

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 5 는 5 의 약수이다.
- ② 6 은 6 의 배수이다.
- ③ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ④ 15 는 15 의 배수인 동시에 약수이다.
- ⑤ 7 은 7 의 약수이지만 배수는 아니다.

해설

모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다. 따라서 ⑤이다.

2. 다음 중 소수는 모두 몇 개인지 구하여라.

47, 53, 65, 97, 117, 153



답 :

개



정답 : 3 개

해설

47 의 약수 : 1, 47

53 의 약수 : 1, 53

65 의 약수 : 1, 5, 13, 65

97 의 약수 : 1, 97

117 의 약수 : 1, 3, 9, 13, 39, 117

153 의 약수 : 1, 3, 9, 17, 51, 153

이므로 소수는 47, 53, 97 의 3 개이다.

3. 350 을 소인수분해하였을 때, 각 소인수의 지수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$350 = 2 \times 5^2 \times 7$$

$$\therefore 1 + 2 + 1 = 4$$

4. $2^3 \times 3^2 \times 5$ 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3

② 5

③ 3×5

④ 5^2

⑤ 10

해설

$$2^3 \times 3^2 \times 5$$

곱해야할 가장 작은 자연수는

$$2 \times 5 = 10$$

5. $3^2 \times 5 \times 11^3$ 의 약수의 개수는?

① 9 개

② 12 개

③ 15 개

④ 18 개

⑤ 24 개

해설

약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1) = 24$ (개)

6. $2^2 \times \square \times 7$ 은 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 수이다. $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 2

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 11

해설

$$2^2 \times a^n \times 7$$

$$(2+1) \times (n+1) \times (1+1) = 12 \therefore n = 1$$

2를 제외한 가장 작은 소수는 3이므로

$$3^1 = 3$$

7. 세 수 $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 5^3$

② $2^3 \times 3^2$

③ $3^2 \times 5^2$

④ $2^2 \times 7$

⑤ $3^3 \times 7^3$

해설

$2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 7$ (지수가 작은 쪽)

8. $\frac{28}{5}$ 과 $\frac{35}{8}$ 의 어느 것에 곱하여도 자연수가 되는 분수 중 가장 작은 수는?

① $\frac{32}{7}$

② $\frac{36}{7}$

③ $\frac{40}{7}$

④ $\frac{41}{7}$

⑤ $\frac{43}{7}$

해설

구하는 기약 분수를 $\frac{a}{b}$ 로 놓으면

$$a = 40, b = 7 \text{ 이므로 } \frac{a}{b} = \frac{40}{7}$$

9. 다음은 나몰라가 잘풀어에게 보낸 암호문이다. 아래 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 270의 약수를 모두 찾아 색칠하면 나몰라가 제일 좋아하는 숫자가 나타난다. 그 수를 구하여라.

2×5	$2 \times 3 \times 5$	$3^2 \times 5$
1	$2 \times 3^3 \times 5^2$	$2^4 \times 3^3$
$2 \times 3^2 \times 5$	$2 \times 3^3 \times 5$	45
$3^2 \times 11$	200	2×3^2
90	3^3	$3^3 \times 5$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

270을 소인수분해하면 $270 = 2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 3^3 의 약수는 1, 3, 3^2 , 3^3

2의 약수는 1과 2

5의 약수는 1과 5이다.

$200 = 2^3 \times 5^2$, $45 = 3^2 \times 5$, $90 = 2 \times 3^2 \times 5$ 이다.

270의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

2×5	$2 \times 3 \times 5$	$3^2 \times 5$
1	$2 \times 3^3 \times 5^2$	$2^4 \times 3^3$
$2 \times 3^2 \times 5$	$2 \times 3^3 \times 5$	45
$3^2 \times 11$	200	2×3^2
90	3^3	$3^3 \times 5$

따라서 나몰라가 가장 좋아하는 숫자는 5이다.

10. 자연수 288의 약수의 개수와 자연수 $4 \times 3 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$288 = 2^5 \times 3^2 \text{ 이므로}$$

$$\text{약수의 개수는 } (5+1) \times (2+1) = 18 \text{ (개)}$$

$$4 \times 3 \times 7^a = 2^2 \times 3 \times 7^a \text{ 이므로}$$

약수의 개수는

$$(2+1) \times (1+1) \times (a+1) = 6 \times (a+1) \text{ (개)}$$

$$6 \times (a+1) = 18 \text{ 이므로}$$

$$a+1 = 3$$

$$\therefore a = 2$$

11. 세 자연수 $2^3 \times 3^2 \times 5^2$, $2^3 \times 3^3 \times 5$, $2^4 \times 3^2 \times 7$ 의 공약수가 아닌 것은?

① 1

② $2^3 \times 3$

③ 18

④ $2^3 \times 3 \times 5$

⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

공약수는 최대공약수의 약수, 최대공약수를 구하면 $2^3 \times 3^2$ 따라서 ④ $2^3 \times 3 \times 5$ 는 공약수가 아니다.

12. $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ 과 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수 중에서 5 의 배수인 약수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

최대공약수 : $2^2 \times 3^2 \times 5$

$2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중 5 의 배수의 개수는
 $2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수와 같다.

$\therefore (2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)

14. 두 수 $2^2 \times 3 \times 7$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최소공배수는?

① $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

② $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

③ $2^3 \times 3 \times 5 \times 7$

④ $2^3 \times 3^2$

⑤ $2^2 \times 3 \times 7$

해설

$$2^2 \times 3 \times 7, 2^3 \times 3^2 \times 5$$

최소공배수: $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이다.

15. 세 자연수 a, b, c 의 최소공배수가 120 일 때, a, b, c 의 공배수 중 500 에 가장 가까운 수는?

① 360

② 480

③ 120

④ 500

⑤ 600

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 120 의 배수 120 , 240 , 360 , 480 , 600 , $\cdots$ 중에서 500 에 가장 가까운 수는 480 이다.

16. $2^2 \times 3 \times 5$, $2 \times 3^2 \times 5$ 의 공배수가 아닌 것은?

① $2^3 \times 3^2 \times 5$

② $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$

③ $2^3 \times 3 \times 5$

④ $2^2 \times 3^2 \times 5$

⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

해설

$2^2 \times 3 \times 5$, $2 \times 3^2 \times 5$ 의 공배수는 두 수의 최소공배수인 $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.

17. 3, 5, 6 의 어느 것으로 나누어도 나머지가 2인 수 중 세 자리 자연수는 모두 몇 개인가?

① 28 개

② 29 개

③ 30 개

④ 31 개

⑤ 32 개

해설

구하는 수는 (3, 5, 6 의 공배수)+2 인 수이므로
3, 5, 6 의 최소공배수 30 이다.

30 의 배수 중 세 자리 자연수는 120, 150, $\dots$, 990 이다.

따라서 구하는 수는 122, 152, $\dots$, 992 이다.

$$122 = 30 \times 4 + 2, 992 = 30 \times 33 + 2$$

$$\therefore 33 - 3 = 30 \text{ (개)}$$

18. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

① 35

② 70

③ 105

④ 140

⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

19. 어떤 세 자연수의 비가 $2:3:4$ 이고 최대공약수가 6 일 때, 세 자연수의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 72

해설

$$\begin{array}{r} a) \underline{2 \times a \quad 3 \times a \quad 4 \times a} \\ 2) \underline{2 \quad 3 \quad 4} \\ \quad 1 \quad 3 \quad 2 \end{array}$$

최대공약수는 $a = 6$ 이고,

최소공배수는 $a \times 2^2 \times 3 = 6 \times 2^2 \times 3 = 72$ 이다.

20. 어느 버스 정류장에서는 버스 A, B, C 가 각각 10 분, 12 분, 16 분 간격으로 운행한다. 오전 9 시에 세 버스가 동시에 출발했다면 오후 6 시까지 몇 번 더 동시에 출발할지 구하여라.

▶ 답 : 번

▷ 정답 : 2 번

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 10 \quad 12 \quad 16} \\ 2 \overline{) 5 \quad 6 \quad 8} \\ \quad 5 \quad 3 \quad 4 \end{array}$$

$$(\text{최소공배수}) : 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 4 = 240$$

세 버스는 240분(= 4시간) 마다 동시에 출발한다.

$$18 - 9 = 9 (\text{시간})$$

$$9 \div 4 = 2 \cdots 1$$

오전 9 시에 동시에 출발하고 오후 6 시까지 2 번 더 동시에 출발한다.

21. 두 자연수 A, B 에서 $A \times B$ 의 값이 1440 이고, 최대공약수가 12 일 때, 차가 가장 작은 두 자연수의 합은?

① 11

② 36

③ 72

④ 84

⑤ 108

해설

최소공배수를 L 이라 하면 $1440 = 12 \times L$ 이므로 $L = 120$

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) \begin{array}{cc} A & B \\ a & b \end{array}} \end{array}$$

$$12 \times a \times b = 120$$

$a \times b = 10$ (단, a, b 는 서로소)

$A = 12 \times a, B = 12 \times b$ 이고 $A > B$ 라 하면

$a = 10, b = 1$ 또는 $a = 5, b = 2$

(i) $a = 10, b = 1$ 일 때

$$A - B = 10 \times 12 - 1 \times 12 = 108$$

(ii) $a = 5, b = 2$ 일 때

$$A - B = 5 \times 12 - 2 \times 12 = 36$$

따라서, 차가 가장 작은 두 자연수는 60, 24 이다.

22. 1 부터 50 까지의 자연수를 다음과 같이 연속하는 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다. (1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), $\dots$, (48, 49, 50) 일 때, 세 수의 합이 12 의 배수인 묶음의 수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

묶음의 합은 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, $\dots$, 147 이다.

이 중 12 의 배수는 12, 24, 36, $\dots$, 144 이므로

가운데 수가 4 의 배수가 되면 묶음의 합은 12 의 배수가 된다.

따라서, $49 = 4 \times 12 + 1$ 에서 12 개이다.

23. 10^n 에 가장 가까운 11의 배수 (단, n 은 자연수)를 작은 순서대로 $a_1, a_2, a_3, \dots$ 라 할 때, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1111110

해설

11의 배수는 짝수 자리 수의 합에서 홀수 자리 수의 합을 뺀 절댓값이 0 이거나 11의 배수인 수이므로,

10^n 에서 가장 가까운 11의 배수를 차례대로 구해 보면,

$$10 \rightarrow 11,$$

$$10^2 \rightarrow 99,$$

$$10^3 \rightarrow 1001,$$

$$10^4 \rightarrow 9999,$$

$$10^5 \rightarrow 100001,$$

$$10^6 \rightarrow 999999,$$

$$\therefore a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1111110$$

24. 600을 자연수 a 로 나누면 b^2 이 된다고 할 때, 가능한 $\frac{a}{b}$ 의 값 중 두 번째로 큰 값은? (단, b 는 자연수)

① $\frac{1}{2}$

② 600

③ 300

④ 150

⑤ 75

해설

$$\frac{600}{a} = \frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{a} \text{가 제곱수이어야 하므로}$$

$a = 2 \times 3 \times p^2$ (p 는 자연수) 꼴의 600의 약수이다.

$a = 2 \times 3 \times 1^2 = 6$ 일 때,

$$\frac{600}{6} = 100 = 10^2 \quad \therefore b = 10$$

$a = 2 \times 3 \times 2^2 = 24$ 일 때,

$$\frac{600}{24} = 25 = 5^2 \quad \therefore b = 5$$

$a = 2 \times 3 \times 5^2 = 150$ 일 때,

$$\frac{600}{150} = 4 = 2^2 \quad \therefore b = 2$$

$a = 2^3 \times 3 \times 5^2 = 600$ 일 때,

$$\frac{600}{600} = 1^2 \quad \therefore b = 1$$

$$\frac{6}{10} < \frac{24}{5} < \frac{150}{2} < 600 \text{이므로}$$

$$\frac{a}{b} \text{의 값 중 두 번째로 큰 값은 } \frac{150}{2} = 75$$

25. 두 자리 자연수 n 과 60 의 최대공약수가 12 , $n + 42$ 가 15 의 배수일 때, n 과 60 의 최소공배수를 a 라고 한다. $a + n$ 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 288

해설

$$n = 12 \times a ,$$

$n + 42 = 12 \times a + 42 = 15 \times b$ 를 만족하는 $12 \times a + 42$ 는 90 이고 이때 n 은 48 이다.

48 와 60 의 최소공배수는 240 이므로,

$$\therefore a + n = 240 + 48 = 288$$