c} = \frac{1}{2}, \frac{1}{d} = \frac{1}{5}$ 이다.

따라서 $\frac{1}{2} > \frac{1}{5} > -\frac{1}{3} > -\frac{1}{2}$ 이므로

$\frac{1}{c}, \frac{1}{d}, \frac{1}{a}, \frac{1}{b}$ 이다.

20. 두 정수 x, y 에 대하여 x 의 절댓값은 6, y 의 절댓값은 9이다. $x - y$ 중 가장 큰 값을 a , 가장 작은 값을 b 라고 할 때 $a \div b$ 의 값을 구하여라.

① -10

② -1

③ 0

④ 5

⑤ 10

해설

$x = +6, -6, y = +9, -9$ 이므로

$x - y$ 의 최댓값은 $6 - (-9) = 6 + 9 = 15$

$x - y$ 의 최솟값은 $-6 - 9 = -15$

따라서 $a = 15, b = -15$ 이다.

$\therefore a \div b = 15 \div (-15) = -1$

21. 서로 다른 세 정수 a, b, c 가 다음을 만족한다. 가장 큰 수는 어떤 수인지 구하여라.

a 와 b 는 절댓값이 같다.

c 는 a 보다 수직선의 왼쪽에 위치한다.

c 는 0보다 작지 않다.

▶ 답 :

▷ 정답 : a

해설

a 와 b 는 절댓값이 같다. $\Rightarrow |a| = |b|$

c 는 a 보다 수직선의 왼쪽에 위치한다. $\Rightarrow c < a$

c 는 0 보다 작지 않다. $\Rightarrow c \geq 0$ 이고 $0 \leq c < a$ 이므로 b 는 음수이다.

즉, $b < c < a$ 이다.

22. 서로 다른 정수 A, B, C, D 가 다음을 만족할 때, A, B, C, D 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

- A 는 네 수 중 가장 작다.
- B 는 음수이다.
- A 와 C 는 수직선에 나타냈을 때, 원점까지의 거리가 같다.
- D 는 B 보다 작다.

① $A < B < C < D$

② $A < D < B < C$

③ $A < C < B < D$

④ $A < D < C < B$

⑤ $D < B < C < A$

해설

- A 는 네 수 중 가장 작다.
 - B 는 음수이다. $\Rightarrow B < 0$
 - A 와 C 는 수직선에 나타냈을 때, 원점까지의 거리가 같다.
 $\Rightarrow A$ 가 가장 작으므로 B 보다 작은 음수이고, C 는 양수일 것이다.
 - D 는 B 보다 작다. $\Rightarrow D < B$
- $A < D < B < C$

23. 어떤 정수와 6 의 합은 양수이고 어떤 정수와 4 의 합은 음수이다.
어떤 정수는 무엇인가?

① -5

② -4

③ -7

④ -6

⑤ -3

해설

어떤 정수를 x 라 하면

$x + 6 > 0$ 이므로 $x > -6$

$x + 4 < 0$ 이므로 $x < -4$

$\therefore -6 < x < -4$ 이므로 $x = -5$

24. 두 정수 $|a| = 4$, $|b| = 7$ 일 때, $a - b$ 가 될 수 있는 값 중 가장 큰 것은?

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 11

해설

$a = 4, -4, b = 7, -7$ 이므로

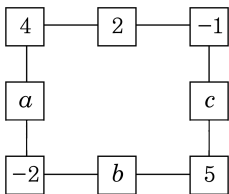
$a - b$ 가 가질 수 있는 가장 큰 값은

a 가 양수, b 가 음수일 때이므로

$a = 4, b = -7$ 일 때의 값을 구하면 된다.

$$\therefore a - b = 4 - (-7) = 11$$

25. 아래 그림에서 가로, 세로에 놓인 세 수의 곱이 모두 같게 되는 유리수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{17}{5}$

해설

$$4 \times 2 \times (-1) = -8, 4 \times a \times (-2) = -8 \text{에서 } a = 1$$

$$(-2) \times b \times 5 = -8 \text{에서 } b = \frac{4}{5}$$

$$(-1) \times c \times 5 = -8 \text{에서 } c = \frac{8}{5}$$

$$\text{따라서 } a + b + c = \frac{17}{5}$$

26. 4 개의 유리수 $-\frac{7}{3}$, $-\frac{3}{2}$, $\frac{1}{2}$, -3 중에서 세 수를 뽑아 곱한 수 중 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14 또는 +14

해설

$$a = (-3) \times \left(-\frac{7}{3}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

$$b = \left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(-\frac{7}{3}\right) \times (-3) = -\frac{21}{2}$$

$$\therefore a - b = \frac{7}{2} - \left(-\frac{21}{2}\right) = 14$$

27. 다음을 계산하여 그 값이 큰 것부터 차례로 나열하면?

$$\text{㉠. } -\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times (-1)^5$$

$$\text{㉡. } \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times (-2^4) \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\text{㉢. } \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \times (-2)^3 \times (-1)^{51}$$

$$\text{㉣. } \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times (-6^2) \times (-1)$$

① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

② ㉠, ㉣, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢, ㉡, ㉣

④ ㉣, ㉢, ㉠, ㉡

⑤ ㉣, ㉢, ㉡, ㉠

해설

$$\text{㉠. } -\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times (-1)^5 = \frac{1}{8} \times (-1) = -\frac{1}{8}$$

$$\text{㉡. } \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times (-2^4) \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{9} \times (-16) \times \frac{1}{4} = -\frac{4}{9}$$

$$\text{㉢. } \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \times (-2)^3 \times (-1)^{51} = \frac{9}{16} \times (-8) \times (-1) = \frac{9}{2}$$

$$\text{㉣. } \frac{4}{9} \times (-36) \times (-1) = 16$$

28. $y = -[\{(-1)^{100} + 7^2\} \div (-5)]$ 이고, x 는 $|x| < 4$ 인 정수일 때, x 중에서 y 의 약수가 아닌 것은 모두 몇 개인가?(단, $x > 0$)

① 1

② 2

③ 5

④ 7

⑤ 11

해설

$$\begin{aligned}y &= -[\{(-1)^{100} + 7^2\} \div (-5)] \\&= -[\{(+1) + 49\} \div (-5)] \\&= -\{50 \div (-5)\} \\&= -(-10) \\&= 10\end{aligned}$$

$$x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$$

y 의 약수는 1, 2, 5, 10 이므로

$\therefore -3, -2, -1, 0, 3$ 총 5개

29. -3^2 의 역수를 a , $\left(-\frac{3}{2}\right)^3$ 의 역수를 b , $\frac{8}{5}$ 의 역수를 c 라 할 때,
 $a \div b - c$ 의 값은?

① $-\frac{1}{9}$

② $-\frac{1}{4}$

③ $\frac{9}{2}$

④ $\frac{15}{4}$

⑤ $\frac{17}{4}$

해설

$$-3^2 = -9 \text{의 역수는 } -\frac{1}{9} \text{ 이므로 } a = -\frac{1}{9},$$

$$\left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8} \text{의 역수는 } -\frac{8}{27} \text{ 이므로 } b = -\frac{8}{27}$$

$$\frac{8}{5} \text{의 역수는 } \frac{5}{8} \text{ 이므로 } c = \frac{5}{8}$$

$$\begin{aligned} \therefore a \div b - c &= \left(-\frac{1}{9}\right) \div \left(-\frac{8}{27}\right) - \frac{5}{8} \\ &= \left(-\frac{1}{9}\right) \times \left(-\frac{27}{8}\right) - \frac{5}{8} \\ &= \frac{3}{8} - \frac{5}{8} = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

30. a, b 가 정수이고, $a < 0$, $a \div b = 4$, $a \times b = 36$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -15

해설

a 가 음수이고 $a \div b$ 가 양수이므로 b 는 음수임을 알 수 있다.
둘을 곱하면 36, 나누면 4 가 나오는 수는 -3 , -12 이다.

$$\therefore a + b = -15$$

31. $1 - \frac{1}{3} \times \left[5 - \left\{ \left(-\frac{1}{2} \right) \times (-2) + 1 \right\} \right]$ 을 계산하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 3

⑤ $-\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 1 - \frac{1}{3} \times \{5 - (1 + 1)\} \\&= 1 - \frac{1}{3} \times (5 - 2) \\&= 1 - \frac{1}{3} \times 3 \\&= 1 - 1 = 0\end{aligned}$$

32. $a > 0$, $b < 0$, $c < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a + b - c > 0$

② $a - b - c > 0$

③ $a - b + c > 0$

④ $a + b + c < 0$

⑤ $a - (2b - c) > 0$

해설

$a > 0$, $b < 0$, $c < 0$ 이므로 $a > 0$, $-b > 0$, $-c > 0$ 이다.

$$\therefore a - b - c = a + (-b) + (-c) > 0$$

33. 수직선 위에 대응하는 두 점 $\frac{2}{5}$ 와 $-\frac{1}{3}$ 사이의 거리를 a , 원점에서 $\frac{3}{4}$ 의 2배만큼 떨어진 곳에 위치한 두 점 사이의 거리를 b 라 할 때, $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{5}$

해설

$$a = \frac{2}{5} - \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6+5}{15} = \frac{11}{15}$$

원점에서 $\frac{3}{4}$ 까지의 거리의 두 배는 $\left|\frac{3}{4}\right| \times 2 = \frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{2}$ 이므로

$$b = \frac{3}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right) = 3$$

$$\therefore a \times b = \frac{11}{15} \times 3 = \frac{11}{5}$$