

1. 두 분수 $\frac{21}{16}$, $\frac{35}{24}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는 분수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라.

- ① $\frac{8}{7}$ ② $\frac{48}{7}$ ③ $\frac{8}{105}$ ④ $\frac{48}{105}$ ⑤ $\frac{1}{35}$

해설

구하려는 분수를 $\frac{b}{a}$ 라고 하자.

$$\frac{21}{16} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 16 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 21 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{35}{24} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 24 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 35 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 공배수})}{(21, 35 \text{의 공약수})} \dots \text{㉠ 이다.}$$

㉠을 만족하는 가장 작은 분수

$$\frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 최소공배수})}{(21, 35 \text{의 최대공약수})}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{48}{7}$$

2. $\frac{8}{n}, \frac{24}{n}, \frac{36}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 곱하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

n 은 8, 24, 36 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
8, 24, 36 의 최대공약수는 4 이다.
4 의 약수는 1, 2, 4 이다.
따라서 8 이다.

3. 세 수 2×7^4 , $2^a \times 3 \times 7^3$, $2 \times b^c \times 7^d$ 의 최대공약수가 2×7^3 이고, 최소공배수가 $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^5$ 일 때, $a \times b - c \times d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

최대공약수가 2×7^3 ,
최소공배수가 $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^5$ 이므로
 $a = 3, b = 5, c = 2, d = 5$
 $\therefore a \times b - c \times d = 3 \times 5 - 2 \times 5 = 5$

4. 12로 나누어도 1이 남고, 16로 나누어도 1이 남는 자연수 중 100보다 작은 자연수는?

① 48,96 ② 48,97 ③ 49,97 ④ 50,96 ⑤ 50,97

해설

구하는 수는 12, 16의 공배수보다 1만큼 큰 수 중 100보다 작은 수이다. 이때, 12, 16의 최소공배수는 48이므로 12, 16의 공배수는 48, 96, ... 이다.
따라서 구하는 수는 49, 97이다.

6. 18 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때 곱해야 할 자연수를 가장 작은 것부터 3 개를 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 18

해설

$$18 = 2 \times 3^2$$

곱해야 할 자연수를 x 라 할 때,

$$(2 \times 3^2) \times x = y^2$$

$$x = 2, 2 \times 2^2, 2 \times 3^2, \dots$$

$$= 2, 8, 18, \dots$$

7. $15 \times x$, $20 \times x$ 의 최소공배수가 180 이라고 할 때 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$15 \times x$, $20 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times x = 180$ 이다.
따라서 $x = 3$ 이다.

8. 두 자연수 $6 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 90 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$6 \times x = 2 \times 3 \times x$, $10 \times x = 2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는 $2 \times 3 \times 5 \times x = 90$ 따라서 $x = 3$ 이다.

9. 두 수 $2^2 \times 3^3 \times 5^2$, $2 \times 3^4 \times 7$ 의 최소공배수를 구하면, $2^A \times 3^B \times 5^C \times 7^D$ 이다.

$A + B + C + D$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$2^2 \times 3^3 \times 5^2$ 와 $2 \times 3^4 \times 7$ 의 최소공배수는
 $2^2 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$ 이므로
 $A = 2$, $B = 4$, $C = 2$, $D = 1$ 이고,
 $A + B + C + D = 9$ 이다.

10. 360 을 가장 작은 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 나누어야 하는 가장 작은 자연수는?

- ① 1 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

따라서 나누어야 하는 가장 작은 자연수는 $2 \times 5 = 10$ 이다.

11. 다음은 골드바흐가 생각해낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은?

보기

[골드바흐의 추측]

2보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

- ① $12 = 5 + 7$ ② $14 = 3 + 11$ ③ $16 = 5 + 11$
④ $18 = 7 + 11$ ⑤ $20 = 9 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 이므로 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은 $20 = 9 + 11$ 이다.

12. $2^{10} = 1024$ 를 이용하여 $1024 - 2^9 - 2^a = 256$ 을 만족하는 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$2^{10} = 1024$ 이므로 $2^9 = 512$ 이다.
따라서 $1024 - 512 - 2^a = 256$, $2^a = 256$ 이므로 $a = 8$ 이다.

13. 200 에 가장 가까운 14 의 배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 196

해설

$14 \times 14 = 196$, $14 \times 15 = 210$ 이므로 200 에 가장 가까운 배수는 196 이다.

14. 가로 6cm, 세로 9cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이는?

- ① 6cm ② 9cm ③ 15cm ④ 18cm ⑤ 36cm

해설

6 과 9 의 최소공배수가 구하는 정사각형의 한 변이므로 18cm 가 된다.

15. 고속버스 터미널에서 대전행 버스는 10 분마다 한 대씩, 광주행 버스는 15 분마다, 여수행 버스는 18 분마다 한 대씩 출발한다. 세 버스가 오전 9 시에 동시에 출발했을 때, 바로 다음으로 동시에 출발하는 시각은?

- ① 오전 9 시 30 분 ② 오전 10 시
- ③ 오전 10 시 30 분 ④ 오후 9 시
- ⑤ 오후 9 시 30 분

해설

10, 15, 18 의 최소공배수를 구한다.

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 10 \ 15 \ 18} \\ 2 \overline{) 2 \ 3 \ 18} \\ 3 \overline{) 1 \ 3 \ 9} \\ \quad 1 \ 1 \ 3 \end{array}$$

$\therefore 5 \times 2 \times 3 \times 1 \times 1 \times 3 = 90$
따라서 오전 9 시부터 90 분 후인 오전 10 시 30 분에 동시에 출발한다.

16. 두 자연수 a, b 의 최소공배수가 64 일 때, a 와 b 의 공배수 중 300에 가장 가까운 수는?

- ① 192 ② 256 ③ 294 ④ 305 ⑤ 320

해설

최소공배수의 배수인 64, 128, 192, 256, 320, ... 중 300에 가장 가까운 수는 320이다.

17. 이벤트 행사에 참여한 어느 단체가 지우개 36 개, 공책 60 권, 볼펜 72 개를 받았다. 이들 지우개, 공책, 볼펜을 하나도 빠짐없이 될 수 있는 대로 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려면 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명 ② 14 명 ③ 12 명 ④ 6 명 ⑤ 4 명

해설

$$36 = 2^2 \times 3^2, 60 = 2^2 \times 3 \times 5, 72 = 2^3 \times 3^2$$

$$36, 60, 72 \text{의 최대공약수는 } 2^2 \times 3 = 12$$

18. 다음 중 세 수 108, 144, 162 의 공약수는?

- ① $2^2 \times 3^2$ ② $2^2 \times 5$ ③ 2×3^2
④ 2×3^3 ⑤ $2^2 \times 3$

해설

세 수의 최대공약수는 2×3^2 이고
공약수는 최대공약수는 최대공약수의 약수이다.
따라서 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3 , 3^2 , 2×3^2 이다.

19. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2 의 지수가 4 이므로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.
같은 방식으로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11 의 지수가 3 이므로
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.
따라서 $a = 3$, $b = 1$

20. 다음 중 2와 서로소인 수는 모두 몇 개인가?

3, 4, 5, 6, 7, 9, 10

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

2와 서로소인 수는 3, 5, 7, 9로 총 4개이다.

21. $2^4 \times \square$ 의 약수의 개수가 15 개일 때, \square 안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$15 = 5 \times 3 = (4 + 1) \times (2 + 1)$$

\square 에 알맞은 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$

$\therefore 9$

22. $3^2 \times 5 \times 7^x$ 의 약수의 개수가 72 의 약수의 개수와 같을 때, 자연수 x 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 72 의 약수의 개수:

$$(3+1) \times (2+1) = 12 \text{ (개)}$$

$3^2 \times 5 \times 7^x$ 의 약수의 개수:

$$(2+1) \times (1+1) \times (x+1) = 12 \text{ (개)}$$

$$\therefore x = 1$$

23. 다음 중 소인수 분해 하였을 때, 소인수가 다른 것끼리 짝지은 것은?

- ① 28 ② 56 ③ 112 ④ 128 ⑤ 196

해설

- ① $28 = 2^2 \times 7$ 이므로
28 의 소인수는 2, 7
② $56 = 2^3 \times 7$ 이므로
56 의 소인수는 2, 7
③ $112 = 2^4 \times 7$ 이므로
112 의 소인수는 2, 7
④ $128 = 2^7$ 이므로
128 의 소인수는 2
⑤ $196 = 2^2 \times 7^2$ 이므로
196 의 소인수는 2, 7

24. 다음 중 4^5 을 나타낸 식은?

① 4×5

② $4 + 4 + 4 + 4 + 4$

③ $5 \times 5 \times 5 \times 5$

④ $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$

⑤ 5×4

해설

$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$ 이다.

25. 두 자연수의 곱이 84 이고 최대공약수가 1 일 때, 최소공배수는?

- ① 42 ② 84 ③ 90 ④ 168 ⑤ 336

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) × (최소공배수) 이므로
 $84 = 1 \times (\text{최소공배수})$
따라서 최소공배수는 84 이다.

26. 세 자연수 8, 12, 16의 최소공배수는?

- ① 24 ② 32 ③ 36 ④ 40 ⑤ 48

해설

만드시 소수로만 나누는 것이 아니라 공통으로 나누어지는 수 중에서 가능한 한 큰 수로 나누어도 된다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \quad 12 \quad 16} \\ \underline{2 \quad 4 \quad 6 \quad 8} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 2 \quad 3 \quad 4} \\ \underline{1 \quad 3 \quad 2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 3 \quad 2 \end{array}$$

(최소공배수) : $2 \times 2 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 = 48$

27. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 24 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 8 개

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 24의 약수와 같으므로 $24 = 2^3 \times 3$
(a, b 의 공약수의 개수) = (24의 약수의 개수)
= $(3 + 1) \times (1 + 1)$
= 8(개)

28. 다음 수 중에서 약수가 가장 많은 수를 써라.

36 48 64 120

▶ 답:

▷ 정답: 120

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개)

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $(4+1) \times (1+1) = 10$ (개)

$64 = 2^6$ 이므로 $6+1 = 7$ (개)

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 $(3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16$ (개)

29. 다음 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 한글 자음 중 하나가 나타난다. 그 한글 자음은 무엇인지 찾아라.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

3^4 의 약수는 1, 3, 3^2 , 3^3 , 3^4 이고 11^5 의 약수는 1, 11, 11^2 , 11^3 , 11^4 , 11^5 이다.

표의 수들을 소인수분해하면 $16 = 2^4$, $121 = 11^2$, $33 = 3 \times 11$ 이다.

$3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

30. 40 을 소인수분해하면?

① 1×40

② 2×20

③ $2^2 \times 10$

④ $2^3 \times 5$

⑤ 8×5

해설

40 을 소인수분해하면 다음과 같다. $40 = 2^3 \times 5$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)40} \\ 2 \overline{)20} \\ 2 \overline{)10} \\ \underline{\quad} \\ 5 \end{array}$$

31. 다음 수 중에서 합성수의 개수를 구하여라.

1 3 5 15 31 35 53

▶ 답: 개

▶ 정답: 2 개

해설

각각의 수의 약수를 구해 보면

1의 약수 : 1

3의 약수 : 1, 3

5의 약수 : 1, 5

15의 약수 : 1, 3, 5, 15

31의 약수 : 1, 31

35의 약수 : 1, 5, 7, 35

53의 약수 : 1, 53

따라서 합성수는 15, 35 이므로 그 개수는 모두 2 개이다.