1. 다음 안에 들어갈 것을 순서대로 써라.

방정식 $x^2 = 2x - 1$ 은 이항하여
 $x^2 - 2x + 1 = (x - \text{□})^2 = \text{□}$ 으로 정리되므로 x 에 대한
 이라고 하며, 그 해는 $x = \text{□}$ 또는 $x = \text{□}$ 이다.
이와 같이 근이 중복되어 있을 때, 이 근을 이라고 한다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 이차방정식

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 중근

해설

(이차식) = 0 의 형태를 이차방정식이라 한다.

2. 다음 중 x 에 관한 이차방정식이 아닌 것은?

① $\frac{1}{2}x^2 = 0$

② $(x-1)(x+1) = 0$

③ $(x+3)^2 = 2x$

④ $\frac{x^2+1}{3} = -3$

⑤ $(x+2)(x-2) = x^2 + x + 1$

해설

⑤ $x^2 - 4 = x^2 + x + 1$

$\therefore x + 5 = 0$ (일차 방정식)

3. $x(ax+1)-3=-2x^2-bx+c$ 가 이차방정식일 때, a 값이 될 수 없는 것을 구하여라.(단, a, b, c 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}x(ax+1)-3 &= -2x^2-bx+c \text{ 에서} \\(a+2)x^2+(1+b)x-3-c &= 0 \\a+2 \neq 0 \text{ 이어야 하므로 } a &\neq -2\end{aligned}$$

4. 식 $2(x+2)^2 = x^2 - x$ 을 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, b 의 값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} 2(x+2)^2 &= x^2 - x \\ 2(x^2 + 4x + 4) &= x^2 - x \\ 2x^2 + 8x + 8 - x^2 + x &= 0 \\ x^2 + 9x + 8 &= 0 \\ \therefore b &= 9 \end{aligned}$$

5. 다음 중 이차방정식이 아닌 것을 고르면?

① $x^2 + 3 = x^2 - 6x + 9 + 4x$ ② $2x^2 + 3x + 1 = 0$

③ $x(2x + 1) = 4x^2 - 1$ ④ $3x^2 - x = 0$

⑤ $(x - 1)(x - 2) = x - 5$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 의 꼴이므로

① $x^2 + 3 = x^2 - 6x + 9 + 4x$

$2x - 6 = 0$: 일차방정식

6. 다음 중 x 에 관한 이차방정식인 것은?

① $2x^2 + 1 = (2x - 1)(x + 3)$

② $(x - 1)(x + 1) = (x + 1)^2$

③ $-3(x^2 + x) = 2x - 3x^2 + 1$

④ $x^2 + 1 = (x - 1)(2 - x)$

⑤ $x(x^2 - 5) = (x + 1)(x + 2)$

해설

① 정리하면 $5x - 4 = 0$: 일차방정식

② 정리하면 $x + 1 = 0$: 일차방정식

③ 정리하면 $5x + 1 = 0$: 일차방정식

④ 정리하면 $2x^2 - 3x + 3 = 0$: 이차방정식

⑤ 정리하면 $x^3 - x^2 - 8x - 2 = 0$: 삼차방정식

7. 이차방정식 $3(x-4)^2 = (x+2)(x-7)$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $a+b+c$ 의 값은? (단, $a > 0, a, b, c$ 는 정수)

- ① 45 ② 46 ③ 47 ④ 48 ⑤ 49

해설

$$\begin{aligned} 3(x-4)^2 &= (x+2)(x-7) \\ 3x^2 - 24x + 48 &= x^2 - 5x - 14 \\ 2x^2 - 19x + 62 &= 0 \\ a = 2, b = -19, c = 62 \\ \therefore a + b + c &= 45 \end{aligned}$$

8. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$$

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ $\frac{33}{2}$

해설

$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$ 를 정리하면,

$$(a - 8)x^2 + (-3 - 2c)x - b + 10 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 8 = 0, \quad -3 - 2c = 0, \quad -b + 10 = 0$$

$$\therefore a = 8, \quad b = 10, \quad c = -\frac{3}{2}$$

$$a + b + c = \frac{33}{2} \text{이다.}$$

9. 다음 이차방정식 중에서 $x = 1$ 을 해로 갖지 않는 것은?

① $x^2 = 1$

② $(x - 1)(x + 2) = 0$

③ $x^2 - x - 2 = 0$

④ $x^2 - 2x + 1 = 0$

⑤ $3x^2 - x - 2 = 0$

해설

$x = 1$ 을 각 이차방정식에 대입해 보면

③ $1 - 1 - 2 \neq 0$ 으로 성립하지 않는다.

10. 다음 중에서 $x = 0$ 과 $x = 2$ 를 모두 해로 가지는 이차방정식은?

① $x(x+2) = 0$ ② $x(x-2) = 0$

③ $(x-1)(x+2) = 0$ ④ $(x-2)^2 = 0$

⑤ $x^2 = 0$

해설

$x = 0$ 과 $x = 2$ 를 대입했을 때 모두 성립하는 것은 ②뿐이다.

11. 이차방정식 $x^2 - 5 = 0$ 의 해는?

- ① $x = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$ ② $x = \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$ ③ $x = \pm \sqrt{5}$
④ $x = \pm \frac{5}{2}$ ⑤ $x = \pm 5$

해설

$$x^2 - 5 = 0, x^2 = 5$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{5}$$

12. x 가 $-2, -1, 0, 1, 2$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 의 해는?

① $x = -2$

② $x = -1$

③ $x = 0$

④ $x = 1$

⑤ $x = 2$

해설

x 에 $-2, -1, 0, 1, 2$ 를 대입하면 $x = 1$ 일 때에만 성립한다.
따라서 해는 $x = 1$ 이다.

13. $x^2 - x - 56 = 0$ 의 해 중 $2x - 8 > 0$ 를 만족하는 것을 a 라 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$\begin{aligned}x^2 - x - 56 &= 0 \\(x - 8)(x + 7) &= 0 \\x = 8 \text{ 또는 } x = -7 \\2x - 8 &> 0 \\x &> 4 \\\therefore a &= 8\end{aligned}$$

14. x 가 $-1, 0, 1$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 의 해를 구하면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ $-1, 4$ ⑤ 4

해설

$$x^2 - 3x - 4 = 0, (x - 4)(x + 1) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -1$$

15. 이차방정식 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $ab(a+b)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned}(x-a)(x-b) &= 0 \\ x^2 - (a+b)x + ab &= 0 \\ a+b &= 3, ab = 2 \\ \therefore ab(a+b) &= 2 \times 3 = 6\end{aligned}$$

16. 이차방정식 $3x^2 - x + 2 = 0$ 의 한 근을 A , 이차방정식 $x^2 - 3x - 6 = 0$ 의 한 근을 B 라 할 때, $3A^2 + B^2 - A - 3B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$3A^2 - A + 2 = 0, B^2 - 3B - 6 = 0 \text{ 이므로}$$

$$3A^2 - A = -2, B^2 - 3B = 6$$

$$\begin{aligned} \therefore 3A^2 + B^2 - A - 3B &= 3A^2 - A + B^2 - 3B \\ &= -2 + 6 = 4 \end{aligned}$$

17. $x^2 + ax + 4 = 0$ 의 두 근이 1, b 일 때, a , b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -5$

▷ 정답: $b = 4$

해설

$1^2 + a + 4 = 0$ 이므로 $a = -5$

즉, $x^2 - 5x + 4 = 0$ 이므로 $(x - 1)(x - 4) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = 4$

따라서 $b = 4$ 이다.

18. 이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 의 한 근이 -5 일 때, a 의 값을 구하면?

- ① -15 ② -8 ③ 1 ④ 8 ⑤ 15

해설

이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 에 $x = -5$ 를 대입하면 $25 - 10 - a = 0$
 $\therefore a = 15$

19. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 의 한 근이 2일 때, a 의 값을 구하면?

- ① 14 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

해설

이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면,
 $2 \times 2^2 - 11 \times 2 + a = 0$
 $8 - 22 + a = 0$
 $\therefore a = 14$

20. 두 이차방정식 $x^2 + 3x + a = 0$ 과 $x^2 - 2x + b = 0$ 이 모두 1을 근으로 가질 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = -4, b = 1$

② $a = -4, b = -1$

③ $a = -3, b = 1$

④ $a = 4, b = -1$

⑤ $a = -3, b = -1$

해설

$x = 1$ 을 두 방정식에 각각 대입하면
 $1 + 3 + a = 0 \therefore a = -4$
 $1 - 2 + b = 0 \therefore b = 1$

21. 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 $2x^2 - ax + 5a + 4 = 0$ 의 근일 때, a^2 의 값은?

- ① 9 ② 13 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 5x + 6 &= 0 \\(x - 3)(x - 2) &= 0 \\x &= 3 \text{ 또는 } x = 2 \\x = 2 \text{ 가 } 2x^2 - ax + 5a + 4 = 0 \text{ 의 근이므로 대입하면} \\2(2^2) - 2a + 5a + 4 &= 0 \\3a &= -12 \\a &= -4 \\\therefore a^2 &= (-4)^2 = 16\end{aligned}$$

22. 이차방정식 $x^2 - 3x - 10 = 0$ 의 두 근 중 양수인 근이 이차방정식 $x^2 - ax + 40 = 0$ 의 근일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$x^2 - 3x - 10 = 0 \text{ 에서 } (x+2)(x-5) = 0$$

$$(x+2) = 0 \text{ 또는 } (x-5) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 5$$

따라서 $x^2 - ax + 40 = 0$ 의 한 근이 5 이므로

$$5^2 - 5a + 40 = 0$$

$$\therefore a = 13$$

23. 이차방정식 $x^2 + ax - 2 = 0$ 의 한 근이 $x = -2$ 이고, $x^2 + 3x + b = 0$ 의 한 근이 $x = -1$ 일 때, ab 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2 + ax - 2 = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면,
 $4 - 2a - 2 = 0 \quad \therefore a = 1$
 $x^2 + 3x + b = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면,
 $1 - 3 + b = 0 \quad \therefore b = 2$
 $\therefore ab = 2$

24. 이차방정식 $x^2+ax+6=0$ 의 한 근이 3이고 다른 한 근이 이차방정식 $5x^2-x+b=0$ 의 한 근일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$x^2+ax+6=0$ 에 $x=3$ 을 대입하면 $a=-5$ 이다.

$x^2-5x+6=0$, $(x-2)(x-3)=0$ 이므로

다른 한 근은 $x=2$ 이다.

$5x^2-x+b=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면 $b=-18$

$\therefore a-b=-5-(-18)=13$

25. 이차방정식 $x^2 + (a - 1)x - a = 0$ 의 한 근이 12 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

한 근이 12 이므로 주어진 식에 x 대신 12 를 대입하면

$$12^2 + (a - 1) \times 12 - a = 0$$

$$132 + 11a = 0$$

$$\therefore a = -12$$

26. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 한 근을 a 이라 할 때, $a - \frac{1}{a}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ -4

해설

$$x \text{ 에 } a \text{ 를 대입하면 } a^2 + 4a - 1 = 0$$

$$\text{양변을 } a \text{ 으로 나누면 } a + 4 - \frac{1}{a} = 0$$

$$\therefore a - \frac{1}{a} = -4$$

27. $x^2 - \sqrt{7}x + 1 = 0$ 의 한 근을 α 라 할 때, $\alpha - \frac{1}{\alpha}$ 의 값은?

- ① ± 1 ② 0 ③ $\pm\sqrt{3}$ ④ $\pm\sqrt{2}$ ⑤ $\pm\sqrt{7}$

해설

α 가 주어진 방정식의 근이므로

$x = \alpha$ 를 대입하면 $\alpha^2 - \sqrt{7}\alpha + 1 = 0$

양변을 α 로 나누면 $\alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{7}$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 - 4$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 7 - 4 = 3$$

$$\therefore \alpha - \frac{1}{\alpha} = \pm\sqrt{3}$$

28. 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 한 근을 k 라고 할 때, $ak^2 + bk + 5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 한 근이 k 이므로 $ak^2 + bk + 3 = 0$,
 $ak^2 + bk = -3$ 이므로
 $ak^2 + bk + 5 = -3 + 5 = 2$

29. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$x = a \text{ 를 대입하면 } a^2 - 3a + 1 = 0$$

$$\text{양변을 } a \text{ 로 나누면 } a - 3 + \frac{1}{a} = 0$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = 3$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

30. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a^2 + \frac{4}{a^2}$ 의 값은?

- ① 12 ② 13 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$x = a$ 를 주어진 이차방정식에 대입하면 $a^2 - 4a + 2 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 4 + \frac{2}{a} = 0$ 이므로 $a + \frac{2}{a} = 4$

$$\therefore a^2 + \frac{4}{a^2} = \left(a + \frac{2}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$$