

1. $\frac{3}{4}$ 을 분수 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+n$ 의 최솟값은? (단, a, n 은 자연수)

① 69 ② 72 ③ 75 ④ 76 ⑤ 77

해설

$$\frac{3 \times 5^2}{4 \times 5^2} = \frac{75}{10^2}, a+n = 75+2 = 77$$

2. 다음 분수 중 분모를 10의 거듭제곱의 꼴로 나타낼 수 있는 것은?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{14}$ ③ $\frac{8}{15}$ ④ $\frac{9}{22}$ ⑤ $\frac{7}{125}$

해설

10의 거듭제곱의 꼴로 나타내기 위해서는 기약 분수의 분모의 소인수가 2 또는 5만 있어야 한다.

⑤ $\frac{7}{125} = \frac{7}{5^3} = \frac{7 \times 2^3}{5^3 \times 2^3} = \frac{56}{10^3}$

3. $\frac{13}{20}$ 을 분수 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+n$ 의 최솟값은?

- ① 67 ② 68 ③ 69 ④ 70 ⑤ 71

해설

$\frac{13 \times 5}{20 \times 5} = \frac{65}{10^2}$, $a = 65$, $n = 2$ 이므로 $a+n$ 의 최솟값은 67이다.

4. 다음 중 분수를 소수로 나타낼 때, 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

㉠ $\frac{3}{40}$	㉡ $3.14159\dots$	㉢ $\frac{7}{250}$
㉤ $\frac{24}{360}$	㉥ $\frac{3}{120}$	㉦ $\frac{21}{42}$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

2나 5의 소인수만으로 이뤄진 기약분수만 유한소수로 나타낼 수 있다.

㉠ $\frac{3}{40} = \frac{3}{2^3 \times 5}$ (유한소수)

㉡ $3.14159\dots$ (무한소수)

㉢ $\frac{7}{250} = \frac{7}{2 \times 5^3}$ (유한소수)

㉤ $\frac{24}{360} = \frac{24}{2^3 \times 3^2 \times 5} = \frac{1}{3 \times 5}$ (무한소수)

㉥ $\frac{3}{2 \times 3 \times 4 \times 5} = \frac{1}{2^3 \times 5}$ (유한소수)

㉦ $\frac{1}{2}$ (유한소수)

5. A 가 $\frac{11}{30}, \frac{12}{30}, \frac{13}{30}, \frac{14}{30}, \frac{15}{30}$ 이고, B 는 무한소수일 때, A 와 B 의 공통적인 수의 갯수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

유한소수의 분모의 소인수는 2나 5가 되어야 하는데 분모가 $30 = 2 \times 3 \times 5$ 이므로, 분자에서 3의 배수를 찾으면 된다.

따라서, 유한소수는 $\frac{12}{30}, \frac{15}{30}$ 이고, 무한소수는 $\frac{11}{30}, \frac{13}{30}, \frac{14}{30}$ 으로 3개다.

6. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾은 것은?

㉠ $\frac{13}{20}$	㉡ $\frac{42}{75}$	㉢ $\frac{51}{180}$
㉤ $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 7}$	㉥ $\frac{27}{2^2 \times 3^2}$	㉦ $\frac{6}{50}$

① ㉠, ㉢

② ㉡, ㉢, ㉤

③ ㉡, ㉤, ㉥

④ ㉠, ㉡, ㉤, ㉥

⑤ ㉠, ㉡, ㉤, ㉥, ㉦

해설

㉢ $\frac{51}{180} = \frac{3 \times 17}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{17}{2^2 \times 3 \times 5}$ 이므로 무한소수로 나타내어진다.

7. 다음 수를 크기가 작은 것부터 차례대로 나열할 때 네 번째에 해당하는 것은?

① 0.453

② $0.4\dot{5}3$

③ $0.45\dot{3}$

④ $0.45\dot{3}$

⑤ 0.4530

해설

① 0.453

② $0.45353\cdots$

③ $0.4533\cdots$

④ $0.453453\cdots$

⑤ $0.4530530\cdots$

이므로 ② > ④ > ③ > ⑤ > ① 이다.

8. $A = 0.321$, $B = 0.32\dot{1}$, $C = 0.\dot{3}21$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $C < A < B$ ② $A < B < C$ ③ $B < C < A$
④ $C < B < A$ ⑤ $A = B = C$

해설

$$A = 0.321$$

$$B = 0.321111\cdots$$

$$C = 0.321321\cdots$$

이므로 $A < B < C$ 이다.

9. 네 수 a, b, c, d 가 다음과 같을 때, 네 수를 작은 것부터 차례대로 나열하면?

$a = 0.123, \quad b = 0.12\dot{3}, \quad c = 0.1\dot{2}\dot{3}, \quad d = 0.\dot{1}2\dot{3}$

- ① $a < b < c < d$
- ② $d < c < b < a$
- ③ $a < d < c < b$
- ④ $b < c < d < a$
- ⑤ $a < c < d < b$

해설

a . 0.123
 b . 0.123333...
 c . 0.12323...
 d . 0.123123...
이므로 $a < d < c < b$ 이다.

10. 다음 안에 >, <, = 중 알맞은 기호를 써 넣어라.

$$\frac{7}{2} \quad \square \quad 3.4\dot{9}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : =

해설

$$3.4\dot{9} = \frac{349 - 34}{90} = \frac{315}{90} = \frac{7}{2} \text{ 이므로}$$

안에는 = 가 들어가야 한다.

11. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $0.\dot{1}\dot{3} > 0.1\dot{3}$ ② $0.\dot{2}0\dot{2} < 0.\dot{2}0$ ③ $0.5 > 0.4\dot{9}$

④ $\frac{23}{99} < 0.\dot{2}\dot{3}$ ⑤ $0.\dot{2}\dot{3} < \frac{23}{90}$

해설

① $0.1313\cdots < 0.1333\cdots$

② $0.202202\cdots > 0.2020\cdots$

③ $0.4\dot{9} = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$

④ $0.\dot{2}\dot{3} = \frac{23}{99}$

⑤ $\frac{23}{99} < \frac{23}{90}$

12. 다음 수를 크기가 작은 것부터 차례대로 나열할 때 세 번째에 해당하는 것은?

① 0.3742

② $0.37\dot{4}2$

③ $0.\dot{3}742$

④ $0.3\dot{7}42$

⑤ $0.374\dot{2}$

해설

① 0.3742

② $0.37\dot{4}2 = 0.374242\cdots$

③ $0.\dot{3}742 = 0.37423742\cdots$

④ $0.3\dot{7}42 = 0.3742742\cdots$

⑤ $0.374\dot{2} = 0.374222\cdots$

이므로 ① < ⑤ < ③ < ② < ④ 이다.

13. $x = 0.2\dot{7}$, $y = 0.\dot{3}8$ 일 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은?

- ① $\frac{11}{76}$ ② $\frac{11}{38}$ ③ $\frac{33}{76}$ ④ $\frac{11}{19}$ ⑤ $\frac{55}{76}$

해설

$$x = 0.2\dot{7} = \frac{27 - 2}{90} = \frac{5}{18}$$

$$y = 0.\dot{3}8 = \frac{38}{99}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{\frac{5}{18}}{\frac{38}{99}} = \frac{495}{684} = \frac{55}{76}$$

14. $0.\dot{0}\dot{6}\dot{4} = 64 \times a$, $0.0\dot{3}\dot{7} = 37 \times b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 순환소수로 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $0.0\dot{0}\dot{2}$

해설

$$0.\dot{0}\dot{6}\dot{4} = \frac{64}{990} = 64 \times \frac{1}{990}$$

$$a = \frac{1}{990} = 0.0\dot{0}\dot{1}$$

$$0.0\dot{3}\dot{7} = \frac{37}{990} = 37 \times \frac{1}{990}$$

$$b = \frac{1}{990} = 0.0\dot{0}\dot{1}$$

$$a = 0.0\dot{0}\dot{1}, b = 0.0\dot{0}\dot{1}$$

$$\therefore a + b = 0.0\dot{0}\dot{1} + 0.0\dot{0}\dot{1} = 0.0\dot{0}\dot{2}$$

15. $0.\dot{1}\dot{3} = a \times 0.\dot{0}\dot{1}$, $0.3\dot{4} = b \times 0.0\dot{1}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 44

해설

$$\begin{aligned} 0.\dot{1}\dot{3} &= \frac{13}{99} = 13 \times 0.\dot{0}\dot{1}, \quad a = 13 \\ 0.3\dot{4} &= \frac{34}{90} = 31 \times 0.0\dot{1}, \quad b = 31 \\ \therefore a + b &= 13 + 31 = 44 \end{aligned}$$

16. 순환소수 $1.0\dot{3}$ 에 a 를 곱하면 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 5 ② 30 ③ 50 ④ 90 ⑤ 99

해설

$$1.0\dot{3} = \frac{103 - 10}{90} = \frac{31}{30} \text{ 이므로 가장 작은 자연수 } a \text{는 } 30 \text{이다.}$$

17. 순환소수 $1.5\bar{1}$ 에 a 를 곱하면 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 3

② 15

③ 45

④ 90

⑤ 99

해설

$1.5\bar{1} = \frac{151 - 15}{90} = \frac{68}{45}$ 이므로 가장 작은 자연수 a 는 45이다.

18. 순환소수 $1.2\dot{6}$ 에 A 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, A 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① 5 ② 15 ③ 60 ④ 90 ⑤ 99

해설

$1.2\dot{6} = \frac{126 - 12}{90} = \frac{114}{90} = \frac{19}{15}$ 이므로 A 는 15의 배수이어야 한다.
따라서 A 의 값이 될 수 없는 것은 5, 99이다.

19. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 원주율 π 는 순환소수이다.
- ㉡ 3.141592는 유한소수이다.
- ㉢ $\frac{6}{75}$ 는 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ㉣ $\frac{8}{11}$ 은 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ㉤ 순환소수는 유리수가 아니다.

해설

- ㉠ $\pi \rightarrow$ 순환하지 않는 무한소수
- ㉡ 3.141592 $\rightarrow$ 유한소수
- ㉢ $\frac{6}{75} = \frac{2}{5^2} \rightarrow$ 유한소수
- ㉣ $\frac{8}{11} = 0.\dot{7}2$
- ㉤ 모든 순환소수는 분수로 나타낼 수 있으므로 순환소수는 유리수이다.

20. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ㉠ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ㉡ 두 개의 무한소수의 합은 항상 무한소수로만 나타내어진다.
- ㉢ 모든 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.
- ㉣ 분모의 소인수가 소수로만 되어있는 분수는 항상 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ㉤ 모든 0 이 아닌 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

해설

- ㉡ $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$ 과 같이 유한소수인 경우도 있다.
- ㉢ 순환소수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ㉣ 분모의 소인수가 2 와 5 뿐인 분수만 유한소수로 나타낼 수 있다.

21. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 3개)

- ① (유한소수)×(순환소수)=(순환소수)
- ② (순환소수)÷(유한소수)=(순환소수)
- ③ (유한소수)+(순환소수)=(순환소수)
- ④ (유한소수)-(순환소수)=(순환소수)
- ⑤ (순환소수)÷(순환소수)=(순환소수)

해설

항상 성립하지 않는 것의 반례를 찾아보면

① $0.3 \times 0.\dot{3} = \frac{3}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{1}{10} = 0.1$

⑤ $0.\dot{3} \div 0.\dot{3} = 1$

따라서 옳은 것은 ②, ③, ④이다.

22. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 모든 순환소수는 유리수이다.
- ㉡ 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ㉢ 모든 무한소수는 순환소수이다.
- ㉣ 모든 유한소수는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ㉤ 모든 무한소수는 분수로 나타낼 수 있다.

해설

- ㉡ 정수가 아닌 유리수는 모두 무한소수로 나타낼 수 있다.
- ㉢ 무한소수 중에는 순환하지 않는 소수도 있다.
- ㉤ 순환하지 않는 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.

23. 어떤 순환소수를 분수로 나타낼 때, 기약분수로 고치기 전의 분모가 900 이 되었다. 다음 중 이 순환소수에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ 순환마디는 1 개의 숫자로 되어 있다.

㉡ 순환하지 않는 소수부분의 숫자는 2 개이다.

㉢ 1 보다 작은 수이다.

㉣ 소수 셋째 자리부터 순환마디가 시작된다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢은 1 보다 큰 수도 가능하기 때문에 옳지 않다.

24. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 모든 순환소수는 유리수이다.

㉡ 모든 유리수는 순환소수로만 나타낼 수 있다.

㉢ 기약분수를 소수로 고치면 모두 유한소수가 된다.

㉣ 모든 유한소수는 유리수이다.

㉤ 모든 정수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉣

⑤ ㉣, ㉤

해설

- ㉡ 유리수는 유한소수와 순환소수로 나누어진다.

㉣ 기약분수를 소수로 고치면 유한소수이거나 순환소수가 된다.

㉤ 0은 제외한다.

25. $\frac{a}{140}$ 는 유한소수로 나타낼 수 있고, 기약분수로 나타내면 $\frac{7}{b}$ 과 같을 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, $90 < a < 100$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 108

해설

$\frac{a}{140} = \frac{1}{2^2 \times 5 \times 7} \times a$ 가 유한소수이므로 a 는 7의 배수이고 기약분수로 고쳤을 때 분자에 7이 있으므로 a 는 $7 \times 7 = 49$ 이다.
조건에서 a 가 $90 < a < 100$ 이므로

$a = 2 \times 7^2 = 98$ 이다.

$\frac{2 \times 7^2}{2^2 \times 5 \times 7} = \frac{7}{2 \times 5} = \frac{7}{10}$ 에서 $b = 10$

$\therefore a + b = 98 + 10 = 108$

26. $\frac{a}{70}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 고치면 $\frac{1}{b}$ 이다. a 가 가장 작은 한 자리의 자연수일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$\frac{a}{70} = \frac{a}{2 \times 5 \times 7}$ 가 유한소수이려면 a 는 7 의 배수이어야 하고,
가장 작은 한 자리의 자연수이므로 7 이다. $\frac{7}{70} = \frac{7}{2 \times 5 \times 7} =$

$\frac{1}{2 \times 5} = \frac{1}{10}$ 이므로 $b = 10$ 이다.
따라서 $a+b = 7+10 = 17$ 이다.

27. $\frac{a}{180}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이다.
 a 가 두 자리의 자연수일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 73 ② 75 ③ 83 ④ 89 ⑤ 90

해설

$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 가 유한소수이려면 a 는 9 의 배수이어야
하고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이므로 a 는 7 의 배수이다.

따라서 a 는 $3^2 \times 7 \times n$ 인 두 자리의 자연수이므로 63 이다.

$\frac{63}{180} = \frac{7}{20}$ 이므로 $b = 20$ 이다.

따라서 $a + b = 83$ 이다.

28. 분수 $\frac{6}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 20번째 자리의 수를 a , 99번째 자리의 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$\frac{6}{7} = 0.\dot{8}5714\dot{2}$ 이므로 순환마디의 숫자 6개

$20 = 6 \times 3 + 2$ 이므로 $a = 5$

$99 = 6 \times 16 + 3$ 이므로 $b = 7$

$\therefore a + b = 12$

29. 분수 $\frac{6}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\frac{6}{7} = 0.857142857142 \cdots = 0.\dot{8}5714\dot{2}$ 이므로 순환마디의 숫자의 개수가 6 개이다. 한편 $100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는 소수점 아래 넷째 자리의 숫자와 같다. 따라서 1 이다.

30. $\frac{20}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수 20 번째 자리의 숫자와 소수 30 번째 자리의 숫자의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\frac{20}{7} = 2.857142857142 \dots$ 이므로 6개의 숫자가 반복된다. $20 = 6 \times 3 + 2$ 이므로 20 번째 자리의 숫자는 5 이고 $30 = 6 \times 5 + 0$ 이므로 30 번째 자리의 숫자는 2 이다. 따라서 합은 7 이다.

31. $\frac{1}{4} \leq 0.\dot{a} < \frac{4}{5}$ 를 만족하는 자연수 a 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$\frac{1}{4} \leq \frac{a}{9} < \frac{4}{5}$$

$$\frac{9}{4} \leq a < \frac{36}{5}$$

$$2.25 \leq a < 7.2$$

자연수 a 는 3 , 4 , 5 , 6 , 7

$$\therefore 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 25$$

32. $\frac{1}{2} < 0.A < \frac{2}{3}$ 인 자연수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\frac{1}{2} < \frac{1}{9}A < \frac{2}{3}, \frac{9}{2} < A < 6$$

$$\therefore A = 5$$

33. 다음 부등식을 만족하는 한 자리의 자연수 a 의 값을 구하여라.

$$\frac{2}{3} < (0.\dot{a})^2 < \frac{5}{6}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\frac{2}{3} < \left(\frac{a}{9}\right)^2 < \frac{5}{6}$$

$$\frac{108}{162} < \frac{2a^2}{162} < \frac{135}{162}$$

따라서 $108 < 2a^2 < 135$,

$$54 < a^2 < \frac{135}{2} \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = 8$$