1. $2^2 \times \square \times 7$ 은 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 수이다. $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 11

해설

$2^2 \times a^n \times 7$

$(2+1) \times (n+1) \times (1+1) = 12 \ \therefore \ n = 1$

2를 제외한 가장 작은 소수는 3이므로

$3^1 = 3$

2. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

① 12, 30　② 13, 39　③ 7, 15
④ 6, 12　⑤ 12, 15

해설

① 12와 30의 최대공약수는 6이다.
② 13과 39의 최대공약수는 13이다.
④ 6과 12의 최대공약수는 6이다.
⑤ 12과 15의 최대공약수는 3이다.

3. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88일 때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고

$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2 의 지수가 4 이므로

$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.

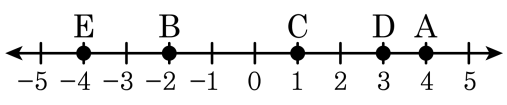
같은 방식으로

$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11 의 지수가 3 이므로

$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.

따라서 $a = 3,\ b = 1$

4. 다음 수직선 위에 표시된 수의 절댓값을 잘못 표시한 것은?



① A : 4 ② B : −2 ③ C : 1

④ D : 3 ⑤ E : 4

해설

A 의 좌표는 4 이므로 절댓값은 4 를 의미한다.
B 의 좌표는 −2 이므로 절댓값은 2 를 의미한다.
C 의 좌표는 1 이므로 절댓값은 1 을 의미한다.
D 의 좌표는 3 이므로 절댓값은 3 을 의미한다.
E 의 좌표는 −4 이므로 절댓값은 4 를 의미한다.

5. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $\left\|-\frac{2}{3}\right\| < 0$	㉡ $\left\|-\frac{3}{8}\right\| > \left\|-\frac{1}{7}\right\|$
㉢ $\|+9.3\| > \left\|-9\frac{3}{10}\right\|$	㉣ $0.5 < \frac{4}{5}$
㉤ $-1\frac{1}{4} > -2$	

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

㉠ $\left\|-\frac{2}{3}\right\| > 0$

㉡ $\left\|-\frac{21}{56}\right\| > \left\|-\frac{8}{56}\right\|$

㉢ $\|+9.3\| = \left\|-\frac{93}{10}\right\|$

㉣ $\frac{5}{10} < \frac{8}{10}$

㉤ $-\frac{5}{4} > -\frac{8}{4}$

6. 두 유리수 -2.8 와 $+\frac{11}{3}$ 사이에 있는 정수 중 가장 작은 수를 a, 가장 큰 수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\frac{11}{3}=3\frac{2}{3}$ 이므로,

-2.8 와 $3\frac{2}{3}$ 사이에 있는 정수는 $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$ 이다.

따라서 $a=-2,\ b=3$ 이므로, $a+b=-2+3=1$ 이다.

7. 다음 나눗셈을 잘못 계산한 것은?

① $(+12) \div (-3) = -4$
② $(-12) \div (+3) = -4$
③ $0 \div (-7) = 0$
④ $(-16) \div (-8) = -2$
⑤ $(-4) \div (+1) = -4$

해설

④ $(-16) \div (-8) = +2$

8. 두 수 a, b 에 대하여 $a=\left(-\frac{4}{3}\right)\div(-2)^2$, $b=(+9)+\left(-\frac{3}{2}\right)\div\left(+\frac{1}{4}\right)$ 일 때, $a\times b$ 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$a=\left(-\frac{4}{3}\right)\div(-2)^2$$
$$=\left(-\frac{4}{3}\right)\times\frac{1}{4}=-\frac{1}{3}$$
$$b=(+9)+\left(-\frac{3}{2}\right)\div\left(+\frac{1}{4}\right)$$
$$=(+9)+\left(-\frac{3}{2}\right)\times(+4)$$
$$=(+9)+(-6)=3$$
$$\therefore\ a\times b=\left(-\frac{1}{3}\right)\times 3=-1$$

9. $3^a \times 5^b$ 이 45 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $45 = 3^2 \times 5$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 2$, $b = 1$ 일 때이므로 $a + b = 3$ 이다.

10. 공책 36 권, 볼펜 108 개, 지우개54 개를 하나도 빠짐없이 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이 때, 나누어 주는 지우개의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____개

▷ 정답 : 3 개

해설

학생 수는 36, 108, 54 의 최대공약수 18 명이고,
나누어 주는 지우개의 개수는
54 ÷ 18 = 3 (개)

11. 190, 315, 134 를 어떤 자연수로 나누었더니 나머지가 각각 1, 0, 8 이었다. 어떤 수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 9

▷ 정답: 21

▷ 정답: 63

해설

나머지가 각각 1, 0, 8 이므로
189, 315, 126 의 공약수가 어떤 수이다.
그러므로 9, 21, 63

12. 서울에서 세 개의 도시로 버스가 각각 10 분, 15 분, 12 분마다 출발한다고 한다. 오전 8 시 20 분에 이 세 방면으로 버스가 동시에 출발했다면 그 후에 세 버스가 동시에 출발하는 시간은?

① 오전 9 시
② 오전 10 시 40 분
③ 오후 1 시 10 분
④ 오후 2 시
⑤ 오후 2 시 20 분

해설

버스가 동시에 출발하는 간격은 10, 12, 15 의 최소공배수 60 (분) 이다.
즉, 1 시간 간격이므로 매시 20 분에 동시에 출발하므로 오후 2 시 20 분이다.

13. $\frac{24}{n}$ 와 $\frac{40}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 합하면?

① 8 ② 12 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

n 은 24, 40 의 공약수이고, 공약수는 최대공약수의 약수이다.
24 와 40 의 최대공약수는 8 이고,
8 의 약수는 1, 2, 4, 8 이므로
따라서 합은 $1+2+4+8=15$ 이다.

14. $\frac{12}{7}, \frac{36}{5}, \frac{15}{4}$ 의 어느 것에 곱하여도 양의 정수가 되는 분수 중 가장 작은 수는?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{100}{3}$ ④ $\frac{120}{3}$ ⑤ $\frac{140}{3}$

해설

7, 5, 4 의 최소공배수 : 140
12, 36, 15 의 최대공약수 : 3
따라서, 구하는 분수는 $\frac{140}{3}$ 이다.

15. 다음 중 옳은 것은?

① 정수는 음의 정수와 양의 정수로 나누어진다.

② $0 < b < a$ 인 두 정수 a, b 에 대하여 a 와 b 의 절댓값의 합이 4 인 경우는 $a = 3, b = 1$ 뿐이다.

③ a 의 절댓값과 b 의 절댓값이 같으면 a 와 b 의 차는 0이다.

④ 수직선에서 3 과 -4 에 대응하는 점에서 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수는 -1 이다.

⑤ 절댓값이 가장 작은 정수는 알 수 없다.

해설

① 정수는 양의 정수,0 ,음의 정수로 나누어진다.
③ a 의 절댓값과 b 의 절댓값이 같을 때 부호가 반대인 경우도 있으므로 차가 반드시 0 은 아니다.
④ 수직선에서 3 과 -4 에 대응하는 점에서 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수는 $-\frac{1}{2}$
⑤ 절댓값이 가장 작은 정수는 0

16. x 보다 -7 큰 수가 -2 이고, y 보다 4 작은 수가 -4 이다. $x-y$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 5 ③ -5 ④ 1 ⑤ -11

해설

x 보다 -7 큰 수는 왼쪽으로 7 칸 간 것과 같으므로 $x=5$ 이다.
y 보다 4 작은 수는 왼쪽으로 4 칸 간 것과 같으므로 $y=0$ 이다.
$\therefore x-y=5$

17. 다음 중 세 유리수 a, b, c 에 대하여 <u>틀린</u> 것은?

① $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$ ② $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

③ $a - b = b - a$ ④ $a \times b = b \times a$

⑤ $a + b = b + a$

해설

② $a - b \neq b - a$

18. 다음에서 350 과 서로소인 수를 모두 골라라.

㉠ 21	㉡ 46	㉢ 9	㉣ 23	㉤ 25
㉥ 169				

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉥

해설

$350 = 2 \times 5^2 \times 7$ 이므로
2, 5, 7 의 배수가 아닌 수를 찾는다.
2 의 배수는 46, 5 의 배수는 25, 7 의 배수는 21 이므로 350 과 서로소인 수는 9, 23, 169 이다.

19. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 2×3^2 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 $2\times3^2=18$ 의 약수와 같으므로
(a, b의 공약수의 개수)
= (18의 약수의 개수)
= (2×3^2의 약수의 개수)
= $(1+1)\times(2+1)$
= 6(개)

20. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3으로 나누면 2가 남고 8로 나누면 5가 남는 수들의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 164

해설

5는 3으로 나눈 나머지가 2인 수이고, 3과 8의 최소공배수는 24이므로 구하려는 수는
$24n + 5(n = 0, 1, 2, 3, \cdots)$ 인 수이다.
$\therefore 5,\ 29,\ 53,\ 77$ 이므로 $5 + 29 + 53 + 77 = 164$

21. 세 수 -2, a, 4를 수직선 위에 나타내었더니 -2 에서 a 까지의 거리가 a 에서 4 사이의 거리의 2 배가 되었다. a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

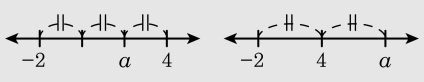
▶ 답:

▷ 정답: 2

▷ 정답: 10

해설

a 는 다음과 같이 두 가지 경우가 있을 수 있다.



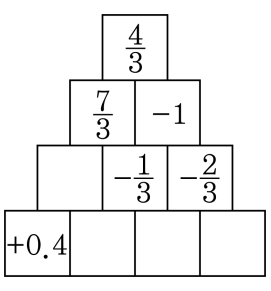
(i) $-2 < a < 4$ 인 경우

$\frac{4-(-2)}{3} = 2$ 이므로 $a = 2$ 이다.

(ii) $-2 < 4 < a$ 인 경우

$4-(-2) = 6$ 이므로 $a = 4+6 = 10$ 이다.

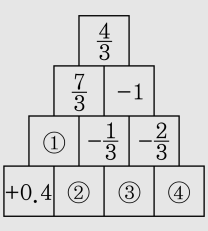
22. 다음 그림에서 이웃하는 두 수의 합을 위쪽 빈칸에 써 넣을 때 빈 칸에 들어갈 수들의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{64}{15}$

해설



$① + \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{7}{3}$, $① = \frac{7}{3} + \frac{1}{3} = \frac{8}{3}$

$(+0.4) + ② = \frac{8}{3}$, $② = \frac{8}{3} - \frac{2}{5} = \frac{40}{15} - \frac{6}{15} = \frac{34}{15}$

$\frac{34}{15} + ③ = -\frac{1}{3}$, $③ = -\frac{1}{3} - \frac{34}{15} = -\frac{5}{15} - \frac{34}{15} = -\frac{39}{15} = -\frac{13}{5}$

$-\frac{13}{5} + ④ = -\frac{2}{3}$, $④ = -\frac{2}{3} + \frac{13}{5} = -\frac{10}{15} + \frac{39}{15} = \frac{29}{15}$

$① + ② + ③ + ④ = \frac{8}{3} + \frac{34}{15} - \frac{13}{5} + \frac{29}{15} = \frac{40}{15} + \frac{34}{15} - \frac{39}{15} + \frac{29}{15} = \frac{64}{15}$

23. 600을 자연수 a로 나누면 b^2이 된다고 할 때, 가능한 $\frac{a}{b}$의 값 중 두 번째로 큰 값은? (단, b는 자연수)

① $\frac{1}{2}$ ② 600 ③ 300 ④ 150 ⑤ 75

해설

$\frac{600}{a} = \frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{a}$가 제곱수이어야 하므로

$a = 2 \times 3 \times p^2$($p$는 자연수) 꼴의 600의 약수이다.

$a = 2 \times 3 \times 1^2 = 6$일 때,

$\frac{600}{6} = 100 = 10^2 \quad \therefore b = 10$

$a = 2 \times 3 \times 2^2 = 24$일 때,

$\frac{600}{24} = 25 = 5^2 \quad \therefore b = 5$

$a = 2 \times 3 \times 5^2 = 150$일 때,

$\frac{600}{150} = 4 = 2^2 \quad \therefore b = 2$

$a = 2^3 \times 3 \times 5^2 = 600$일 때,

$\frac{600}{600} = 1^2 \quad \therefore b = 1$

$\frac{6}{10} < \frac{24}{5} < \frac{150}{2} < 600$이므로

$\frac{a}{b}$의 값 중 두 번째로 큰 값은 $\frac{150}{2} = 75$

24. 다음 조건을 만족시키는 세 정수 a, b, c 의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

> ㉠ a 와 4 의 합은 양수이고, a 와 2 의 합은 음수이다.
>
> ㉡ b 와 c 의 절댓값은 a 의 절댓값보다 작다.
>
> ㉢ b 는 c 보다 a 에 더 가깝다.

① $a < b < c$ ② $b < a < c$ ③ $a < c < b$

④ $b < c < a$ ⑤ $c < a < b$

해설

㉠ a 와 4 의 합이 양수이고, a 와 2 의 합은 음수이므로
$a < 0$ 이고 $2 <$ (a 의 절댓값)< 4 이다. $\therefore a = -3$ ($\because a$ 는 정수)
㉡ (b 와 c 의 절댓값)< 3 이므로 $-3 < b < 3$, $-3 < c < 3$ 이다.
㉢ b 는 c 보다 a 에 가깝다.
$\therefore -3 < b < c < 3$
따라서, ㉠,㉢에 의하여 $a < b < c$

25. $A_1,\ A_2,\ A_3,\ A_4, \ldots$ 가 다음과 같을 때, $2A_{2002}$ 의 값을 구하여라.

$$A_1 = \frac{1}{2}\ ,\ A_2 = \frac{1}{1-\frac{1}{2}}\ ,\ A_3 = \frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{2}}}\ A_4 = \frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{2}}}}\ , \cdots$$

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$A_1 = \frac{1}{2}, A_2 = 2, A_3 = \frac{1}{1-A_2} = -1,\ A_4 = \frac{1}{1-A_3} = \frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2}$ 이므로

3 개씩 반복된다.

따라서 $2002 = 3 \times 667 + 1$ 이므로 A_{2002} 는 A_1 와 같은 $\frac{1}{2}$ 이다.