

1. $A = 4xy^2 - 2x^2y + 3x^2y^2$, $B = x^2y - 3x^2y^2 - 2xy^2$ 일 때, $A + 2B$ 를 간단히 하면?

① xy^2

② x^2y

③ x^2y^2

④ $-2xy^2$

⑤ $-3x^2y^2$

해설

$$\begin{aligned} A + 2B &= (4xy^2 - 2x^2y + 3x^2y^2) + (2x^2y - 6x^2y^2 - 4xy^2) \\ &= -3x^2y^2 \end{aligned}$$

해설

2. 다음 중 다항식의 계산결과가 잘못된 것은?

① $(5x - y) + (3x - 2y) = 8x - 3y$

② $(5x^3 + x^2 - 6x + 7) - (2x^3 - 4x^2 - 1) = 3x^3 + 5x^2 - 6x + 8$

③ $(xy + xy^2 - x^2) - (3x^2 - xy)$
 $= 2xy + xy^2 - 4x^2$

④ $(x^2 + 1)(3x^2 - 2x - 1)$
 $= 3x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 2x - 1$

⑤ $(x^3 - 3xy^2 - 2y^3) \div (x + y) = x^2 - xy - 2y^2$

해설

$$(x^2 + 1)(3x^2 - 2x - 1) = 3x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x - 1$$

3. 다항식 $(x^2 + 2x - 3)(3x^2 + x + k)$ 의 전개식에서 일차항의 계수가 15일 때, 상수 k 의 값은?

① -3 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

상수항과 일차항만의 곱을 구하면,

$$-3x + 2kx = 15x$$

$$\therefore k = 9$$

4. $(x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(x^2 + 2x - 5)$ 를 전개한 식에서 x^2 의 계수를 구하면?

① 10

② 15

③ 19

④ 21

⑤ 25

해설

전개식에서 x^2 항은

i) (이차항)×(삼차항)에서 $15x^2 + 4x^2 = 19x^2$

ii) (일차항)×(일차항)에서 $6x^2$

∴ x^2 의 계수는 $19 + 6 = 25$

5. $a+b+c=0$, $a^2+b^2+c^2=1$ 일 때, $4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$

$$\therefore ab+bc+ca = -\frac{1}{2}$$

$$4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$$

$$= 4\{(ab+bc+ca)^2 - 2abc(a+b+c)\}$$

$$= 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 1$$

6. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겹넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5 ② $\sqrt{29}$ ③ $\sqrt{33}$ ④ 6 ⑤ $\sqrt{42}$

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c 라 하면

$$2(ab + bc + ca) = 52$$

$$4(a + b + c) = 36 \rightarrow a + b + c = 9$$

(직육면체 대각선의 길이)

$$= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$= \sqrt{(a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)}$$

$$= \sqrt{81 - 52} = \sqrt{29}$$

7. 등식 $(2k+1)y - (k+3)x + 10 = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$(\text{준식}) = (y - 3x + 10) + (2y - x)k = 0$$

$$\therefore 2y = x, y - 3x = -10$$

$$\therefore x = 4, y = 2$$

$$\therefore x + y = 6$$

8. k 의 값에 관계없이 $(2k^2 - 3k)x - (k + 2)y - (k^2 - 4)z = 28$ 이 항상 성립하도록 x, y, z 의 값을 정할 때, $3x + y + z$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

주어진 식을 k 에 대해 정리하면

$$(2x - z)k^2 - (3x + y)k - (2y - 4z + 28) = 0$$

$$\therefore 2x - z = 0, 3x + y = 0, 2y - 4z + 28 = 0$$

$z = 2x$, $y = -3x$ 을 $2y - 4z + 28 = 0$ 에 대입하면

$$x = 2, y = -6, z = 4$$

$$\therefore 3x + y + z = 4$$

9. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 을 $x^2 - x - 12$ 로 나눈 나머지가 $14x - 9$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

몫을 $Q(x)$ 라 하면

$$x^3 + ax^2 + bx + 3$$

$$= (x^2 - x - 12)Q(x) + 14x - 9$$

$$= (x - 4)(x + 3)Q(x) + 14x - 9$$

$x = 4$, $x = -3$ 을 각각 대입하면

$$16a + 4b + 67 = 47 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$9a - 3b - 24 = -51 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = -2$, $b = 3$

$$\therefore a + b = 1$$

10. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누었을 때의 나머지가 $x + 4$ 이고, $x^2 - 4x + 3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $2x + 3$ 일 때, $f(x)$ 를 $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 하자. 이때 $R(10)$ 의 값은?

- ① 86 ② 88 ③ 90 ④ 92 ⑤ 94

해설

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + x + 4$$

$$\cdots f(1) = 5, f(2) = 6 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$f(x) = (x-1)(x-3)P(x) + 2x + 3$$

$$\cdots f(1) = 5, f(3) = 9 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)Z(x) + R(x)$$

$$R(x) = ax^2 + bx + c \cdots \textcircled{\text{㉢}}$$

㉠, ㉡를 ㉢에 각각 대입하면,

$$a + b + c = 5, 4a + 2b + c = 6, 9a + 3b + c = 9$$

세식을 연립하여 풀면, $a = 1, b = -2, c = 6$

$$R(x) = x^2 - 2x + 6$$

$$\therefore R(10) = 86$$

11. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

① $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

② $(a+b)^2(a-b)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

③ $(-x+3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

④ $(a-b)(a^2+ab-b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p-1)(p^2+1)(p^4+1) = p^{16} - 1$

해설

① $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y$

③ $(-x+3)^3 = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$

④ $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p-1)(p+1)(p^2+1)(p^4+1) = p^8 - 1$

12. 다음 중 식의 전개가 바르지 않은 것을 고르면?

- ① $(1-x)(1+x+x^2)=1-x^3$
- ② $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)=x^4+x^2y^2+y^4$
- ③ $(x-3)(x-2)(x+1)(x+2)=x^4-8x^2+12$
- ④ $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)=a^8-b^8$
- ⑤ $(a+b-c)(a-b+c)=a^2-b^2-c^2+2bc$

해설

$$\begin{aligned} &(x-3)(x-2)(x+1)(x+2) \\ &= (x^2-x-6)(x^2-x-2) \\ &x^2-x=Y \text{라 놓자.} \\ &(Y-6)(Y-2)=Y^2-8Y+12 \\ &\qquad\qquad\qquad= (x^2-x)^2-8(x^2-x)+12 \\ &\qquad\qquad\qquad= x^4-2x^3-7x^2+8x+12 \end{aligned}$$

13. 3차 이하의 다항식 $f(x)$ 에 대하여

$\frac{f(x)}{x(x-1)(x-2)(x-3)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x-2} + \frac{d}{x-3}$ 가 성립할 때, 다음 중 d 와 같은 것은? (단, a, b, c, d 는 실수이다.)

- ① $f(0)$ ② $f(1)$ ③ $\frac{f(2)}{2}$ ④ $\frac{f(3)}{6}$ ⑤ 0

해설

준 식을 정리하면

$$f(x) = a(x-1)(x-2)(x-3) + bx(x-2)(x-3) + cx(x-1)(x-3) + dx(x-1)(x-2)$$

$x=3$ 일 때,

$$f(3) = d \cdot 3(3-1)(3-2)$$

$$\therefore d = \frac{f(3)}{6}$$

14. 다항식 $f(x)$ 에 대하여 $(x^2 - 2)(x^2 + 3) = x^4 - 2ax^2 + b$ 가 x 에 대한 항등식이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, $2a - b$ 의 값은?

① -3 ② -5 ③ -4 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$(x^2 - 2)(x^2 + 3) = x^4 - 2ax^2 + b \text{에서}$$

$$x^2 = 2 \text{일 때, } 4 - 4a + b = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$x^2 = -3 \text{일 때, } 9 + 6a + b = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a = -\frac{1}{2}, b = -6$$

$$\therefore 2a - b = 5$$

15. 다항식 $4x^3 - 2x^2 - 21x + \frac{45}{2}$ 가 $(x-r)^2$ 으로 나누어 떨어질 때, 양수 r 의 값은?

- ① 1.2 ② 1.5 ③ 1.8 ④ 2.1 ⑤ 2.4

해설

$$f(x) = 4x^3 - 2x^2 - 21x + \frac{45}{2} \cdots \textcircled{1}$$
$$\begin{aligned} f(x) &= (x-r)^2(4x-\alpha) \\ &= (x^2 - 2rx + r^2)(4x - \alpha) \\ &= 4x^3 - (\alpha + 8r)x^2 + (4r^2 + 2r\alpha)x - r^2\alpha \end{aligned}$$

①과 계수비교를 하면

$$\alpha + 8r = 2 \cdots \textcircled{2}, \quad 4r^2 + 2r\alpha = -21 \cdots \textcircled{3}$$

②에서 $\alpha = 2 - 8r$,

③에 대입하면

$$4r^2 + 2r(2 - 8r) = -21$$
$$12r^2 - 4r - 21 = 0, \quad (2r - 3)(6r + 7) = 0$$
$$\therefore r = \frac{3}{2} \quad (\because r > 0)$$

16. $x^3 - 4x^2 + ax + b$ 를 $(x + 1)^2$ 으로 나누면 나머지가 7이 될 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -12 ② -10 ③ 0 ④ 10 ⑤ 12

해설

직접 나눠본다.

$$\begin{array}{r} x-6 \\ x^2+2x+1 \overline{) x^3-4x^2+ax+b} \\ \underline{-(x^3+2x^2+x)} \\ -6x^2+(a-1)x+b \\ \underline{-(6x^2-12x-6)} \\ (a+11)x+b+6 \end{array}$$

나머지가 7이므로 $a + 11 = 0, b + 6 = 7$
 $\therefore a = -11, b = 1$
 $\therefore a + b = -10$

해설

$$\begin{aligned} x^3 - 4x^2 + ax + b &= (x + 1)^2(x + k) + 7 \\ &= x^3 + (k + 2)x^2 + (2k + 1)x + k + 7 \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$\begin{aligned} k + 2 &= -4, 2k + 1 = a, k + 7 = b \\ k &= -6 \text{이므로 } a = -11, b = 1 \\ \therefore a + b &= -10 \end{aligned}$$

17. 다항식 $P(x) = x^4 + 2x^3 + kx^2 - 2x + 8$ 가 $x - 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 k 의 값을 정할 때 다음 중 $P(x)$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$ ② $x + 1$ ③ $x - 2$ ④ $x + 2$ ⑤ $x + 4$

해설

$$\begin{aligned} P(x) &= (x-1)Q(x) \\ \therefore P(1) &= 1 + 2 + k - 2 + 8 = 0 \\ \therefore k &= -9 \\ \therefore P(x) &= x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 2x + 8 \\ &= (x-1)(x-2)(x+1)(x+4) \end{aligned}$$

18. 다항식 $6x^3 + 5x^2 - 2x - 1$ 을 인수분해하면?

① $(x-1)(2x-1)(2x+1)$

② $(x+1)(2x+1)(2x-1)$

③ $(x+1)(2x+1)(3x-1)$

④ $(x+1)(2x-1)(3x+1)$

⑤ $(x-1)(2x+1)(2x-1)$

해설

$f(x) = 6x^3 + 5x^2 - 2x - 1$ 이라 하면

$f(-1) = 0$ 이므로

$f(x)$ 는 $x+1$ 로 나누어떨어진다.

$\therefore 6x^3 + 5x^2 - 2x - 1 = (x+1)(6x^2 - x - 1)$

$= (x+1)(2x-1)(3x+1)$

19. 다음 식을 인수분해하면 $x^4 - 3x^2y^2 + 4y^4 = (x^2 + axy + by^2)(x^2 + cxy + dy^2)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. (a, b, c, d 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 7x^2y^2 \\ &= (x^2 + 2y^2)^2 - 7x^2y^2 \\ &= (x^2 + \sqrt{7}xy + 2y^2)(x^2 - \sqrt{7}xy + 2y^2) \\ \therefore a + b + c + d &= 4\end{aligned}$$

20. 세 개의 실수 a, b, c 에 대하여 $[a, b, c] = (a-b)(a-c)$ 라 할 때,
 $[a, b, c] + [b, c, a] + [c, a, b] = 0$ 이면 $[a, b, c]$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$(a-b)(a-c) + (b-c)(b-a) + (c-a)(c-b) = 0$$

$$\text{전개하여 정리하면 } a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

$$\therefore [a, b, c] = (a-b)(a-c) = 0$$