

1.  $x$ 에 대한 다항식  $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$ 를 다항식  $B$ 로 나눌 때, 몫이  $2x + 1$ 이고, 나머지가  $-6x + 2$ 이다. 이 때, 다항식  $B$ 를 구하면?

①  $x^2 + 2x + 2$

②  $x^2 + x + 2$

③  $x^2 - x + 2$

④  $x^2 - 2x + 2$

⑤  $x^2 - 3x + 2$

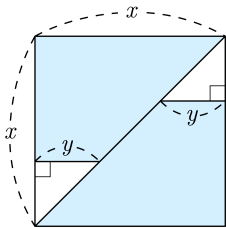
해설

$$A = B(2x + 1) - 6x + 2 \text{ 에서}$$

$$B(2x + 1) = 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2$$

$$\begin{aligned}\therefore B &= (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x + 1) \\ &= x^2 + 2x + 2\end{aligned}$$

2. 다음 그림은 한변의 길이가  $x$ 인 정사각형을 대각선을 따라 자른 후 직각이등변삼각형 2개를 떼어낸 도형이다. 이때, 색칠한 부분의 넓이를  $x, y$ 에 관한 식으로 나타내어라.



①  $xy - y^2$

②  $x^2 - y^2$

③  $x^2 - y$

④  $\frac{xy - y^2}{2}$

⑤  $\frac{x - y}{2}$

해설

$$x^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times y \times y = x^2 - y^2$$

3. 임의의  $x$  에 대하여  $x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$  를 만족하는 상수  $a, b, c, d$  의 합  $a+b+c+d$  의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

양변에  $x=0$  을 대입 하면

$$-1 = a + b + c + d$$

$$\therefore a + b + c + d = -1$$

해설

$$x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$$

$$= (x+1)\{a(x+1)^2 + b(x+1) + c\} + d$$

$$= (x+1)[(x+1)\{a(x+1) + b\} + c] + d \text{ 이므로}$$

$x^3 - 1$  을  $x+1$  로 연속으로 나눌 때

차례대로 나오는 나머지가  $d, c, b$  가 되고 마지막 몫이  $a$  이다.

|    |   |    |     |     |     |
|----|---|----|-----|-----|-----|
| -1 | 1 | 0  | 0   | -1  |     |
|    |   | -1 | 1   | -1  |     |
| -1 | 1 | -1 | 1   | -2  | ← d |
|    |   | -1 | 2   |     |     |
| -1 | 1 | -2 | 3   | ← c |     |
|    |   | -1 |     |     |     |
|    | 1 | -3 | ← b |     |     |
|    | ↑ |    |     |     |     |
|    | a |    |     |     |     |

4.  $a, b$ 는 정수이고,  $ax^3 + bx^2 + 1$ 이  $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때,  $b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

#### 해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1 + a)x^2 + (1 - a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1 + a) = b, 1 - a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

5. 다항식  $f(x)$ 를  $(x+3)(x-6)$ 으로 나누었을 때의 나머지가  $x-2$ 이었다.  
 $f(x)$ 를  $(x+3)$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

$$f(x) = (x+3)(x-6)Q(x) + x-2 \text{ 이므로}$$

$$f(-3) = -5$$

6. 다항식  $ax^3 + bx^2 - 4$  가  $x^2 + x - 2$  로 나누어 떨어지도록  $a, b$  를 정할 때,  $a$  와  $b$  의 곱을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} ax^3 + bx^2 - 4 &= (x^2 + x - 2)Q(x) \\ &= (x - 1)(x + 2)Q(x) \end{aligned}$$

양변에  $x = 1, x = -2$  를 각각 대입하면

$$a + b - 4 = 0, -8a + 4b - 4 = 0$$

두 식을 연립하여 풀면  $a = 1, b = 3$

$$\therefore ab = 3$$

해설

$$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)(ax + 2)$$

우변을 전개하여 계수를 비교하면

$$a = 1, b = 3 \therefore ab = 3$$

7. 세 다항식  $A = x^2 + 3x - 2$ ,  $B = 3x^2 - 2x + 1$ ,  $C = 4x^2 + 2x - 3$  에 대하여

$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$ 를 간단히 하면?

①  $3x^2 + 12x - 13$

②  $-3x^2 + 24x + 21$

③  $3x^2 - 12x + 21$

④  $-3x^2 - 24x + 21$

⑤  $x^2 + 12x + 11$

해설

$$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$$

$$= -2A + 5B - 4C$$

$$= -2(x^2 + 3x - 2) + 5(3x^2 - 2x + 1) - 4(4x^2 + 2x - 3)$$

$$= -3x^2 - 24x + 21$$

8. 다항식  $x^3 - 3x - 3$ 을 다항식  $x^2 - 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫이  $ax + b$ 이고, 나머지가  $cx + d$ 이었다. 이 때,  $a + b + c + d$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^3 - 3x - 3 = (x^2 - 2x - 1)(ax + b) + cx + d$$

에서 계수를 비교하면

$$a = 1, -b + d = -3, -a - 2b + c = -3, b - 2a = 0$$

$$\text{에서 } a = 1, b = 2, d = -1, c = 2$$

$$\therefore a + b + c + d = 1 + 2 + (-1) + 2 = 4$$

9.  $x + y + z = 1$ ,  $xy + yz + zx = 2$ ,  $xyz = 3$  일 때,  $(x + y)(y + z)(z + x)$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x + y + z = 1 \text{ 에서}$$

$$x + y = 1 - z$$

$$y + z = 1 - x$$

$$z + x = 1 - y$$

$$(x + y)(y + z)(z + x) = (1 - z)(1 - x)(1 - y)$$

$$= 1 - (x + y + z) + (xy + yz + zx) - xyz$$

$$= 1 - 1 + 2 - 3 = -1$$

10.  $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$ 를 전개할 때, 각 항의 계수의 총합을  $a$ , 상수항을  $b$ 라 할 때,  $a+b$ 의 값을 구하면?

① 8

② 15

③ 24

④ 36

⑤ 47

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x+2)(x-3)(x+4) \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-12)(x^2+x=X(\text{치환})) \\ &= (X-2)(X-12) \\ &= X^2-14X+24 \\ &= (x^2+x)^2-14(x^2+x)+24 \\ &= x^4+2x^3-13x^2-14x+24 \\ \therefore a &= 1+2-13-14+24=0, \quad b=24 \\ \therefore a+b &= 0+24=24 \end{aligned}$$

해설

㉠ 각 항 계수의 총합 구하기

$$x=1 \text{ 대입, } a=0$$

㉡ 상수항 구하기

$$x=0 \text{ 대입, } b=24$$

11.  $99 \times 101 \times (100^2 + 100 + 1) \times (100^2 - 100 + 1)$  을 계산하면?

①  $100^6 - 1$

②  $100^6 + 1$

③  $100^9 - 1$

④  $100^9 + 1$

⑤ 1

해설

100 =  $a$ 로 치환 하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a - 1)(a + 1)(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) \\&= (a^3 - 1)(a^3 + 1) \\&= a^6 - 1 \\&= 100^6 - 1\end{aligned}$$

12. 다항식  $f(x)$ ,  $g(x)$  에서  $f(x)$  를  $x^2 - 1$  로 나눈 나머지가 2이고  $g(x)$  를  $x^2 - 3x + 2$  로 나눈 나머지가  $2x + 1$  이다.  $2f(x) + 3g(x)$  를  $x - 1$  로 나눈 나머지는?

- ① 13      ② -13      ③ 16      ④ -16      ⑤ 26

해설

$$f(x) = (x^2 - 1)Q_1(x) + 2,$$

$$\therefore f(1) = 2$$

$$g(x) = (x^2 - 3x + 2)Q_2(x) + 2x + 1,$$

$$\therefore g(1) = 3$$

$2f(x) + 3g(x)$  를  $x - 1$  로 나눈 나머지는

$$2f(1) + 3g(1) = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 13$$

13.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3+ax^2+bx+c$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다.  $i=1$ 일 때,  $a+b+c$ 의 값을 옳게 구한 것은?

|   |   |     |     |     |
|---|---|-----|-----|-----|
| 1 | 1 | $a$ | $b$ | $c$ |
|   |   | $d$ | $e$ | $f$ |
|   | 1 | $g$ | $h$ | $i$ |

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

### 해설

다항식  $x^3+ax^2+bx+c$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

|   |   |       |         |           |
|---|---|-------|---------|-----------|
| 1 | 1 | $a$   | $b$     | $c$       |
|   |   | 1     | $a+1$   | $a+b+1$   |
|   | 1 | $a+1$ | $a+b+1$ | $a+b+c+1$ |

이때  $a+b+c+1=1$ 이므로

$$a+b+c=0$$

따라서 ③이다.

14. 다음 식의 분모를 0으로 만들지 않는 모든 실수  $x$ 에 대하여 다음 식이 성립할 때,  $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$ 의 값은?

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)\cdots(x-10)} \\ = \frac{a_1}{x-1} + \frac{a_2}{x-2} + \cdots + \frac{a_{10}}{x-10}$$

① 0

② -1

③ 1

④ -10

⑤ 10

해설

우변을 통분하여  $x$ 에 대한 내림차순으로 정리하면,

$$(\text{우변}) = \frac{(a_1 + a_2 + \cdots + a_{10})x^9 + \cdots}{(x-1)(x-2)\cdots(x-10)}$$

양변의 계수를 비교하면

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 0$$

15.  $a+b+c=1$ ,  $ab+bc+ca=1$ ,  $abc=1$  일 때,  $a^3+b^3+c^3$  의 값은?

① 3

② -3

③ 1

④  $\frac{1}{3}$

⑤  $\frac{1}{9}$

해설

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$

$$1 = a^2 + b^2 + c^2 + 2$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = -1$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3 = 1 \cdot (-1 - 1) = -2$$

$$\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 1$$

16.  $x + y = 2$ ,  $x^3 + y^3 = 14$  일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

①  $xy = -1$

②  $x^2 + y^2 = 6$

③  $x^4 + y^4 = 34$

④  $x^5 + y^5 = 86$

⑤  $x^6 + y^6 = 198$

해설

①  $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$  에서

$$14 = 2^3 - 3xy \times 2$$

$$\therefore xy = -1$$

②  $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$  에서

$$x^2 + y^2 = 2^2 - 2(-1) = 6$$

③  $x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2$  에서

$$x^4 + y^4 = 6^2 - 2(-1)^2 = 34$$

④  $x^5 + y^5 = (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x + y)$  에서

$$x^5 + y^5 = 6 \times 14 - (-1)^2 \times 2 = 82 \neq 86$$

⑤  $x^6 + y^6 = (x^3 + y^3)^2 - 2x^3y^3$  에서

$$x^6 + y^6 = 14^2 - 2(-1)^3 = 198$$

17.  $x$ 에 대한 항등식  $(x^2 - x - 1)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_6x^6$ 에서  $a_1 + a_3 + a_5$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

양변에  $x = 1$ 을 대입하면,

$$-1 = a_0 + a_1 + \cdots + a_6 \cdots \textcircled{㉠}$$

양변에  $x = -1$ 을 대입하면,

$$1 = a_0 - a_1 + \cdots + a_6 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} : -2 = 2(a_1 + a_3 + a_5)$$

$$\therefore a_1 + a_3 + a_5 = -1$$

18.  $x - y = 1$ 을 만족하는 모든 실수  $x, y$ 에 대하여 등식  $3x^2 - 5x + 1 = ay^2 + by + c$ 이 항상 성립할 때,  $a + b + c$ 의 값은? (단,  $a, b, c$ 는 상수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = y + 1$ 을 주어진 식에 대입한 후,  
 $y$ 에 대한 내림차순으로 정리한다.

$$3(y + 1)^2 - 5(y + 1) + 1 = ay^2 + by + c$$

$$(3 - a)y^2 + (1 - b)y - 1 - c = 0$$

$$\therefore a = 3, b = 1, c = -1$$

$$\therefore a + b + c = 3$$

19.  $x-1$ 로 나누면 나머지가 1이고,  $x+1$ 로 나누면 나머지가  $-1$ 인 다항식  $f(x)$ 가 있다.  $f(x)$ 를  $x^2-1$ 로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$ 라 하자.  $f(0)=0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠  $Q(0)=0$ 이다.

㉡  $f(x)$ 는 이차식이 될 수 없다.

㉢  $f(x)$ 가 삼차식이면  $f(x)=x^3$ 이다

① ㉠

② ㉡

③ ㉢, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$f(x) = (x^2 - 1)Q(x) + ax + b$$

$$f(1) = a + b = 1, \quad f(-1) = -a + b = -1$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 0$$

$$\therefore f(x) = (x^2 - 1)Q(x) + x$$

$$\text{㉠ } f(0) = -Q(0) = 0 \quad \therefore \text{참}$$

㉡  $f(x)$ 가 이차식이기 위해서는  $Q(x)$ 가 0이 아닌 상수이어야 하는데  $Q(0)=0$ 이므로 그런 경우는 없다.  $\therefore$  참

$$\text{㉢ } Q(0) = 0 \text{이므로 } Q(x) = ax \quad (a \neq 0)$$

$$\therefore f(x) = ax(x^2 - 1) + x \quad (a \neq 0) \quad \therefore \text{거짓}$$

20. 등식  $2x^2 - 6x - 2 = a(x+1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x+1)$  가  $x$  의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수  $a + b + c$  의 값을 구하면?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

$x = 0$  을 대입하면 :  $a = 1$

$x = -1$  을 대입하면 :  $b = 2$

$x = 2$  을 대입하면 :  $c = -1$

$\therefore a + b + c = 2$