

1. 1부터 150까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 70 개

해설

1부터 150까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 50개

1부터 150까지의 자연수 중 5의 배수의 개수는 30개

1부터 150까지의 자연수 중 3의 배수이면서 5의 배수인 것의 개수는 10개

1부터 150까지의 자연수 중 3의 배수이거나 5의 배수인 것의 개수는

$$50 + 30 - 10 = 70$$

2. 민수네 학교의 운동장은 가로가 150 m이고 세로가 100 m인 직사각형 모양이라고 한다. 운동장을 확장하게 되어서 가로는 50 m 늘이고, 세로는 x m 늘였더니 원래 운동장의 넓이보다 9000 m^2 더 넓어졌다고 할 때, x 를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : $x = 20$ m

해설

가로의 길이는 50 m 늘였으므로 200 m가 되고, 세로의 길이는 $(100 + x)$ m가 된다.

원래 운동장의 넓이는 $150 \times 100 = 15000 (\text{m}^2)$ 이고,

변형된 운동장의 넓이는 $200 \times (100 + x) (\text{m}^2)$ 가 된다.

원래 운동장의 넓이보다 9000 m^2 더 넓어졌으므로 $200 \times (100 + x) = 15000 + 9000$

양변을 100 으로 나누어서 계산하면

$$2(100 + x) = 150 + 90$$

$$\therefore x = 20$$

3. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

① 35

② 70

③ 105

④ 140

⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

4. 100 이하의 자연수 중에서 약수의 개수가 홀수인 수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

약수의 개수가 홀수인 자연수는 제곱수이므로 $1^2, 2^2, \dots, 10^2$ 의 10 개가 있다.

5. $a \bigcirc b = 2a + 3b - 4$, $a \star b = -5a + 3b$ 의 연산을 이용하여 $4(a \bigcirc 3b) + \frac{1}{2}(-2a \star b)$ 을 간단히 할 때, 상수항은?

① -8

② -10

③ -12

④ -14

⑤ -16

해설

$$4(2a + 9b - 4) + \frac{1}{2}(10a + 3b)$$

$$= 8a + 36b - 16 + 5a + \frac{3}{2}b$$

∴ 상수항 : -16

6. 다음 조건을 만족하는 두 수 a, b 를 수직선 위에 나타낼 때, 두 수 사이의 거리의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

보기

$$|a| = 3, |b| = 10$$

▶ 답 :

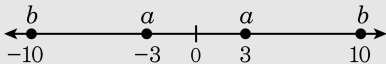
▷ 정답 : 20

해설

$|a| = 3$ 인 $a = -3, 3$

$|b| = 10$ 인 $b = -10, 10$ 이므로

수직선에 나타내면 다음과 같다.



(두 수 사이의 거리의 최댓값) = 13

(두 수 사이의 거리의 최솟값) = 7

$$\therefore 13 + 7 = 20$$

7. 컵 A 에는 3% 의 소금물 100 g, 컵 B 에는 6% 의 소금물 100 g 이 담겨있다. 컵 A 에서 소금물 x g 을 덜어내어 버리고, 버린 만큼을 컵 B 에서 덜어내어 채웠다. 그리고 컵 B 에는 덜어낸 만큼 물을 채웠더니 컵 A 와 컵 B 의 소금물의 농도가 같아졌다. 컵 A 에서 덜어낸 소금물의 무게 x g 을 구하여라.

▶ 답 : g

▶ 정답 : $\frac{100}{3}$ g

해설

3% 의 소금물 100 g 의 소금의 양은 3 g 이고, 6% 의 소금물 100 g 의 소금의 양은 6 g 이다.

3% 의 소금물 100 g 의 덜어낸 x (g) 에서 소금의 양은 $\frac{3}{100}x$ 이고, 6% 의 소금물 100 g 의 덜어낸 x (g) 에서 소금의 양은 $\frac{3}{50}x$ 이다.

$$\frac{3 - \frac{3}{100}x + \frac{3}{50}x}{100} = \frac{6 - \frac{3}{50}x}{100}$$

$$300 + 3x = 600 - 6x$$

$$9x = 300$$

$$\therefore x = \frac{100}{3}$$

따라서 덜어낸 소금물의 양은 $\frac{100}{3}$ (g) 이다.

8. 0 이 아닌 두 수 x, y 에 대하여 $(x+y)(x-y) = 3xy$ 이고, $X = \frac{x^2 + 6xy - y^2}{2xy}$, $Y = \frac{(2x+y)(x-2y)}{xy}$ 일 때, $X+Y$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{15}{2}$

해설

$(x+y)(x-y) = 3xy$ 이므로, $x^2 = y^2 + 3xy$ 이다.

$$\therefore X = \frac{x^2 + 6xy - y^2}{2xy} = \frac{9xy}{2xy} = \frac{9}{2},$$

$$Y = \frac{(2x+y)(x-2y)}{xy}$$

$$= \frac{2x^2 - 3xy - 2y^2}{xy}$$

$$= \frac{3xy}{xy} = 3$$

$$\therefore X+Y = \frac{9}{2} + 3 = \frac{15}{2}$$

9. 용기에는 8% 의 소금물 200g, B 용기에는 12% 의 소금물 300g 이 들어 있다. 이 두 용기에서 동시에 같은 양 만큼씩을 털어내어, A 에서 털어낸 소금물을 B 용기에, B 에서 털어낸 소금물은 A 용기에 넣어 각각을 섞었더니, 두 그릇의 소금물의 농도가 같아졌다. 이때, 각 용기에서 털어낸 소금물의 양은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 : g

▷ 정답 : 120 g

해설

A, B 각각에서 털어낸 소금물의 양을 x 라 할 때, 최종적으로 섞은 후 A 용기에 들어 있는 소금의 양은

$$\left(\frac{8}{100} \times 200 - \frac{8}{100} \times x \right) + \frac{12}{100} \times x = 16 + \frac{1}{25}x$$

B 용기에 들어 있는 소금의 양은

$$\left(\frac{12}{100} \times 300 - \frac{12}{100} \times x \right) + \frac{8}{100} \times x = 36 - \frac{1}{25}x$$

섞은 후 두 용기에 든 소금물의 농도가 같으므로

$$\left(16 + \frac{1}{25}x \right) \times \frac{100}{200} = \left(36 - \frac{1}{25}x \right) \times \frac{100}{300}$$

$$\text{간단히 하면 } 8 + \frac{x}{50} = 12 - \frac{x}{75}$$

$$5x = 4 \times 150$$

$$\therefore x = 120(\text{g})$$

10. $y = ax(a \neq 0)$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① $y = -ax$ 의 그래프와 만나지 않는다.
- ② $a < 0$ 일 때, y 가 x 에 반비례한다.
- ③ $a < 0$ 일 때, a 가 클수록 y 축에 가까운 직선이 된다.
- ④ $a > 0$ 일 때, x 값이 증가하면 y 값은 감소하는 직선이다.
- ⑤ $a > 0$ 일 때, 제 1, 3사분면을 지나는 직선이다.

해설

- ① $y = -ax$ 의 그래프와 원점에서 만난다.
- ② $a(\neq 0)$ 값에 관계없이 y 가 x 에 정비례한다.
- ③ $a < 0$ 일 때, a 가 클수록 절댓값은 작아지므로 x 축에 가까운 직선이 된다.
- ④ $a > 0$ 일 때, x 값이 증가하면 y 값은 증가하는 직선이다.

11. 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$$(-3) \times \left\{ \frac{1}{4} - \left(\text{} + \frac{2}{3} \right) + 2 \right\} = -\frac{5}{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.75

해설

$$(-3) \times \left\{ \frac{1}{4} - \left(\text{} + \frac{2}{3} \right) + 2 \right\} = -\frac{5}{2}$$

$$\left\{ \frac{1}{4} - \left(\text{} + \frac{2}{3} \right) + 2 \right\} = \frac{5}{6}$$

$$\text{} + \frac{2}{3} = \frac{9}{4} - \frac{5}{6}$$

$$\text{} + \frac{2}{3} = \frac{17}{12}$$

$$\therefore \text{} = \frac{17}{12} - \frac{8}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

12. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 정수는 양의 정수와 음의 정수로 이루어져 있다.
- ② 자연수에 음의 부호를 붙인 수를 음의 정수라고 한다.
- ③ $|a| > |b|$ 일 때, $a > b$ 이다.
- ④ 절댓값이 a 인 수는 항상 $+a$ 와 $-a$ 의 두 개다.
- ⑤ 교환법칙과 결합법칙은 덧셈과 곱셈에서만 성립한다.

해설

- ① 정수 : 양의 정수, 0, 음의 정수
- ③ $a > 0, b > 0$ 일 때, $a > b \rightarrow |a| > |b|$
 $a < 0, b < 0$ 일 때, $a > b \rightarrow |a| < |b|$
- ④ 절댓값이 0 인 수는 0 한 개뿐이다.

13. 다음 중 미지수가 1 개인 일차방정식은?

① $-2x = 3 + 2(x - 1)$

② $x^2 - 4x = 5$

③ $7 - x = 4x + y + 3$

④ $3(x - 2) = 3x - 6$

⑤ $x + 5 = x$

해설

① $-2x = 3 + 2x - 2$

$-2x = 2x + 1$

$-4x = 1$: 미지수가 1개인 일차방정식

② $x^2 - 4x = 5$: 이차방정식

③ $7 - x = 4x + y + 3$: 미지수가 두 개인 일차방정식

④ $3(x - 2) = 3x - 6$: 항등식

⑤ $x + 5 = x$, $5 \neq 0$: 거짓인 등식

14. 다음 중 등식으로 나타낼 수 있는 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 한 변의 길이가 y 인 정삼각형의 둘레의 길이는 12 이다.
㉡ 300 원짜리 지우개 2 개와 100 원짜리 연필 x 개의
가격이 1800 원이다.
㉢ 시속 50 km 로 y 시간 동안 달린 거리는 250 km 이다.
㉣ x 의 2 배는 7 보다 작다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠ $3y = 12$

㉡ $600 + 100x = 1800$

㉢ $50y = 250$

㉣ $2x < 7$

따라서 등식으로 나타낼 수 있는 것은 ㉠, ㉡, ㉢이다.

15. 어떤 일을 주현이가 혼자서 하면 12 일, 헤린이가 혼자서 하면 18 일이 걸린다고 한다. 이 일을 주현이가 혼자서 8 일동안 하다가 나머지 일을 헤린이가 혼자하여 모두 끝냈다. 헤린이가 일한 날 수를 구하여라.

▶ 답: 일

▷ 정답: 6일

해설

일의 양을 1 이라고 할 때, 주현이가 하루에 하는 일의 양은 $\frac{1}{12}$

이고, 헤린이가 하루에 하는 일은 $\frac{1}{18}$ 이다.

헤린이가 일한 날 수를 x 일이라고 하면, 다음과 같은 방정식을 세울 수 있다.

$$\frac{1}{12} \times 8 + \frac{1}{18}x = 1$$

$$12 + x = 18$$

$$\therefore x = 6$$

따라서, 헤린이가 일 한 날수는 6 일이다.

16. 다음 중 y 가 x 의 함수인 것은?

- ① x 의 3 배에서 1 을 뺀 수 y
- ② 자연수 x 와 서로소인 수 y
- ③ 자연수 x 의 약수 y
- ④ 자연수 x 보다 작은 자연수 y
- ⑤ 절댓값이 x 인 수 y

해설

- ② (반례) 자연수 2 와 서로소인 수는 3, 5, 7... : 무수히 많다.
- ③ (반례) 자연수 2 의 약수는 1, 2 : 2 개다.
- ④ (반례) 자연수 3 보다 작은 자연수는 1, 2 : 2 개다.
- ⑤ (반례) 절댓값이 1 인 수는 -1, 1 : 2 개다.

17. 다음 수 중 절댓값이 가장 큰 수에서 절댓값이 가장 작은 수를 뺀 값으로 옳은 것은?

$$-2.4, 0, -\frac{14}{3}, +4, \frac{2}{3}, -\frac{1}{6}$$

① $\frac{2}{3}$

② $-\frac{14}{3}$

③ $-\frac{27}{6}$

④ -2.4

⑤ 4

해설

절댓값이 가장 큰 수는 $-\frac{14}{3}$,

절댓값이 가장 작은 수는 0 이므로

$$-\frac{14}{3} - 0 = -\frac{14}{3}$$

18. 다음 안에 알맞은 수를 구하여라.

$$\left(-\frac{5}{3}\right) + \boxed{} - \left(+\frac{2}{6}\right) = +\frac{1}{6}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $+\frac{13}{6}$

해설

$$\boxed{} = \frac{5}{3} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{13}{6}$$