

2. $2009^n + 2009^{(n+1)} + 2009^{(n+2)} + 2009^{(n+3)}$ 의 값이 10 의 배수일 때, 두 자리 자연수 n 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 99

해설

$2009^n + 2009^{(n+1)} + 2009^{(n+2)} + 2009^{(n+3)}$ 이 10 의 배수가 되려면,

$9^n + 9^{n+1} + 9^{n+2} + 9^{n+3}$ 이 10 의 배수가 되어야 한다.

9^n 에서 n 에 1 부터 차례대로 대입해 보면,

9^n 의 일의 자리 수 $\rightarrow 9, 1, 9, 1, \dots$ 이므로

$9^n + 9^{n+1} + 9^{n+2} + 9^{n+3}$ 은 항상 10 의 배수라는 것을 알 수 있다.

\therefore 두 자리 자연수 n 의 최댓값=99

3. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 않은 것은?

① $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

② $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 3^4$

⑤ $\frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{2^3}{3^3}$

해설

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$

4. 다음 중 소수인 것을 모두 고르면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

1은 소수도 합성수도 아닌 단위원이라고 한다.

5. 다음 네 장의 숫자 카드 중에서 2 장을 골라 만들 수 있는 두 자리 소수는 모두 몇 개인지 구하여라.    

▶ 답: 개

▷ 정답: 5 개

해설

2 를 제외한 소수는 홀수이므로 먼저 홀수를 만들어보면
13, 21, 23, 31, 41, 43이다.
 $21 = 3 \times 7$ 이므로 소수가 아니다.
 \therefore 13, 23, 31, 41, 43의 5 개이다.

6. 다음 중 소인수분해가 옳지 않은 것은?

① $150 = 2 \times 3 \times 5^2$

② $16 = 4^2$

③ $108 = 2^2 \times 3^3$

④ $63 = 3^2 \times 7$

⑤ $168 = 2^3 \times 3 \times 7$

해설

②, $16 = 2^4$

7. $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 10$ 을 소인수분해 했을 때 소인수의 합을 a , 소인수의 지수의 합을 b 라 하자. 이때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$\begin{aligned} & 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times 2 \times 3 \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times 2 \times 5 \\ & = 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7 \\ & a = 2 + 3 + 5 + 7 = 17 \\ & b = 8 + 4 + 2 + 1 = 15 \\ & \therefore a + b = 17 + 15 = 32 \end{aligned}$$

8. 자연수 $360 \times n$ 이 자연수의 제곱이 된다고 할 때, n 이 될 수 있는 모든 수의 합을 구하여라.(단, n 은 160 미만의 자연수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 140

해설

$$360 \times n = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times n = m^2 \text{ 이라 하면}$$

$$\text{가장 작은 } n = 2 \times 5$$

따라서 n 이 될 수 있는 160 미만의 수는

$$2 \times 5 = 10$$

$$2 \times 5 \times 2^2 = 40$$

$$2 \times 5 \times 3^2 = 90$$

$$\therefore 10, 40, 90$$

$$\therefore 10 + 40 + 90 = 140$$

9. $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 9$ 의 약수의 개수를 구하면?

- ① 36개 ② 42개 ③ 48개 ④ 54개 ⑤ 58개

해설

$$\begin{aligned} & 2^2 \times 5 \times 7^2 \times 9 \\ & = 2^2 \times 5 \times 7^2 \times 3^2 \end{aligned}$$

$$(\text{약수의 개수}) = (2+1) \times (1+1) \times (2+1) \times (2+1) = 54 \text{ (개)}$$

10. 810의 약수의 개수와 $3 \times 5^x \times 7$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$810 = 2 \times 3^4 \times 5$ 의 약수의 개수가 $3 \times 5^x \times 7$ 의 약수의 개수와 같으므로

$$(1+1)(4+1)(1+1) = (1+1)(x+1)(1+1) = 20$$

$$\therefore x = 4$$

11. $2^4 \times a \times 5^2$ 의 약수가 45 개가 되기 위한 가장 작은 a 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$2^4 \times a \times 5^2$ 의 약수의 개수는
 $(4+1) \times (a \text{의 지수} + 1) \times (2+1) = 45$ 으로 계산된다. (a 의 지수) +
 $1 = 3$ 이 되어야 한다.
그러므로 $9 = 3^2$ 이다.

12. 다음 중 8 과 서로소가 아닌 것은?

- ① 3 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 9

해설

6 과 8 의 최대공약수는 2 이므로 서로소가 아니다.

13. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 48의 소인수는 2, 3이다.
- ② 22과 35는 서로소이다.
- ③ 90의 소인수는 3개이다.
- ④ 143은 소수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 소수는 항상 서로소이다.

해설

④ $143 = 11 \times 13$ 으로 소인수분해되므로 소수가 아니다.

14. 소인수분해를 이용하여 36과 56의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

$$56 = 2^3 \times 7$$

두 수의 최대공약수는 $2^2 = 4$

15. 다음 중 두 수 A, B 의 공약수가 아닌 수는?

$$A = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7, \quad B = 2 \times 3^3 \times 5^3 \times 11$$

- ① 6 ② 18 ③ 21 ④ 30 ⑤ 45

해설

공약수는 최대공약수의 약수이고
최대공약수 = $2 \times 3^2 \times 5$ 이므로
③ $21 = 3 \times 7$ 은 공약수가 아니다.

16. 두 수 $2^2 \times 3$, $2 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는?

㉠ 2×3

㉡ 2×5

㉢ 3×5

㉣ $2^2 \times 3$

㉤ 2×3^2

해설

$2^2 \times 3$, $2 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는 2×3 이다.

17. 동북이는 학교 운동장 한 편에 있는 농구 코트 주변에 철망을 설치하여 안전하게 농구를 하고자 한다. 철망은 가로 길이 24m, 세로 길이 64m 인 농구 코트 주변에 일정한 간격으로 기둥을 고정시키고, 'ㄷ'자 형으로 망을 설치하고자 한다. 기둥은 처음 시작되는 지점과 끝나는 지점 그리고 모서리에는 반드시 고정시키고, 가능한 한 적게 사용하려고 한다면 모두 몇 개의 기둥이 필요하겠는가?

- ① 12개 ② 13개 ③ 14개 ④ 15개 ⑤ 16개

해설

기둥 사이의 간격을 x 라 할 때,
 $24 = x \times \square$, $64 = x \times \Delta$
 x 는 24와 64 의 최대공약수
 $24 = 2^3 \times 3$, $64 = 2^6$
 $\therefore x = 2^3 = 8$ (m)
 기둥 사이의 간격을 8m 라 할 때
 가로 $24 = 8$ (m) $\times 3$ (개), 세로 $64 = 8$ (m) $\times 8$ (개)
 직사각형 모양의 운동장의 가장자리에 'ㄷ'자 형으로 망을 설치할 때 필요한 기둥의 수는
 $\therefore (2 \times 3) + 8 + 1 = 15$ (개)

18. 어떤 자연수로 100 을 나누면 4 가 남고, 70 을 나누면 6 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하면?

- ① 16 ② 18 ③ 24 ④ 32 ⑤ 48

해설

96 과 64 의 최대공약수이므로 32

19. 왕자가 감옥에 갇힌 공주를 찾으러 갔는데 감옥 앞에는 마법에 걸린 자물쇠가 있었다.
 힘으로는 절대 열 수가 없고, 앞에 써 있는 문제를 푼 뒤, 답을 큰소리로 외치면 문이 열린다고 한다. 아래 문제를 풀고 비밀번호를 구하여라.
 오른쪽은 나눗셈을 이용해 12와 30의 최소공배수를 $\square \overline{) 12 \quad 30}$
 구한 것이다. □ 안에 알맞은 수를 써 넣고 4가지의 수 $\square \overline{) \square \quad 15}$
 를 작은 순서대로 다음 표에서 찾아 해당하는 단어를 말하여라. 그러면 공주를 구할 수 있다.

강	사	집	가	랑	요	에	자	해	기	야
11	2	4	1	3	6	10	9	5	7	8

▶ 답:

▷ 정답: 사랑해요

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \quad 30} \\ 3 \overline{) \quad 6 \quad 15} \\ \quad 2 \quad 5 \end{array}$$

□안에 들어갈 자연수는 작은 순서대로 2, 3, 5, 6 이다.
 보기에서 2, 3, 5, 6 을 고르면 '사, 랑, 해, 요'이다.

20. 6의 배수이면서 동시에 9의 배수가 되는 수는 k 의 배수라고 할 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

6과 9의 최소공배수는 $2 \times 3^2 = 18$ 이다.

21. 자연수 n 에 대하여 $n+1$ 은 3의 배수이고 $n+4$ 은 7의 배수일 때, $n+6$ 을 21로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$n+1$ 은 3의 배수이므로
값은 2, 5, 8, 11, 14, ... 이고,
 $n+4$ 은 7의 배수이므로
값은 3, 10, 17, 24, 31, 38, 45, 52, ... 이다.
그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는
위 두 값의 공통부분이므로 38, 59, 80, 101, 122, ... 이다.
 $\therefore (n+6)$ 을 21로 나눈 나머지 = 2

22. 두 수 $2 \times x$, $7 \times x$ 의 최소공배수가 42 일 때, x 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$2 \times x$, $7 \times x$ 의 최소공배수는 $2 \times 7 \times x = 42$ 이다.
따라서 $x = 3$ 이다.

23. 우리 반 수학 선생님은 18일에 한 번씩 노트 검사를 하고, 27일에 한 번씩 쪽지 시험을 친다. 오늘 쪽지 시험과 노트 검사를 동시에 했다면, 며칠 후 다시 쪽지 시험과 노트 검사를 동시에 하게 되는가?

- ① 9일 후 ② 45일 후 ③ 54일 후
④ 124일 후 ⑤ 162일 후

해설

18일마다 한 번씩 노트 검사를 하고, 27일마다 한 번씩 쪽지 시험을 친다고 하였으므로 18과 27의 최소공배수인 54일 후 다시 동시에 검사를 하게 된다.

24. 가로 길이가 4cm, 세로 길이가 6cm, 높이가 3cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 각각 쌓아 정육면체를 만들었다. 직육면체 모양의 벽돌을 최소로 사용하여 정육면체 모양의 벽돌을 만들 때, 필요한 벽돌의 개수는?

① 14 개 ② 16 개 ③ 20 개 ④ 24 개 ⑤ 28 개

해설

정육면체의 한 변의 길이는 4, 6, 3 의 최소공배수 12cm 이다.
필요한 벽돌의 수는 $(12 \div 4) \times (12 \div 6) \times (12 \div 3) = 24(\text{개})$ 이다.

25. 세 자연수 4, 5, 6 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3인 자연수 중에서 가장 작은 것은?

- ① 60 ② 63 ③ 120 ④ 123 ⑤ 180

해설

구하는 수는 (4, 5, 6의 최소공배수) + 3
4, 5, 6의 최소공배수는 60 이므로
 $60 + 3 = 63$ 이다.