1. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - k$ 가 $x - 2$를 인수로 가질 때, k를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$f(x)$ 가 $x - 2$를 인수로 갖는다는 것은 $f(x)$가 $x - 2$로 나누어 떨어진다는 뜻이다.

즉, $f(2) = 0$을 만족시키는 k를 구하면,

$f(2) = 2 \times 2^3 - 3 \times 2^2 + 2 - k = 0$

$\therefore \ k = 6$

2. 다항식 $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + k$가 일차식 $x-1$을 인수로 가질 때, 이 다항식 $f(x)$를 인수분해 하면?

① $(x-2)(x-1)(x+1)$

② $(x-1)x(x+2)$

③ $(x+1)(x-1)(x+2)$

④ $(x-2)(x-1)(x+2)$

⑤ $(x-2)(x+1)(x+2)$

해설

$f(x) = (x-1)Q(x) \quad \Rightarrow \quad f(1) = 0$

$\therefore \; f(1) = 2 + k = 0, \qquad \therefore \; k = -2$

즉, $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$

$\qquad\quad = (x-1)(x+1)(x+2)$

3. 등식 $(2k+1)y-(k+3)x+10=0$ 이 k의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 x, y에 대하여 $x+y$의 값은?

① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

해설

(준식)$=(y-3x+10)+(2y-x)k=0$

$\therefore 2y=x,\ \ y-3x=-10$

$\therefore x=4,\ \ y=2$

$\therefore x+y=6$

4. x에 관계없이 $\dfrac{x-a}{2x-b}$가 항상 일정한 값을 가질 때, 상수 a, b에 대하여 $\dfrac{b}{a}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\dfrac{x-a}{2x-b}=k$라 놓으면,

$(2k-1)x+(a-bk)=0$

$\therefore\ 2k-1=0,\ a=bk$이므로

$k=\dfrac{1}{2},\ a=\dfrac{1}{2}b$이다.

$\therefore\ \dfrac{b}{a}=2$

5. 다항식 $f(x)$에 대하여 $(x^2-2)(x^2+3)=x^4-2ax^2+b$가 x에 대한 항등식이 되도록 a, b의 값을 정할 때, $2a-b$의 값은?

① -3 ② -5 ③ -4 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(x^2-2)(x^2+3)=x^4-2ax^2+b$에서

$x^2=2$일 때, $4-4a+b=0\cdots\cdots$①

$x^2=-3$일 때, $9+6a+b=0\cdots\cdots$②

①, ②에서 $a=-\frac{1}{2}$, $b=-6$

$\therefore\ 2a-b=5$

6. 1985년부터 1995년까지 5년 간격으로 조사한 우리나라의 농가인구 비율 P는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

연도	85	90	95
인구비율(%)	20.9	15.5	10.8
인구(1000 명)	8521	6661	4851

$P = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$

이 때, $t = 0$은 1985년을 나타낸다. 이 식을 $t = 0$이 1990년을 나타내도록 변형하면?

① $P = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$

② $P = 0.35(t+1)^2 - 5.75(t+1) + 20.9$

③ $P = 0.35(t-1)^2 - 5.75(t-1) + 20.9$

④ $P = 0.35(t+2)^2 - 5.75(t+2) + 20.9$

⑤ $P = 0.35(t-2)^2 - 5.75(t-2) + 20.9$

해설

$P_1(t) = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$일 때,

$t = 0 \rightarrow 1985$년, $t = 1 \rightarrow 1990$년, $t = 2 \rightarrow 1995$년

$P_2(t) = 0.35(t+1)^2 - 5.75(t+1) + 20.9$이면,

$P_2(0) = P_1(1)$이므로 $P_2(t)$에서

$t = 0 \rightarrow 1990$년임을 알 수 있다.

7. 다항식 x^3+ax-8 을 x^2+4x+b로 나눈 나머지가 $3x+4$이다. 상수 a, b의 값을 구하면?

① $a=-10,\ b=3$　　② $a=10,\ b=3$

③ $a=-10,\ b=-3$　　④ $a=7,\ b=3$

⑤ $a=-5,\ b=4$

해설

몫을 $x+c$라고 둔다면

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+c)+3x+4$

이차항의 계수 : $c+4=0$에서 $c=-4$

상수항 : $bc+4=-8$에서 $b=3$

일차항의 계수 : $4c+b+3=a$에서 $a=-10$

8. x^3-4x^2+ax+b를 $(x+1)^2$으로 나누면 나머지가 7이 될 때, $a+b$의 값은?

① -12　② -10　③ 0　④ 10　⑤ 12

해설

직접 나눠본다.

$$
\begin{array}{r l}
 & \quad x-6 \\
x^2+2x+1 \,\big) & x^3-4x^2+ \qquad ax+b \\
- & x^3+2x^2+ \qquad\ \ x \\
\hline
 & \quad -6x^2+(a-1)x+b \\
- & \quad -6x^2- \quad\ 12x-6 \\
\hline
 & \qquad\qquad (a+11)x+b+6
\end{array}
$$

나머지가 7이므로 $a+11=0$, $b+6=7$

$\therefore\ a=-11,\ b=1$

$\therefore\ a+b=-10$

해설

x^3-4x^2+ax+b

$=(x+1)^2(x+k)+7$

$=x^3+(k+2)x^2+(2k+1)x+k+7$

계수를 비교하면

$k+2=-4, 2k+1=a, k+7=b$

$k=-6$이므로 $a=-11, b=1$

$\therefore a+b=-10$

9. 다음 식을 인수분해하면 $x^4 - 3x^2y^2 + 4y^4 = (x^2 + axy + by^2)(x^2 + cxy + dy^2)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. $(a, b, c, d$는 상수)

▶ 답 :

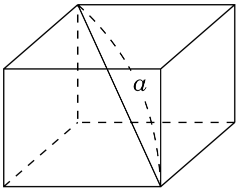
▷ 정답 : 4

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 7x^2y^2 \\
&= (x^2 + 2y^2)^2 - 7x^2y^2 \\
&= (x^2 + \sqrt{7}xy + 2y^2)(x^2 - \sqrt{7}xy + 2y^2)
\end{aligned}
$$

$\therefore\ a + b + c + d = 4$

10. 다음 그림과 같은 직육면체에서 대각선의 길이가 a이고, 모든 모서리의 길이의 합이 b일 때, 이 직육면체의 겉넓이는?



① $\frac{1}{16}b^2 - a^2$ ② $\frac{1}{8}b^2 - a^2$ ③ $\frac{1}{4}b^2 - a^2$

④ $\frac{1}{8}b^2 + a^2$ ⑤ $\frac{1}{16}b^2 + a^2$

해설

가로, 세로의 길이와 높이를 각각 x, y, z라 하면

$4(x+y+z) = b,\ \sqrt{x^2+y^2+z^2} = a$

$\therefore\ x+y+z = \frac{1}{4}b,\ x^2+y^2+z^2 = a^2$

따라서, 구하는 직육면체의 겉넓이는

$$\begin{aligned} 2(xy+yz+zx) &= (x+y+z)^2 - (x^2+y^2+z^2) \\ &= \left(\frac{1}{4}b\right)^2 - a^2 \\ &= \frac{1}{16}b^2 - a^2 \end{aligned}$$