

1. $-2 \leq x \leq 3$ 에서 $y = x^2 - 2x - 2$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① 3

② 7

③ -2

④ 0

⑤ 1

해설

$y = (x - 1)^2 - 3$ 이고 꼭짓점의 x 좌표가 주어진 x 의 범위에 포함되므로

$x = 1$ 에서 최솟값을 $x = -2$ 에서 최댓값을 갖는다.

$$(\text{최댓값}) = (-2)^2 - 2(-2) - 2 = 6$$

$$(\text{최솟값}) = -3$$

2. α, β 가 복소수일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{\beta}$ 는 β 의 켤레복소수이다.)

㉠ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

㉡ $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 또는 $\beta = 0$ 이다.

㉢ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 반례 : $\alpha = 1, \beta = i$

㉡ (생략)

㉢ $\alpha = x + yi$ 라 하면

$$\alpha\beta = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2 \quad (x, y \text{는 실수})$$

$$x^2 + y^2 = 0 \text{ 이려면 } x = 0, y = 0$$

$$\text{즉, } \alpha = 0$$

3. 이차방정식 $x^2 + 2(k - a)x + k^2 + a^2 + b - 2 = 0$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 중근을 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{D}{4} = (k - a)^2 - (k^2 + a^2 + b - 2) = 0$$

$$\therefore -2ka - b + 2 = 0$$

이 식은 k 의 값에 관계없이 항상 성립하므로 k 에 대한 항등식이다.

$$a = 0, b = 2$$

$$\therefore a + b = 2$$

4. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$, $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 각각 1, -4 이다. $f(x)$ 를 x^2+x-6 으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(5)$ 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$f(2) = 1, f(-3) = -4$$

$$R(x) = ax + b \text{라 하면}$$

$$f(x) = (x+3)(x-2)Q(x) + ax + b$$

$$2a + b = 1, -3a + b = -4$$

$$\therefore a = 1, b = -1$$

$$R(x) = x - 1$$

$$R(5) = 5 - 1 = 4$$

5. 이차함수 $y = x^2 + 2x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 $4\sqrt{2}$ 일 때, 상수 k 의 값은?

① -8

② -7

③ -6

④ -5

⑤ -4

해설

이차함수 $y = x^2 + 2x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점의 x 좌표를 각각 α, β ($\alpha < \beta$)라고 하면 α, β 는 이차방정식 $x^2 + 2x + k = 0$ 의 두 실근이다.

이 때, 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = -2$, $\alpha\beta = k$ 이고 x 축 위의 두 교점 사이의 거리가 $4\sqrt{2}$ 이므로 $\beta - \alpha = 4\sqrt{2}$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \text{에서 } (4\sqrt{2})^2 = (-2)^2 - 4k, 32 = 4 - 4k \\ \therefore k = -7$$

6. x 에 대한 항등식 $(x^2 - x - 1)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_6x^6$ 에서 $a_1 + a_3 + a_5$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

양변에 $x = 1$ 을 대입하면,

$$-1 = a_0 + a_1 + \cdots + a_6 \cdots \textcircled{㉠}$$

양변에 $x = -1$ 을 대입하면,

$$1 = a_0 - a_1 + \cdots + a_6 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}: -2 = 2(a_1 + a_3 + a_5)$$

$$\therefore a_1 + a_3 + a_5 = -1$$

7. 세 개의 실수 a, b, c 에 대하여 $[a, b, c] = (a - b)(a - c)$ 라 할 때,
 $[a, b, c] + [b, c, a] + [c, a, b] = 0$ 이면 $[a, b, c]$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(a - b)(a - c) + (b - c)(b - a) + (c - a)(c - b) = 0$$

$$\text{전개하여 정리하면 } a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

$$\therefore [a, b, c] = (a - b)(a - c) = 0$$

8. 실계수의 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 이 허근 α, β 를 갖고, 두 허근 사이에 $\alpha^2 + 2\beta = 1$ 인 관계가 성립한다고 한다. 이 때, $b+c$ 의 값은?

① -1

② 1

③ 3

④ 5

⑤ 7

해설

계수가 실수이므로

$$\alpha = p + qi \text{ 이면 } \beta = p - qi \ (q \neq 0)$$

$$\alpha^2 + 2\beta = 1 \text{ 이므로}$$

$$(p + qi)^2 + 2(p - qi) = 1 \text{ 에서}$$

$$(p^2 - q^2 + 2p - 1) + 2q(p - 1)i = 0$$

$$\therefore p^2 - q^2 + 2p - 1 = 0, \ 2q(p - 1) = 0$$

$$q \neq 0 \text{ 이므로}$$

$$p = 1, \ q^2 = 2$$

$$\therefore \alpha + \beta = 2p = 2, \ \alpha\beta = p^2 + q^2 = 3$$

$$\therefore x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$\therefore b = -2, \ c = 3$$

$$\therefore b + c = 1$$

9. $x^2 + ax + (a^2 + 2a - 3) = 0$ 의 두 근이 서로 다른 부호를 갖고 양근이 음근의 절댓값보다 작을 때, 상수 a 의 범위를 구하면?

① $0 < a < 1$

② $\frac{1}{2} < a < 2$

③ $1 \leq a < 2$

④ $2 < a \leq 3$

⑤ $-\frac{1}{2} < a < 2$

해설

두 근을 α, β 라 하면

$|\text{음근}| > \text{양근}$ 이므로

$$\alpha + \beta = -a < 0, \alpha\beta = a^2 + 2a - 3 < 0$$

$$\therefore 0 < a < 1$$

10. 함수 $y = x^2 + 2ax + b$ 의 그래프가 x 축에 접하고, 직선 $y = 3x$ 와 서로 다른 두 점에서 만날 때, 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < \frac{3}{4}$

해설

함수 $y = x^2 + 2ax + b$ 의 그래프가 x 축에 접하므로
이차방정식 $x^2 + 2ax + b = 0$ 의 판별식 $D_1 = 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D_1}{4} = a^2 - b = 0 \quad \therefore b = a^2 \quad \dots \textcircled{㉠}$$

함수 $y = x^2 + 2ax + b$ 의 그래프가
직선 $y = 3x$ 와 서로 다른 두 점에서 만나므로
이차방정식 $x^2 + 2ax + b = 3x$

즉, $x^2 + (2a - 3)x + b = 0$ 의 판별식
 $D_2 > 0$ 이어야 한다.

$$D_2 = (2a - 3)^2 - 4b > 0 \quad \dots \textcircled{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$(2a - 3)^2 - 4a^2 > 0$$

$$-12a + 9 > 0$$

$$4a - 3 < 0$$

$$\therefore a < \frac{3}{4}$$