

1. 다항식 $x^3 + 5x^2 - kx - k$ 가 $x - 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

인수정리에 의해서 $x = 1$ 을 대입하면

$$1^3 + 5 \times 1^2 - k \times 1 - k = 0$$

$$\therefore k = 3$$

2. $\frac{2 - \sqrt{-5}}{2 + \sqrt{-5}}$ 를 간단히 하면?

- ① $-\frac{1}{9} - \frac{4\sqrt{5}}{9}i$ ② $\frac{1}{9} + \frac{4\sqrt{5}}{9}i$ ③ $1 - \frac{4\sqrt{5}}{9}i$
④ $1 + 4\sqrt{5}i$ ⑤ $-1 - 4\sqrt{5}i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2 - \sqrt{-5}}{2 + \sqrt{-5}} &= \frac{2 - \sqrt{5}i}{2 + \sqrt{5}i} \times \frac{2 - \sqrt{5}i}{2 - \sqrt{5}i} \\ &= \frac{4 - 4\sqrt{5}i - 5}{4 + 5} \\ &= -\frac{1}{9} - \frac{4\sqrt{5}}{9}i\end{aligned}$$

3. $-2 \leq x \leq 1$ 에서 이차함수 $f(x) = x^2 + 2x$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(x) = x^2 + 2x = (x + 1)^2 - 1$, $-2 \leq x \leq 1$ 에서

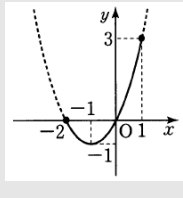
$y = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같다.

즉, $f(-2) = 0$, $f(-1) = -1$, $f(1) = 3$

따라서, $x = 1$ 일 때 최댓값 3,

$x = -1$ 일 때 최솟값 -1 을 가지므로

구하는 합은 $3 - 1 = 2$



4. $x = 1998, y = 4331$ 일 때, $\frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ -1 ④ i ⑤ $-i$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi} \\ &= \frac{(x+yi)^2 + (y-xi)^2}{(y-xi)(x+yi)} \\ &= \frac{x^2 + 2xyi - y^2 + y^2 - 2xyi - x^2}{(y-xi)(x+yi)} = 0 \end{aligned}$$

5. α, β 가 복소수일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{\beta}$ 는 β 의 켤레복소수이다.)

- ㉠ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

㉡ $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 또는 $\beta = 0$ 이다.

㉢ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 반례 : $\alpha = 1, \beta = i$
㉡ (생략)
㉢ $\alpha = x + yi$ 라 하면
 $\alpha\beta = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2(x, y \text{는 실수})$
 $x^2 + y^2 = 0$ 이려면 $x = 0, y = 0$
즉, $\alpha = 0$

6. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누었을 때의 나머지가 $x + 4$ 이고, $x^2 - 4x + 3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $2x + 3$ 일 때, $f(x)$ 를 $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 하자. 이때 $R(10)$ 의 값은?
- ① 86 ② 88 ③ 90 ④ 92 ⑤ 94

해설

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + x + 4$$

$$\cdots f(1) = 5, f(2) = 6 \cdots \textcircled{\tiny \Gamma}$$

$$f(x) = (x-1)(x-3)P(x) + 2x + 3$$

$$\cdots f(1) = 5, f(3) = 9 \cdots \textcircled{\tiny \Delta}$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)Z(x) + R(x)$$

$$R(x) = ax^2 + bx + c \cdots \textcircled{\tiny \ominus}$$

$\textcircled{\tiny \Gamma}$, $\textcircled{\tiny \Delta}$ 를 $\textcircled{\tiny \ominus}$ 에 각각 대입하면,

$$a + b + c = 5, 4a + 2b + c = 6, 9a + 3b + c = 9$$

세식을 연립하여 풀면, $a = 1, b = -2, c = 6$

$$R(x) = x^2 - 2x + 6$$

$$\therefore R(10) = 86$$

7. 다음 식은 평면 위에 있는 어떤 그래프의 방정식이다. 이 그래프가 x 축에 접하도록 실수 a, b 의 값에 대해 $a + b$ 의 값을 구하면?

$$y + (x + y)x + (a - 1)x - b^2 = 0$$

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

접점의 x 좌표는 $y = 0$ 일 때, 얻어지는 방정식 $x^2 + (a - 1)x - b^2 = 0$ 의 중근이다.
 $\therefore D = (a - 1)^2 + 4b^2 = 0$
 a, b 는 실수이므로 $a = 1, b = 0$
 $\therefore a + b = 1$

8. 실계수의 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 이 허근 α, β 를 갖고, 두 허근 사이에 $\alpha^2 + 2\beta = 1$ 인 관계가 성립한다고 한다. 이 때, $b+c$ 의 값은?

- ① -1 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

해설

계수가 실수이므로
 $\alpha = p + qi$ 이면 $\beta = p - qi$ ($q \neq 0$)
 $\alpha^2 + 2\beta = 1$ 이므로
 $(p + qi)^2 + 2(p - qi) = 1$ 에서
 $(p^2 - q^2 + 2p - 1) + 2q(p - 1)i = 0$
 $\therefore p^2 - q^2 + 2p - 1 = 0, 2q(p - 1) = 0$
 $q \neq 0$ 이므로
 $p = 1, q^2 = 2$
 $\therefore \alpha + \beta = 2p = 2, \alpha\beta = p^2 + q^2 = 3$
 $\therefore x^2 - 2x + 3 = 0$
 $\therefore b = -2, c = 3$
 $\therefore b + c = 1$

9. x 의 이차방정식 $x^2 + (2m - 1)x + m^2 - m - 2 = 0$ 의 두 근이 모두 양이고, 또 한 근이 다른 근의 2배일 때, 실수 m 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$D = (2m - 1)^2 - 4(m^2 - m - 2) = 9 > 0 \text{이므로}$$

서로 다른 두 실근을 갖는다.

두 근을 α , 2α 라 하면

$$\alpha + 2\alpha = -(2m - 1) > 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\alpha \times 2\alpha = m^2 - m - 2 > 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

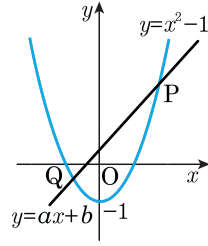
㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$$m < -1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

또, ㉠에서의 $\alpha = \frac{1 - 2m}{3}$ 을 ㉡에 대입하여 풀면 $m = -4, 5$

조건 ㉢에 의해서 $m = -4$

10. 이차함수 $y = x^2 - 1$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 가 다음 그림과 같이 두 점 P, Q에서 만난다. 점 P의 x 의 좌표가 $1 + \sqrt{2}$ 일 때, $2a + b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 유리수이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차함수 $y = x^2 - 1$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 의 한 교점 P의 x 좌표가 $1 + \sqrt{2}$ 이므로 $1 + \sqrt{2}$ 는 이차방정식 $x^2 - 1 = ax + b$ 의 근이다.

$$(1 + \sqrt{2})^2 - 1 = a(1 + \sqrt{2}) + b$$

$$2 + 2\sqrt{2} = a + b + a\sqrt{2}$$

a, b 가 유리수이므로 무리수가 서로 같을 조건에 의하여

$$2 = a + b, \quad 2 = a$$

$$\therefore a = 2, \quad b = 0$$

11. $2x^2 + y^2 = 8$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $4x + y^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$2x^2 + y^2 = 8$ 에서

$y^2 = 8 - 2x^2$ 으로 놓으면

$y^2 = 8 - 2x^2 \geq 0, x^2 - 4 \leq 0$

$\therefore -2 \leq x \leq 2$

이 때, $y^2 = 8 - 2x^2$ 을 $4x + y^2$ 에 대입하면

$4x + y^2 = 4x + (8 - 2x^2) = -2(x - 1)^2 + 10$

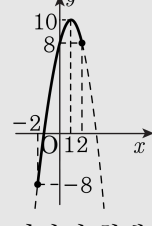
여기서 $f(x) = 4x + y^2 = -2(x - 1)^2 + 10$

이라고 하면 $-2 \leq x \leq 2$ 이므로

다음 그림에서 $x = 1$ 일 때

$f(x)$ 의 최댓값은 10

$x = -2$ 일 때 $f(x)$ 의 최솟값은 $-2(-2 - 1)^2 + 10 = -8$



따라서 최댓값과 최솟값의 합은 $10 + (-8) = 2$