1. $-2 \le x \le 3$에서 $y = x^2 - 2x - 2$의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① 3　② 7　③ -2　④ 0　⑤ 1

해설

$y = (x-1)^2 - 3$이고 꼭짓점의 x좌표가 주어진 x의 범위에 포함되므로
$x = 1$에서 최솟값을 $x = -2$에서 최댓값을 갖는다.
(최댓값)$=(-2)^2 - 2(-2) - 2 = 6$
(최솟값)$=-3$

2. $\alpha,\ \beta$ 가 복소수일 때, <보기> 중 옳은 것을 <u>모두</u> 고른 것은? (단, $\overline{\beta}$ 는 β 의 켤레복소수이다.)

㉠ $\alpha^2+\beta^2=0$ 이면 $\alpha=0,\ \beta=0$ 이다.
㉡ $\alpha\beta=0$ 이면 $\alpha=0$ 또는 $\beta=0$ 이다.
㉢ $\alpha=\overline{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta=0$ 이면 $\alpha=0$ 이다.

① ㉠　② ㉡　③ ㉠, ㉡
④ ㉡, ㉢　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 반례 : $\alpha=1,\ \beta=i$
㉡ (생략)
㉢ $\alpha=x+yi$ 라 하면
$\alpha\beta=(x+yi)(x-yi)=x^2+y^2$($x, y$는실수)
$x^2+y^2=0$ 이려면 $x=0, y=0$
즉, $\alpha=0$

3. 이차방정식 $x^2+2(k-a)x+k^2+a^2+b-2=0$이 실수 k의 값에 관계없이 중근을 가질 때, $a+b$의 값을 구하라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$\frac{D}{4}=(k-a)^2-(k^2+a^2+b-2)=0$

$\therefore\ -2ka-b+2=0$

이 식은 k의 값에 관계없이 항상 성립하므로

k에 대한 항등식이다.

$a=0,\ b=2$

$\therefore\ a+b=2$

4. 다항식 $f(x)$를 $x-2,\ x+3$으로 나누었을 때의 나머지가 각각 $1,\ -4$이다. $f(x)$를 x^2+x-6으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$라 할 때, $R(5)$의 값을 구하면?

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

해설

$f(2)=1,\ f(-3)=-4$
$R(x)=ax+b$라 하면
$f(x)=(x+3)(x-2)Q(x)+ax+b$
$2a+b=1,\ -3a+b=-4$
$\therefore\ a=1,\ b=-1$
$R(x)=x-1$
$R(5)=5-1=4$

5. 이차함수 $y = x^2 + 2x + k$의 그래프가 x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 $4\sqrt{2}$일 때, 상수 k의 값은?

① -8　② -7　③ -6　④ -5　⑤ -4

해설

이차함수 $y = x^2 + 2x + k$의 그래프가 x축과 만나는 두 점의 x좌표를 각각 α, β $(\alpha < \beta)$라고 하면 α, β는 이차방정식 $x^2 + 2x + k = 0$의 두 실근이다.
이 때, 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = -2$, $\alpha\beta = k$이고
x축 위의 두 교점 사이의 거리가 $4\sqrt{2}$ 이므로 $\beta - \alpha = 4\sqrt{2}$
$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$에서 $\left(4\sqrt{2}\right)^2 = (-2)^2 - 4k$, $32 = 4 - 4k$
$\therefore k = -7$

6. x에 대한 항등식 $(x^2-x-1)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_6x^6$에서 $a_1 + a_3 + a_5$의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

양변에 $x = 1$을 대입하면,
$-1 = a_0 + a_1 + \ \cdots\ + a_6 \quad \cdots$ ㉠
양변에 $x = -1$을 대입하면,
$1 = a_0 - a_1 + \ \cdots\ + a_6 \quad \cdots$ ㉡
㉠ − ㉡: $-2 = 2(a_1 + a_3 + a_5)$
$\therefore\ a_1 + a_3 + a_5 = -1$

7. 세 개의 실수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $[a,\ b,\ c] = (a-b)(a-c)$라 할 때, $[a,\ b,\ c]+[b,\ c,\ a]+[c,\ a,\ b]=0$이면 $[a,\ b,\ c]$의 값은?

① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

해설

$(a-b)(a-c)+(b-c)(b-a)+(c-a)(c-b)=0$

전개하여 정리하면 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$

$\therefore\ a=b=c$

$\therefore\ [a,\ b,\ c]=(a-b)(a-c)=0$

8. 실계수의 이차방정식 $x^2+bx+c=0$ 이 허근 α, β 를 갖고, 두 허근 사이에 $\alpha^2+2\beta=1$ 인 관계가 성립한다고 한다. 이 때, $b+c$ 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

해설

계수가 실수이므로

$\alpha=p+qi$ 이면 $\beta=p-qi\ (q\neq 0)$

$\alpha^2+2\beta=1$ 이므로

$(p+qi)^2+2(p-qi)=1$ 에서

$(p^2-q^2+2p-1)+2q(p-1)i=0$

$\therefore p^2-q^2+2p-1=0,\ 2q(p-1)=0$

$q\neq 0$ 이므로

$p=1,\ q^2=2$

$\therefore\ \alpha+\beta=2p=2,\quad \alpha\beta=p^2+q^2=3$

$\therefore\ x^2-2x+3=0$

$\therefore\ b=-2,\ c=3$

$\therefore\ b+c=1$

9. $x^2+ax+(a^2+2a-3)=0$의 두 근이 서로 다른 부호를 갖고 양근이 음근의 절댓값보다 작을 때, 상수 a의 범위를 구하면?

① $0<a<1$ ② $\frac{1}{2}<a<2$ ③ $1 \le a<2$
④ $2<a \le 3$ ⑤ $-\frac{1}{2}<a<2$

해설

두 근을 $\alpha,\ \beta$라 하면
$|$음근$|$ > 양근이므로
$\alpha+\beta=-a<0,\ \alpha\beta=a^2+2a-3<0$
$\therefore\ 0<a<1$

10. 함수 $y = x^2 + 2ax + b$의 그래프가 x축에 접하고, 직선 $y = 3x$와 서로 다른 두 점에서 만날 때, 실수 a의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < \frac{3}{4}$

해설

함수 $y = x^2 + 2ax + b$의 그래프가 x축에 접하므로
이차방정식 $x^2 + 2ax + b = 0$의 판별식 $D_1 = 0$이어야 한다.
$\frac{D_1}{4} = a^2 - b = 0 \quad \therefore\ b = a^2 \quad \cdots$ ㉠
함수 $y = x^2 + 2ax + b$의 그래프가
직선 $y = 3x$와 서로 다른 두 점에서 만나므로
이차방정식 $x^2 + 2ax + b = 3x$
즉, $x^2 + (2a - 3)x + b = 0$의 판별식
$D_2 > 0$이어야 한다.
$D_2 = (2a - 3)^2 - 4b > 0 \quad \cdots$ ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면
$(2a - 3)^2 - 4a^2 > 0$
$-12a + 9 > 0$
$4a - 3 < 0$
$\therefore\ a < \frac{3}{4}$