

1. 100 이하의 자연수 중 18의 배수의 개수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

18, 36, 54, 72, 90 이므로 5 개이다.

2. 4^3 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ㉠ 12와 같다.
- ㉡ 밑은 4이다.
- ㉢ 지수는 3이다.
- ㉣ $4 \times 4 \times 4$ 를 나타낸 것이다.
- ㉤ 3^4 보다 작다.

해설

- ㉠ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ 이므로 12와 같지 않다.
- ㉤ $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 1 은 소수가 아니다.
- ② 10 은 합성수이다.
- ③ 17 은 소수이다.
- ④ 약수가 2 개인 수는 소수이다.
- ⑤ 두 소수의 합은 언제나 홀수이다.

해설

⑤ (반례) 3 과 5 는 소수이지만 두 소수의 합인 8 은 짝수이다.

4. 180을 소인수분해하면 $x^2 \times 3^2 \times y$ 이다. 이때, $y - x$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$
따라서 $x = 2, y = 5$
 $y - x = 3$

5. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 9의 약수는 1, 3, 9이다.
- ② 18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이다.
- ③ 9와 18의 최대공약수는 9이다.
- ④ 9와 18의 모든 공약수는 두 수의 최대공약수인 9의 약수와 같다.
- ⑤ 9와 18의 공약수의 개수는 2개이다.

해설

⑤ 9와 18의 공약수의 개수는 최대공약수 9의 약수와 개수와 같으므로 3개이다.

6. 12로 나누어도 1이 남고, 16로 나누어도 1이 남는 자연수 중 100보다 작은 자연수는?

① 48, 96 ② 48, 97 ③ 49, 97 ④ 50, 96 ⑤ 50, 97

해설

구하는 수는 12, 16의 공배수보다 1만큼 큰 수 중 100보다 작은 수이다. 이때, 12, 16의 최소공배수는 48이므로 12, 16의 공배수는 48, 96, ... 이다.
따라서 구하는 수는 49, 97이다.

7. x 는 360의 소수인 인수일 때, x 의 개수는?

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 소인수는 2, 3, 5이다.
따라서, x 의 개수는 3(개)이다.

8. 자연수 a, b 에 대하여 $2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하는 b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하려면 $2^2 \times 5 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 b 의 최솟값은 $a = 5$ 일 때 $2 \times 5 = 10$ 이다.

9. $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^2$ 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 72 개

해설

$$(3 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) \times (2 + 1) = 72 \text{ (개)}$$

10. 1 부터 80 까지의 자연수 중에서 80 과 공약수가 1 개인 수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 32 개

해설

80을 소인수분해하면 $80 = 2^4 \times 5$
80과 공약수가 1 개인 수는 2 의 배수도 아니고 5 의 배수도 아닌 수이므로
 $80 - (2\text{의 배수의 개수}) - (5\text{의 배수의 개수})$
 $+ (10\text{의 배수의 개수}) = 80 - 40 - 16 + 8 = 32$ (개)

11. 다음 중 세 수 96, 120, 150 의 공약수는?

① 2×5

② 2^2

③ 3^2

④ 2×3

⑤ $2 \times 3 \times 5$

해설

세 수의 최대공약수는 2×3 이고
공약수는 최대공약수는 최대공약수의 약수이다.
따라서 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3 이다

12. 다음 수들의 최소공배수를 구하여라.

$$\begin{array}{r} \square) 18 \quad 54 \\ \square) 9 \quad 27 \\ \square) \square \quad 9 \\ \square \quad \square \end{array}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

$$\begin{array}{r} 2) 18 \quad 54 \\ 3) 9 \quad 27 \\ 3) 3 \quad 9 \\ 1 \quad 3 \end{array}$$

최소공배수 : $2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54$

13. $\frac{12}{n}$ 와 $\frac{21}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 3

해설

$\frac{12}{n}, \frac{21}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 은 12 와 21 의 공약수이다.
12 와 21 의 최대공약수는 3 이므로 $n = 1, 3$ 이다.

14. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳은 것은?

① $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 4^2$

② $6 \times 6 = 2^6$

③ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 6^3$

④ $5 + 5 + 5 + 5 = 4^5$

⑤ $\frac{3 \times 3 \times 3}{4 \times 4 \times 4} = \frac{3^3}{4^3}$

해설

① $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$

② $6 \times 6 = 6^2$

③ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^3$

④ $5 + 5 + 5 + 5 = 20$

15. 소인수분해를 이용하여 세 수 15, 45, 90 의 최대공약수를 구하면?

- ① 3
- ② 5
- ③ 9
- ④ 10
- ⑤ 15

해설

3) 15

5

3) 45

3) 15

5

3) 90

3) 30

2) 10

5

15=3×5 45=3²×5 24=2×3²×5

따라서, 최대공약수는 3×5 = 15 이다.

16. 가로와 세로의 길이가 각각 4cm, 6cm인 정육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 각각 쌓아 정육면체를 만들었다. 정육면체 모양의 벽돌을 최소로 사용하여 정육면체 모양의 벽돌을 만들 때, 필요한 벽돌의 개수는?

① 14 개 ② 16 개 ③ 20 개 ④ 24 개 ⑤ 28 개

해설

정육면체의 한 변의 길이는 4, 6, 3의 최소공배수 12cm이다.
필요한 벽돌의 수는 $(12 \div 4) \times (12 \div 6) \times (12 \div 3) = 24(\text{개})$ 이다.

17. 두 수 $2^2 \times 3^a \times 7$, $2^b \times 3^5 \times c$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^4$, 최소공배수가 $2^3 \times 3^5 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$2^2 \times 3^a \times 7$, $2^b \times 3^5 \times c$
최대공약수가 $2^2 \times 3^4$, 이고,
최소공배수가 $2^3 \times 3^5 \times 5 \times 7$ 이다.
따라서 $b = 3$, $a = 4$, $c = 5$ 이다.
 $a + b + c = 4 + 3 + 5 = 12$

18. $5^4 \times \square$ 의 약수의 개수가 15 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\square = a^x$ (a 는소수) 라고 하면 $5^4 \times a^x$ 의 약수의 개수는 15 개이므로

$(4 + 1) \times (x + 1) = 15$, $x + 1 = 3$, $x = 2$ 이다.

또한 가장 작은 자연수가 되기 위해서는 $a = 2$ 이다.

따라서 $\square = a^x = 2^2 = 2 \times 2 = 4$ 이다.

19. 다음 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2$, $2^5 \times 3^2 \times 5^{a+1}$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^3 \times 5^{a+1}$ 일 때, 다음 중 자연수 a 가 될 수 없는 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

2^a 와 2^5 의 최소공배수가 2^5 이므로 a 는 5 이하의 수가 되어야 한다.

또한 5^2 과 5^{a+1} 의 최소공배수가 5^{a+1} 이므로 $a+1$ 은 2 이상의 수가 되어, a 는 1 이상의 수가 된다.

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5이다.

20. 서로 맞물려 도는 톱니바퀴 ㉠과 ㉡이 있다. ㉠의 톱니 수는 20, ㉡의 톱니 수는 15일 때, 이 톱니가 같은 이에서 다섯 번째로 다시 맞물리는 것은 ㉡이 몇 바퀴 돈 후인가?

- ① 16 바퀴 ② 18 바퀴 ③ 20 바퀴
④ 21 바퀴 ⑤ 24 바퀴

해설

20 와 15 의 최소공배수는 60 이다.
같은 지점에 첫번째로 맞물릴 때까지 ㉡ 톱니바퀴는 $60 \div 15 = 4$ (바퀴) 회전하므로
다섯번째로 맞물릴때까지 바퀴 수는 $4 \times 5 = 20$ (바퀴) 이다.