

1. $(2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2$ 의 값은?

- ① $8\sqrt{3}i$ ② $4\sqrt{3}i$ ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & (2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2 \\ &= (4 + 4\sqrt{3}i + 3i^2) + (4 - 4\sqrt{3}i + 3i^2) \\ &= 1 + 4\sqrt{3}i + 1 - 4\sqrt{3}i = 2 \end{aligned}$$

2. 이차방정식 $x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 의 한 근이 1일 때 다른 한 근은?
(단, m 은 상수)

① 3

② 2

③ 0

④ -1

⑤ -3

해설

$x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$1 - m + 2m + 1 = 0 \quad \therefore m = -2$

$x^2 + 2x - 3 = 0, \quad (x + 3)(x - 1) = 0$

$\therefore x = -3, 1$

따라서, 다른 근은 -3

3. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

4. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눌 때의 나머지는 3이고, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 1이다. 이 다항식을 $(x-1)(x-2)$ 로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $-2x+1$

② $-2x-1$

③ $-2x+3$

④ $-2x+5$

⑤ $-2x+7$

해설

$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$ 라 하면,

$f(1) = 3, f(2) = 1$ 이므로

$f(1) = a + b = 3, f(2) = 2a + b = 1$ 연립하면

$a = -2, b = 5$

$\therefore$ 나머지는 $-2x + 5$ 이다.

5. $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{2010}$ 일 때, $f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$ 의 값은?

- ① -2 ② $-2i$ ③ 0 ④ 2 ⑤ $2i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1-i}{1+i} &= \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i \\ \frac{1+i}{1-i} &= \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i \text{ 이므로} \\ f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) &= f(-i) + f(i) \\ &= \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2010} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2010} \\ &= i^{2010} + (-i)^{2010} \\ &= (i^4)^{502} \cdot i^2 + \{(-i)^4\}^{502} \cdot (-i)^2 \\ &= -1 + (-1) = -2\end{aligned}$$

6. 이차함수 $y = kx^2 + 4\sqrt{2}x + k + 2$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 정수 k 의 값들의 합은?

① -3 ② -5 ③ 7 ④ 3 ⑤ 5

해설

이차방정식 $kx^2 + 4\sqrt{2}x + k + 2 = 0$ 이

서로 다른 두 실근을 가지므로

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (2\sqrt{2})^2 - k(k+2) > 0$$

$$8 - k^2 - 2k > 0, (k+4)(k-2) < 0$$

$$\therefore -4 < k < 2$$

따라서 정수 k 는 $-3, -2, -1, 0, 1$ 이다.

$$\therefore (-3) + (-2) + (-1) + 0 + 1 = -5$$

7. x 에 대한 다항식 $(ax - 1)^3$ 의 전개식에서 모든 항의 계수의 합이 125일 때, 실수 a 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$x = 1$ 을 대입하면 계수들의 합을 얻을 수 있다.

즉, $(a - 1)^3 = 125, a - 1 = 5$

$\therefore a = 6$

8. 실수 a, b, c 에 대하여 $[a, b, c] = a^2 + bc$ 라 하고 $x + y + z = 10$, $x^2 + y^2 + z^2 = 12$ 일 때, $[x, 2y, z] + [y, 2z, x] + [z, 2x, y]$ 의 값은?

① 10 ② 22 ③ 88 ④ 100 ⑤ 144

해설

$$\begin{aligned} & [x, 2y, z] + [y, 2z, x] + [z, 2x, y] \\ &= x^2 + 2yz + y^2 + 2zx + z^2 + 2xy \\ &= x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx \\ &= (x + y + z)^2 = 100 \end{aligned}$$

9. 이차방정식 $x^2 + 2ax + 3b = 0$ 의 한 근이 $3 - ai$ 일 때, 실수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하면?(단, $a \neq 0, i = \sqrt{-1}$)

① 12 ② 6 ③ -6 ④ -12 ⑤ -18

해설

이차방정식 $x^2 + 2ax + 3b = 0$ 의 한 근이 복소수 $3 - ai$ 이므로, 다른 한 근은 쥘레근인 $3 + ai$ 이다.

두 근의 합은 $(3 - ai) + (3 + ai) = -2a$ 이므로,
 $-2a = 6 \quad \therefore a = -3$ 이다.

두 근의 곱은 $(3 - ai)(3 + ai) = 3b$ 이므로,
 $9 + a^2 = 3b, 9 + (-3)^2 = 18 = 3b \quad \therefore b = 6$

$\therefore ab = -18$

10. x 의 이차방정식 $x^2 + (a^2 - a - 12)x - a + 3 = 0$ (a 는 실수)의 두 실근은 절대값이 같고 부호가 반대라 한다. 다음 중 a 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

두 근을 α, β 라 할 때,
 $\alpha + \beta = -(a^2 - a - 12) = 0, \alpha\beta = -a + 3 < 0$
 $\therefore a = 4$

11. 이차함수 $y = -x^2 + kx + k$ 의 그래프와 직선 $y = -2x + 1$ 이 만나지 않도록 하는 k 값의 범위를 구하면?

① $-8 < k < -1$

② $-8 < k < 0$

③ $-6 < k < 1$

④ $-6 < k < 2$

⑤ $-6 < k < 2$

해설

두 함수가 만나지 않으려면
두 식을 연립하였을 때 판별식이
0보다 작아야 한다.
 $\Rightarrow -2x + 1 = -x^2 + kx + k$
 $\Rightarrow x^2 - (k + 2)x + 1 - k = 0$
 $D = (k + 2)^2 - 4(1 - k) < 0$
 $k^2 + 8k < 0$
 $\Rightarrow -8 < k < 0$

12. $x+y=3, x \geq 0, y \geq 0$ 일 때, $2x^2+y^2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하면 $M-m$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$y = 3 - x \geq 0$$

$$\therefore 0 \leq x \leq 3$$

$$2x^2 + y^2 = 2x^2 + (3 - x)^2 = 3(x - 1)^2 + 6$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } m = 6$$

$$x = 3 \text{ 일 때, } M = 18$$

$$\therefore M - m = 12$$