

1. 어떤 수를 5로 나누었더니 몫이 6이고, 나머지가 2이었다. 이 수를 3으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(어떤 수) = $5 \times 6 + 2 = 3 \times 10 + 2$ 이므로 나머지는 2이다.

2. 다음 중 소인수분해가 바르게 된 것은?

- ① $26 = 2 \times 13$ ② $36 = 2^3 \times 3^2$ ③ $42 = 6 \times 7$
④ $54 = 2^2 \times 3^3$ ⑤ $128 = 2^8$

해설

- ② $2^2 \times 3^2$
③ $2 \times 3 \times 7$
④ 2×3^3
⑤ 2^7

3. n 이 자연수일 때, $\frac{18}{n}$ 도 자연수가 된다. 이러한 n 의 값의 합은?

- ① 20 ② 21 ③ 33 ④ 39 ⑤ 49

해설

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이다.
따라서 n 의 값의 합은 $1+2+3+6+9+18=39$

4. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 9 는 35 의 약수이다.
- ㉡ 1 은 모든 자연수의 배수이다.
- ㉢ 6 은 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
- ㉣ 392 는 4 의 배수이다.
- ㉤ 36 의 약수의 개수는 8 개이다.

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉢. 모든 자연수는 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
- ㉣. 392 는 4 의 배수이다.

5. 다음 중 12의 배수는?

- ① 90 ② 126 ③ 288 ④ 352 ⑤ 1498

해설

12의 배수는 4와 3의 공배수이다.

6. $x \times x \times y \times z \times y \times y = x^a \times y^b \times z^c$ 을 만족하는 자연수 a, b, c 에 대하여 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

(준식) $= x^2 \times y^3 \times z$ 이므로 $a = 2, b = 3, c = 1$ 이다.
따라서 $a + b - c = 2 + 3 - 1 = 4$ 이다.

7. $90 \times A = B^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

90을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$2 \overline{) 90}$$

$$3 \overline{) 45}$$

$$3 \overline{) 15}$$

5

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $2 \times 3^2 \times 5 \times A = B^2$ 을 만족하는 A 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 2×5 이다.

8. $540 \times a = b^2$ 일 때, a 의 값 중 두 번째로 작은 수는? (단, a, b 는 자연수)

- ① 24 ② 38 ③ 56 ④ 60 ⑤ 72

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는 $3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
따라서, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 \times 1^2 = 15$ 이고,
곱할 수 있는 두 번째 작은 자연수는 $3 \times 5 \times 2^2 = 60$ 이다.

9. $63 \times a = b^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 에 대하여 $\frac{b^2}{a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$3^2 \times 7 \times a = b^2$$

가장 작은 $a = 7$,

$$3^2 \times 7 \times 7 = 3^2 \times 7^2 = b^2$$

$$b = 3 \times 7 = 21$$

$$\frac{b^2}{a^2} = \frac{3^2 \times 7^2}{7^2} = 9$$

10. 소인수분해를 이용하여 72의 약수를 구하기 위해 만든 것이다. 빈 칸에 알맞은 수를 모두 구해 그 합을 구하여라.

\times	1	2	2^2	2^3
1	1	2	4	
3	3		12	24
3^2		18	36	72

▶ 답:

▷ 정답: 23

해설

\times	1	2	2^2	2^3
1	1	2	4	8
3	3	6	12	24
3^2	9	18	36	72

$$8 + 6 + 9 = 23$$

11. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① $2^3 \times 3^2$

② $3^4 \times 5^3$

③ 96

④ $3 \times 5^2 \times 7$

⑤ 330

해설

① 12개

② 20개

③ 12개

④ 12개

⑤ 16개

12. $2^3 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 36 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(3+1)(2+1)(a+1) = 36$$

$$a+1 = 3$$

$$\therefore a = 2$$

13. $27 \times \square$ 는 약수의 개수가 12개인 가장 작은 자연수이다. \square 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

- ① 2 ② 2^2 ③ 2^3 ④ 3 ⑤ 3^2

해설

$3^3 \times \square$ 에서 $\square = a^x$ 이라 하면 약수의 개수는 $(3+1) \times (x+1) = 12$ (개) 이므로

$$(3+1) \times (x+1) = 4 \times (x+1) = 12$$

$$x+1 = 3 \quad \therefore x = 2$$

a 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로

$$\square = 2^2$$

14. 1에서 100까지의 자연수 중에서 6과 서로소인 자연수의 개수는?

- ① 17개 ② 33개 ③ 50개 ④ 67개 ⑤ 84개

해설

$6 = 2 \times 3$ 이므로 6과 서로소인 수는 2의 배수도 3의 배수도 아닌 수이다.

100 이하의 자연수 중 2의 배수는 50개, 3의 배수는 33개, 6의 배수는 16개이므로

2 또는 3의 배수의 개수는 $50 + 33 - 16 = 67$ (개)

따라서 6과 서로소인 수는 $100 - 67 = 33$ (개)이다.

15. 두 수 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$, $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 의 최대공약수가 315 일 때, $a+b-c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

최대공약수가 $315 = 3^2 \times 5 \times 7$ 이고
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 5 이므로
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
같은 방식으로
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 5 의 지수가 5 이므로
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 5 의 지수가 1 이어야 한다.
또한,
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 7 의 지수가 6 이므로
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 1 이어야 한다.
따라서 $a = 2, b = 1, c = 1$
 $a + b - c = 2 + 1 - 1 = 2$

16. 세 수 30, 60, 80 의 공약수 중에서 소수의 합은?

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 10 ⑤ 17

해설

30, 60, 80 의 최대공약수 : 10
공약수 중 소수 : 2, 5
(소수의 합) = $2 + 5 = 7$

17. 240과 $2^3 \times 3^2 \times 5^3$ 의 공약수 중에서 5의 배수는 모두 몇 개인가?

- ① 7개 ② 8개 ③ 9개 ④ 10개 ⑤ 11개

해설

$240 = 2^4 \times 3^1 \times 5$ 이므로
(최대공약수) $= 2^3 \times 3^1 \times 5$
 $2^3 \times 3^1 \times 5$ 의 약수 중에서 5의 배수의 개수는
 $2^3 \times 3^1$ 의 약수의 개수와 같으므로
 $(3+1) \times (1+1) = 8(\text{개})$

19. 108, 135 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^3

③ 2^3

④ 3×5

⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $135 = 3^3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 3^3

