1. $\sqrt{12}\times\sqrt{18}\times\sqrt{75}=a\sqrt{2}$ 일 때, a 의 값은?

① 12 ② 15 ③ 30 ④ 90 ⑤ 120

해설

$\sqrt{12}\times\sqrt{18}\times\sqrt{75}$

$=\sqrt{2^2\times3}\times\sqrt{3^2\times2}\times\sqrt{5^2\times3}$

$=2\sqrt{3}\times3\sqrt{2}\times5\sqrt{3}$

$=10\times3\times3\sqrt{2}=90\sqrt{2}$

$\therefore\ a=90$

2. 다음 중 수의 형태를 $\sqrt{x}$ 는 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로, $a\sqrt{b}$ 는 $\sqrt{x}$ 의 꼴로 바르게 나타낸 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ ② $\sqrt{98} = 6\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{7} = \sqrt{63}$

④ $8\sqrt{2} = \sqrt{256}$ ⑤ $4\sqrt{3} = \sqrt{24}$

해설

① $\sqrt{50} = \sqrt{5^2 \times 2} = 5\sqrt{2}$
② $\sqrt{98} = \sqrt{7^2 \times 2} = 7\sqrt{2}$
③ $3\sqrt{7} = \sqrt{3^2 \times 7} = \sqrt{63}$
④ $8\sqrt{2} = \sqrt{8^2 \times 2} = \sqrt{128}$
⑤ $4\sqrt{3} = \sqrt{4^2 \times 3} = \sqrt{48}$

3. $\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ 의 분모를 유리화한 것은?

① $-2\sqrt{2}$ ② $3-2\sqrt{2}$ ③ $-3+2\sqrt{2}$

④ $3+2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$$\frac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = 3+2\sqrt{2}$$

4. $\dfrac{3+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}$ 를 간단히 하면?

① $\dfrac{11-6\sqrt{2}}{7}$ ② $\dfrac{11+6\sqrt{2}}{7}$ ③ $\dfrac{-11+6\sqrt{2}}{7}$
④ $\dfrac{21-6\sqrt{2}}{7}$ ⑤ $\dfrac{21+6\sqrt{2}}{7}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{3+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} &= \frac{(3+\sqrt{2})(3+\sqrt{2})}{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})} \\ &= \frac{3^2+2\times 3\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2}{3^2-(\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{11+6\sqrt{2}}{7}\end{aligned}$$

5. $\dfrac{4}{\sqrt{3}-2}$ 의 분모를 유리화하면?

① $4\sqrt{3}+8$ ② $-4\sqrt{3}+8$ ③ $-4\sqrt{3}-8$

④ $-4\sqrt{3}+2$ ⑤ $-4\sqrt{3}-2$

해설

$$\frac{4(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)}=\frac{4\sqrt{3}+8}{-1}=-4\sqrt{3}-8$$

6. $\sqrt{120}$ 에 $\sqrt{a}$ 를 곱했더니 자연수가 되었다. a 의 최솟값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\sqrt{120} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5}$ 이므로 지수가 홀수인 경우 짝수가 되도록 맞춘다. 이렇게 해서 최솟값으로 만들기 위해서는 $\sqrt{2^4 \times 3^2 \times 5^2}$ 이 되어야 한다.

따라서 $\sqrt{120}\sqrt{a} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5}\sqrt{a} = \sqrt{2^4 \times 3^2 \times 5^2}$

$\therefore \sqrt{a} = \sqrt{2 \times 3 \times 5}$

$\therefore a = 2 \times 3 \times 5$

7. $\sqrt{135 \times a}$ 가 정수가 되는 가장 작은 자연수 a 의 값은?

① 17 ② 15 ③ 7 ④ 5 ⑤ 3

해설

$135 \times a$ 가 제곱수이어야 한다. 135 를 소인수분해하면 $3^3 \times 5$ 이다.
따라서, $135a = 3^3 \times 5 \times a$ 꼴이고 제곱수인 3^2 을 제외한 $15a$ 도 제곱수이다.
∴ 가장 작은 자연수 a 는 15 이다.

8. $\sqrt{56x}$ 가 자연수가 되기 위한 최소의 자연수 x 는?

① 2 ② 4 ③ 7 ④ 14 ⑤ 28

해설

$56x = 2^3 \times 7 \times x$ 이므로 가장 작은 자연수 $x = 14$

9. 다음 보기 중에서 가장 큰 수를 구하면?

① $\frac{1}{2}$ ② $\sqrt{\frac{3}{4}}$ ③ $\sqrt{7}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{8}$

해설

$\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$, $\sqrt{\frac{3}{4}}$, $\sqrt{7}$, $3 = \sqrt{9}$, $\sqrt{8}$

큰 숫자 순서로 배열하면 $3 > \sqrt{8} > \sqrt{7} > \sqrt{\frac{3}{4}} > \frac{1}{2}$ 이다.

10. 다음 두 수의 대소 관계가 옳지 <u>않은</u> 것을 <u>모두</u> 고르면?

① $\sqrt{0.1} < \sqrt{0.5}$
② $-\sqrt{5} > -\sqrt{3}$
③ $\sqrt{0.1} < 0.1$
④ $\sqrt{27} > 5$
⑤ $7 < \sqrt{51}$

해설

② $-\sqrt{5} < -\sqrt{3}$
③ $\sqrt{0.1} > \sqrt{0.01}$

11. 세 수 $a=\sqrt{8}$, $b=2+\sqrt{2}$, $c=3$ 의 대소 관계를 나타내면?

① $a<b<c$　② $a<c<b$　③ $c<a<b$

④ $c<b<a$　⑤ $b<a<c$

해설

$3=\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{8}<3$, $b-c=2+\sqrt{2}-3=\sqrt{2}-1>0$이므로

$b>c$

$\therefore a<c<b$

12. 다음 세 수 a , b , c 의 대소 관계를 올바르게 나타낸 것은?

$$a = \sqrt{3} + 3 \text{ , } b = 5 - \sqrt{2} \text{ , } c = 4$$

① $a < b < c$ ② $b < a < c$ ③ $b < c < a$

④ $c < a < b$ ⑤ $c < b < a$

해설

$b - c = (5 - \sqrt{2}) - 4 = 1 - \sqrt{2} < 0$, $b < c$

$a - c = (\sqrt{3} + 3) - 4 = \sqrt{3} - 1 > 0$, $a > c$

$\therefore b < c < a$

13. 다음 세 수 $a = 4 - \sqrt{7}$, $b = 2$, $c = 4 - \sqrt{8}$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

① $a < b < c$　② $a < c < b$　③ $b < a < c$

④ $b < c < a$　⑤ $c < a < b$

해설

$1 < a < 2$ 이고

$-\sqrt{9} < -\sqrt{8} < -\sqrt{4}$

$4 - \sqrt{9} < 4 - \sqrt{8} < 4 - \sqrt{4}$

$\therefore\ 1 < 4 - \sqrt{8} < 2$

$\therefore\ 1 < c < 2$

$a - c = (4 - \sqrt{7}) - (4 - \sqrt{8}) = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$

$\therefore\ a > c$

$\therefore\ c < a < b$

14. $\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}(1+2\sqrt{3})$을 간단히 하면?

① $3\sqrt{2}-6\sqrt{6}$ ② $3\sqrt{2}+2\sqrt{6}$ ③ $4\sqrt{2}-\sqrt{6}$

④ $4\sqrt{2}+3\sqrt{6}$ ⑤ $5\sqrt{2}+3\sqrt{6}$

해설

$\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}(1+2\sqrt{3})$
$=4\sqrt{2}-4\sqrt{6}-(\sqrt{2}+2\sqrt{6})$
$=4\sqrt{2}-4\sqrt{6}-\sqrt{2}-2\sqrt{6}$
$=3\sqrt{2}-6\sqrt{6}$

15. $a=\sqrt{3}+3\sqrt{2},\ b=6\sqrt{3}-2\sqrt{2}$ 일 때, $5a+3b$ 를 간단히 하면?

① $9\sqrt{2}+21\sqrt{3}$ ② $9\sqrt{2}+22\sqrt{3}$ ③ $9\sqrt{2}+23\sqrt{3}$

④ $9\sqrt{2}+24\sqrt{3}$ ⑤ $9\sqrt{2}+25\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}5a+3b&=5\left(\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)+3\left(6\sqrt{3}-2\sqrt{2}\right)\\&=5\sqrt{3}+15\sqrt{2}+18\sqrt{3}-6\sqrt{2}\\&=9\sqrt{2}+23\sqrt{3}\end{aligned}$$

16. $\sqrt{3}(3-\sqrt{3})+\sqrt{75}$ 를 간단히 하면?

① $5\sqrt{3}-3$ ② $6\sqrt{3}-2$ ③ $7\sqrt{3}-2$

④ $7\sqrt{3}-3$ ⑤ $8\sqrt{3}-3$

해설

$3\sqrt{3}-3+5\sqrt{3}=8\sqrt{3}-3$

17. 다음 식의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 x 의 값을 구하여라.

$$\sqrt{3}(\sqrt{3}-5)+x(2-\sqrt{3})$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=-5$

해설

$\sqrt{3}(\sqrt{3}-5)+x(2-\sqrt{3})=3-5\sqrt{3}+2x-x\sqrt{3}$ 이므로 유리식이 되기 위해서는 근호가 없어져야 한다. 따라서 $-5\sqrt{3}-x\sqrt{3}=0$ 이 되기 위해서 $x=-5$ 이어야 한다.

18. $2a+8\sqrt{3}-7-4a\sqrt{3}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 a의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$2a+8\sqrt{3}-7-4a\sqrt{3}=2a-7+(8-4a)\sqrt{3}$
주어진 식이 유리수가 되기 위해서는 $8-4a$ 의 값이 0 이 되어야 한다.

$8-4a=0 \quad \therefore\ a=2$

19. $\sqrt{5}$ 의 소수 부분을 x, $\sqrt{10}$ 의 소수 부분을 y 라고 할 때, $\sqrt{2}x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-2\sqrt{2}+3$

해설

$\sqrt{5} = 2.\cdots$ 이므로 $\sqrt{5}$ 의 소수 부분은 $\sqrt{5}-2$ 이다.
$\sqrt{10} = 3.\cdots$ 이므로 $\sqrt{10}$ 의 소수 부분은 $\sqrt{10}-3$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore\ \sqrt{2}x - y &= \sqrt{2}(\sqrt{5}-2) - (\sqrt{10}-3) \\ &= \sqrt{10} - 2\sqrt{2} - \sqrt{10} + 3 \\ &= -2\sqrt{2} + 3\end{aligned}$$

20. $2+\sqrt{3}$ 의 소수 부분은?

① $\sqrt{3}-5$ ② $\sqrt{3}-4$ ③ $\sqrt{3}-3$

④ $\sqrt{3}-2$ ⑤ $\sqrt{3}-1$

해설

$1<\sqrt{3}<2$ 이고 $3<2+\sqrt{3}<4$ 이므로

$2+(\sqrt{3}$ 의 정수 부분$)=3$

(소수 부분)$=\left(2+\sqrt{3}\right)-3=\sqrt{3}-1$

21. $\sqrt{20}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $\dfrac{a+1}{b+4}$ 의 값을 구하면?

① $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $3\sqrt{5}$

해설

$4 < \sqrt{20} < 5$ 이므로

$\therefore\ a = 4\ ,\ b = \sqrt{20} - 4 = 2\sqrt{5} - 4$

$\therefore\ \dfrac{a+1}{b+4} = \dfrac{5}{2\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

22. $\sqrt{3}=a$, $\sqrt{5}=b$ 일 때, 다음 중 $\sqrt{8}$ 을 바르게 나타낸 것은?

① $a+b$ ② a^2+b^2 ③ $\sqrt{a+b}$

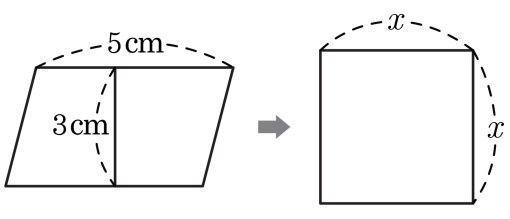
④ $\sqrt{ab}$ ⑤ $\sqrt{a^2+b^2}$

해설

$\sqrt{3}=a$, $\sqrt{5}=b$ 이므로 $3=a^2$, $5=b^2$

$\therefore \sqrt{8}=\sqrt{3+5}=\sqrt{a^2+b^2}$

23. 가로의 길이가 5cm , 높이가 3cm 인 평행사변형과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이 x 를 구하면?



① 3cm ② 5cm ③ 15cm

④ $\sqrt{15}$cm ⑤ $\frac{\sqrt{15}}{2}$cm

해설

(평행사변형의 넓이) = (정사각형의 넓이)

$3 \times 5 = x^2$

$\therefore\ x = \sqrt{15}\,\text{cm}$

24. 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{8}\,\mathrm{cm}$, $\sqrt{11}\,\mathrm{cm}$ 인 정사각형 두 개가 있다. 이 두 정사각형의 넓이를 합하여 하나의 큰 정사각형으로 만들 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이는?

① $-\sqrt{19}\,\mathrm{cm}$ ② $\sqrt{19}\,\mathrm{cm}$ ③ $\pm\sqrt{19}\,\mathrm{cm}$

④ $-19\,\mathrm{cm}$ ⑤ $19\,\mathrm{cm}$

해설

$(\sqrt{8})^2+(\sqrt{11})^2=19$ 이다.
따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 19 의 양의 제곱근인 $\sqrt{19}(\mathrm{cm})$ 이다.

25. 다음 수를 근호 안의 수가 가장 작은 자연수가 되도록 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 나타낸 것 중 틀린 것은?

① $\sqrt{\frac{27}{121}} = \frac{3\sqrt{3}}{11}$
② $\sqrt{0.005} = \frac{\sqrt{2}}{20}$
③ $\sqrt{0.12} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
④ $\sqrt{\frac{2}{49}} = \frac{\sqrt{2}}{7}$
⑤ $\sqrt{\frac{12}{32}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

해설

① $\sqrt{\frac{27}{121}} = \sqrt{\frac{3^3 \times 3}{11^2}} = \frac{3\sqrt{3}}{11}$

② $\sqrt{0.005} = \sqrt{\frac{50}{10000}} = \sqrt{\frac{5^2 \times 2}{100^2}}$
$= \frac{5\sqrt{2}}{100} = \frac{\sqrt{2}}{20}$

③ $\sqrt{0.12} = \sqrt{\frac{12}{100}} = \frac{\sqrt{12}}{10} = \frac{1}{10} \times 2\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{5}$

④ $\sqrt{\frac{2}{49}} = \sqrt{\frac{2}{7^2}} = \frac{\sqrt{2}}{7}$

⑤ $\sqrt{\frac{12}{32}} = \sqrt{\frac{6}{16}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

26. $\sqrt{18} \div \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}} = a\sqrt{3}$ 일 때, 자연수 a 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\sqrt{18} \div \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}} = \sqrt{18} \times \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}}$$
$$= \sqrt{6} \times \frac{\sqrt{8}}{1}$$
$$= \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$\therefore a = 4$

27. 다음 보기의 네 개의 수를 작은 순서부터 나열할 때, 바르게 나타낸 것은?

보기

㉠ $\sqrt{0.28}$　　㉡ $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

㉢ $\sqrt{\dfrac{14}{18}}$　　㉣ $\sqrt{\dfrac{7}{169}}$

① ㉣<㉢<㉡<㉠　② ㉣<㉠<㉢<㉡　③ ㉣<㉠<㉡<㉢

④ ㉢<㉣<㉠<㉡　⑤ ㉡<㉢<㉠<㉣

해설

㉠ $\sqrt{0.28}=\sqrt{\dfrac{28}{100}}=\sqrt{\dfrac{7}{25}}=\dfrac{\sqrt{7}}{5}$

㉡ $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

㉢ $\sqrt{\dfrac{14}{18}}=\sqrt{\dfrac{7}{9}}=\dfrac{\sqrt{7}}{3}$

㉣ $\sqrt{\dfrac{7}{169}}=\sqrt{\dfrac{7}{13^2}}=\dfrac{\sqrt{7}}{13}$

∴ ㉣<㉠<㉢<㉡

28. $\square$ 안을 알맞게 채워라.

$\square$ 를 보고 제곱근의 값을 구할 때에는 밖의 두 자리 수의 가로줄과 끝자리 수의 세로줄이 만나는 곳의 수를 읽는다. 다음 표에서 구한 $\sqrt{\square}$ 의 제곱근의 값은 $\square$ 이다.

수	1	2	3	4
⋮				
1.2			1.109	
⋮				

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 제곱근표

▷ 정답 : 1.23

▷ 정답 : 1.109

해설

1.23 의 제곱근의 값을 구한다.

29. 다음 중 $a^2b - ab^2$ 의 인수인 것을 모두 골라라.

㉠ ab^2	㉡ a^2b	㉢ $a - b$
㉣ $a + b$	㉤ $a(a + b)$	

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

해설

$a^2b - ab^2$ 를 공통인수로 인수분해하면 $ab(a - b)$ 이다.

30. $-8a^3b + 12a^2b$ 의 인수가 아닌 것은?

① $-4b$　② $-4ab$　③ a^2b

④ ab^2　⑤ $2a-3$

해설

$-8a^3b + 12a^2b = -4a^2b(2a-3)$

31. 다음 각 식의 공통인 인수를 ( ) 안에 바르게 나타낸 것은?

① $4xy + 8xz$ (xy)
② $3ab + 3ac + 12ad$ $(3a)$
③ $5a^2b - 7ab^2$ (a^2b^2)
④ $3x + 6x^2 + 9x^3$ $(3x^2)$
⑤ $3a^2 + 6b^2$ $(3ab)$

해설

① $4x(y + 2z)$
② $3a(b + c + 4d)$
③ $ab(5a - 7b)$
④ $3x(1 + 2x + 3x^2)$
⑤ $3(a^2 + 2b^2)$

32. 다음 중 무리수에 대한 설명이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 순환하지 않는 무한소수　② 분수로 나타낼 수 없는 수

③ 유한소수　④ 순환소수

⑤ 유리수가 아닌 수

해설

③ ④ 유한소수, 순환소수는 유리수이다.

33. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{4}+\sqrt{9}=\sqrt{13}$
② 0 의 제곱근은 2 개이다.
③ $\sqrt{25}>5$
④ $\pi-3.14$ 는 유리수이다.
⑤ $\sqrt{25}-\sqrt{16}=\sqrt{1}$

해설

① $\sqrt{4}+\sqrt{9}=2+3=5=\sqrt{25}$
② 0 의 제곱근은 0 이므로 1 개
③ $\sqrt{25}=5$
④ (무리수) – (유리수) = (무리수)