

1. $(x - 2y - 3z)^2$ 을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면?

① $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy + 12yz - 6zx$

② $x^2 - 4xy + 4y^2 - 9z^2 + 12yz - 6zx$

③ $x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$

④ $4y^2 + 12yz + 9z^2 + (-4y - 6z)x + x^2$

⑤ $9z^2 + 4y^2 + x^2$

해설

$$(x - 2y - 3z)^2 = x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$$

2. $\frac{2005^3 + 1}{2005 \times 2004 + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2006

해설

2005 = x 로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \frac{x^3 + 1^3}{x(x-1) + 1} \\&= \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{x^2 - x + 1} \\&= x + 1 \\&= 2006\end{aligned}$$

3. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} & (x + 1)(y + 1)(z + 1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

4. $(a + b - c)(a - b + c)$ 를 전개하면?

① $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

② $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③ $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$

④ $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

⑤ $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} & (a + b - c)(a - b + c) \\ &= \{a + (b - c)\}\{a - (b - c)\} \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc \end{aligned}$$

5. $(a + b)(a^2 - ab + b^2)(a^3 - b^3)$ 의 전개식으로 옳은 것은?

① $a^3 + b^3$

② $a^6 + b^6$

③ $a^6 - b^6$

④ $a^9 + b^9$

⑤ $a^9 - b^9$

해설

(준 식) $= (a^3 + b^3)(a^3 - b^3) = a^6 - b^6$

6. $a^2 + b^2 + c^2 = 9$, $ab + bc + ca = 9$, $a + b + c$ 의 값은?

① $-3\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{3}$

③ $\pm 3\sqrt{3}$

④ $\pm 3\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ &= 9 + 18 = 27\end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c = \pm 3\sqrt{3}$$

7. $99 \times 101 \times (100^2 + 100 + 1) \times (100^2 - 100 + 1)$ 을 계산하면?

- ① $100^6 - 1$ ② $100^6 + 1$ ③ $100^9 - 1$
④ $100^9 + 1$ ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} 100 &= a \text{로 치환 하면} \\ (\text{준식}) &= (a-1)(a+1)(a^2+a+1)(a^2-a+1) \\ &= (a^3-1)(a^3+1) \\ &= a^6-1 \\ &= 100^6-1 \end{aligned}$$

8. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ 이 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ① 직각삼각형 ② 이등변삼각형
③ 정삼각형 ④ 직각이등변삼각형
⑤ 둔각삼각형

해설

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca \text{ 에서 } a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$\frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) = 0$$

$$\frac{1}{2}(a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2) = 0$$

$$\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = 0 \text{ 이고,}$$

$$a, b, c \text{ 는 실수이므로, } a-b=0, b-c=0, c-a=0$$

$$\therefore a=b=c$$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

9. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$, 양변에 $x + 1$ 을 곱하면,

$$(x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1 \text{ 에서 } x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \dots\dots ①$$

$x^2 - x + 1 = 0$ 를 x 로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

$$① \text{ 에 대입하면, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

10. 다항식 $(5x^2 + 3x + 1)^2$ 을 전개하였을 때, x^2 의 계수는?

① 10

② 13

③ 16

④ 19

⑤ 25

해설

$(5x^2 + 3x + 1)(5x^2 + 3x + 1)$ 에서
i) (일차항)×(일차항)의 경우 $9x^2$
ii) (이차항)×(상수항)의 경우 $2 \times 5x^2$
즉, $5x^2 + 5x^2 + 9x^2 = 19x^2$
∴ 19