

1. 100 이하의 자연수 중 18의 배수의 개수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

18, 36, 54, 72, 90 이므로 5개이다.

2. 4^3 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 12와 같다.

② 밑은 4이다.

③ 지수는 3이다.

④ $4 \times 4 \times 4$ 를 나타낸 것이다.

⑤ 3^4 보다 작다.

해설

① $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ 이므로 12와 같지 않다.

⑤ $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 1 은 소수가 아니다.
- ② 10 은 합성수이다.
- ③ 17 은 소수이다.
- ④ 약수가 2 개인 수는 소수이다.
- ⑤ 두 소수의 합은 언제나 홀수이다.

해설

⑤ (반례) 3 과 5 는 소수이지만 두 소수의 합인 8 은 짝수이다.

4. 180을 소인수분해하면 $x^2 \times 3^2 \times y$ 이다. 이때, $y - x$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

따라서 $x = 2, y = 5$

$$y - x = 3$$

5. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 9의 약수는 1, 3, 9이다.

② 18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이다.

③ 9와 18의 최대공약수는 9이다.

④ 9와 18의 모든 공약수는 두 수의 최대공약수인 9의 약수와 같다.

⑤ 9와 18의 공약수의 개수는 2개이다.

해설

⑤ 9와 18의 공약수의 개수는 최대공약수 9의 약수와 개수와 같으므로 3개이다.

6. 12 로 나누어도 1 이 남고, 16 로 나누어도 1 이 남는 자연수 중 100 보다 작은 자연수는?

① 48, 96

② 48, 97

③ 49, 97

④ 50, 96

⑤ 50, 97

해설

구하는 수는 12, 16 의 공배수보다 1 만큼 큰 수 중 100 보다 작은 수이다. 이때, 12, 16 의 최소공배수는 48이므로 12, 16 의 공배수는 48, 96, ... 이다.

따라서 구하는 수는 49, 97 이다.

7. x 는 360의 소수인 인수일 때, x 의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 8 개

④ 16 개

⑤ 32 개

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 소인수는 2, 3, 5이다.
따라서, x 의 개수는 3(개)이다.

8. 자연수 a, b 에 대하여 $2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하는 b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하려면 $2^2 \times 5 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 b 의 최솟값은 $a = 5$ 일 때 $2 \times 5 = 10$ 이다.

9. $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^2$ 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 72 개

해설

$$(3 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) \times (2 + 1) = 72 \text{ (개)}$$

10. 1 부터 80 까지의 자연수 중에서 80 과 공약수가 1 개인 수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 32 개

해설

80을 소인수분해하면 $80 = 2^4 \times 5$

80과 공약수가 1 개인 수는 2의 배수도 아니고 5의 배수도 아닌 수이므로

$$80 - (2\text{의 배수의 개수}) - (5\text{의 배수의 개수}) \\ + (10\text{의 배수의 개수}) = 80 - 40 - 16 + 8 = 32 \text{ (개)}$$

11. 다음 중 세 수 96, 120, 150 의 공약수는?

① 2×5

② 2^2

③ 3^2

④ 2×3

⑤ $2 \times 3 \times 5$

해설

세 수의 최대공약수는 2×3 이고

공약수는 최대공약수는 최대공약수의 약수이다.

따라서 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3 이다

12. 다음 수들의 최소공배수를 구하여라.

$$\begin{array}{r} \square \overline{) 18 \quad 54} \\ \square \overline{) \quad 9 \quad 27} \\ \square \overline{) \quad \square \quad 9} \\ \quad \square \quad \square \end{array}$$

▶ 답:

▷ 정답 : 54

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18 \quad 54} \\ 3 \overline{) \quad 9 \quad 27} \\ 3 \overline{) \quad 3 \quad 9} \\ \quad 1 \quad 3 \end{array}$$

최소공배수 : $2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54$

13. $\frac{12}{n}$ 와 $\frac{21}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 3

해설

$\frac{12}{n}, \frac{21}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 은 12 와 21 의 공약수이다.

12 와 21 의 최대공약수는 3 이므로 $n = 1, 3$ 이다.

14. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳은 것은?

① $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 4^2$

② $6 \times 6 = 2^6$

③ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 6^3$

④ $5 + 5 + 5 + 5 = 4^5$

⑤ $\frac{3 \times 3 \times 3}{4 \times 4 \times 4} = \frac{3^3}{4^3}$

해설

① $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$

② $6 \times 6 = 6^2$

③ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^3$

④ $5 + 5 + 5 + 5 = 20$

15. 소인수분해를 이용하여 세 수 15, 45, 90 의 최대공약수를 구하면?

① 3

② 5

③ 9

④ 10

⑤ 15

해설

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 45} \\ 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 90} \\ 3 \overline{) 30} \\ 2 \overline{) 10} \\ 5 \end{array}$$

$$15 = 3 \times 5 \quad 45 = 3^2 \times 5 \quad 90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

따라서, 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$ 이다.

16. 가로와 세로의 길이가 4cm, 높이가 3cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 각각 쌓아 정육면체를 만들었다. 직육면체 모양의 벽돌을 최소로 사용하여 정육면체 모양의 벽돌을 만들 때, 필요한 벽돌의 개수는?

① 14 개

② 16 개

③ 20 개

④ 24 개

⑤ 28 개

해설

정육면체의 한 변의 길이는 4, 6, 3 의 최소공배수 12cm 이다.
필요한 벽돌의 수는 $(12 \div 4) \times (12 \div 6) \times (12 \div 3) = 24(\text{개})$ 이다.

17. 두 수 $2^2 \times 3^a \times 7$, $2^b \times 3^5 \times c$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^4$, 최소공배수가 $2^3 \times 3^5 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

①

12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

$$2^2 \times 3^a \times 7, 2^b \times 3^5 \times c$$

최대공약수가 $2^2 \times 3^4$, 이고,

최소공배수가 $2^3 \times 3^5 \times 5 \times 7$ 이다.

따라서 $b = 3$, $a = 4$, $c = 5$ 이다.

$$a + b + c = 4 + 3 + 5 = 12$$

18. $5^4 \times \square$ 의 약수의 개수가 15 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\square = a^x$ (a 는소수) 라고 하면 $5^4 \times a^x$ 의 약수의 개수는 15개이므로

$(4 + 1) \times (x + 1) = 15, x + 1 = 3, x = 2$ 이다.

또한 가장 작은 자연수가 되기 위해서는 $a = 2$ 이다.

따라서 $\square = a^x = 2^2 = 2 \times 2 = 4$ 이다.

19. 다음 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2$, $2^5 \times 3^2 \times 5^{a+1}$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^3 \times 5^{a+1}$ 일 때, 다음 중 자연수 a 가 될 수 없는 것은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

2^a 와 2^5 의 최소공배수가 2^5 이므로 a 는 5 이하의 수가 되어야 한다.

또한 5^2 과 5^{a+1} 의 최소공배수가 5^{a+1} 이므로 $a+1$ 은 2 이상의 수가 되어, a 는 1 이상의 수가 된다.

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5 이다.

20. 서로 맞물려 도는 톱니바퀴 ㉠과 ㉡이 있다. ㉠의 톱니 수는 20, ㉡의 톱니 수는 15일 때, 이 톱니가 같은 이에서 다섯 번째로 다시 맞물리는 것은 ㉡이 몇 바퀴 돈 후인가?

① 16 바퀴

② 18 바퀴

③ 20 바퀴

④ 21 바퀴

⑤ 24 바퀴

해설

20 와 15 의 최소공배수는 60 이다.

같은 지점에 첫번째로 맞물릴 때까지 ㉡ 톱니바퀴는 $60 \div 15 = 4$ (바퀴) 회전하므로

다섯번째로 맞물릴때까지 바퀴 수는 $4 \times 5 = 20$ (바퀴) 이다.