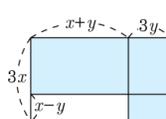


1. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때,  $y^2$  항의 계수는?



- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & (x+4y)(3x) - (x+y)(x-y) \\ &= 3x^2 + 12xy - x^2 + y^2 \\ &= 2x^2 + 12xy + y^2 \end{aligned}$$

2.  $a^2 + b^2 + c^2 = 9$ ,  $ab + bc + ca = 9$ ,  $a + b + c$ 의 값은?

①  $-3\sqrt{2}$

②  $-2\sqrt{3}$

③  $\pm 3\sqrt{3}$

④  $\pm 3\sqrt{2}$

⑤  $\sqrt{6}$

해설

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$
$$= 9 + 18 = 27$$

$$\therefore a + b + c = \pm 3\sqrt{3}$$

3.  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$  일 때,  $f(x) - 2 = x(x^2 - 1) + a(x - x^2) + b(x^2 - 1)$  가 항상 성립하도록 하는 상수  $a, b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$f(x) - 2 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$  이므로  
 $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = x(x^2 - 1) + a(x - x^2) + b(x^2 - 1)$   
 $= x^3 + (-a + b)x^2 + (a - 1)x - b \cdots \textcircled{1}$   
 $\textcircled{1}$ 이  $x$ 에 대한 항등식이므로 양변의 차수가 같은 항의 계수가 같아야 한다.  
즉,  $-a + b = -3, a - 1 = 3, b = 1$   
이므로  $a = 4, b = 1$   
 $\therefore a + b = 5$

4. 등식  $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$  이  $x$ 에 관한 항등식이 되도록 할 때,  $2ab$ 의 값은?

① -6      ② -4      ③ -2      ④ 2      ⑤ 4

해설

양변에  $x = 0$ 을 대입하면,  $-2 = 2a \quad \therefore a = -1$   
양변에  $x = 1$ 을 대입하면,  $-3 = -b \quad \therefore b = 3$   
 $\therefore 2ab = -6$

5. 다항식  $x^3 + ax + b$ 가 다항식  $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로

$x^2 = x - 1$ 을 대입하면

$$ax + (b - 1) = 0$$

이 등식이  $x$ 에 대한 항등식이므로,

$$a = 0, b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 1$$

$$\therefore a + b = 1$$

해설

$$x^3 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 1)Q(x)$$

$$= (x^2 - x + 1)(x + b)$$

$$\therefore b = 1, a = 0$$

6.  $a^2b + b^2c - b^3 - a^2c$ 을 인수분해하면?

①  $(a+b)(a-b)(b+c)$

②  $(a-b)(b-c)(c+a)$

③  $(a-b)(a+b)(b-c)$

④  $(a-b)(a+b)(c-a)$

⑤  $(a-b)(b+c)(c-a)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2b + b^2c - b^3 - a^2c \\ &= a^2(b-c) - b^2(b-c) \\ &= (a-b)(a+b)(b-c) \end{aligned}$$

7. 다음 중 다항식  $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

①  $x - 3$

②  $x + 3$

③  $x^2 + 1$

④  $x^2 + 9$

⑤  $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

$$\textcircled{5} \quad x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$$

8.  $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니  $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때,  $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면  
 $a = -1, b = -1, c = -2$   
 $\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$

9.  $x^3 - 4x^2 + x + 6$ 을 인수분해하면  $(x+a)(x+b)(x+c)$ 이다.  $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ 이라 놓으면,  
 $x = -1$ 일 때,  $-1 - 4 - 1 + 6 = 0$   
따라서,  $f(x)$ 는  $(x+1)$ 로 나누어 떨어진다.  
즉,  $f(x)$ 는  $(x+1)$ 의 인수를 갖는다.  
즉,  $f(x) = (x+1)Q(x)$  몫  
 $Q(x)$ 는 조립제법으로 구한다.

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 \end{array}$$

$f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x+1)$   
 $\therefore f(x) = (x-3)(x-2)(x+1)$   
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + 1^2 = 14$

10. 자연수  $N = p^n q^m r^l$ 로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는  $(n+1)(m+1)(l+1)$ 이다. 이 때,  $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

- ① 9개    ② 12개    ③ 16개    ④ 24개    ⑤ 32개

해설

$$\begin{aligned} 38 = x \text{ 라 하면,} \\ 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x+1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \\ \therefore (3+1)(3+1) &= 16 \end{aligned}$$

11. 두 다항식  $A, B$  에 대하여  $A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5$ ,  $2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1$  일 때, 두 다항식  $A, B$  를 구하면?

①  $A = x^3 + x^2 + x + 2$ ,  $B = -2x^3 - 3x^2 + 3x + 3$

②  $A = x^3 - x^2 + x + 2$ ,  $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$

③  $A = x^3 - x^2 + x - 2$ ,  $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 7$

④  $A = x^3 - x^2 - x + 2$ ,  $B = -2x^3 - x^2 + 5x + 3$

⑤  $A = 3x^3 - 3x^2 + 3x + 6$ ,  $B = -4x^3 + x^2 + x - 1$

해설

$$A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5 \cdots \text{㉠}$$

$$2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1 \cdots \text{㉡}$$

$$(\text{㉠} + \text{㉡}) \div 3 : A = x^3 - x^2 + x + 2$$

$$(2\text{㉠} - \text{㉡}) \div 3 : B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$$

12. 다음은 연산법칙을 이용하여  $(x+3)(x+2)$ 를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \\ &= (x^2+3x) + (2x+6) \\ &= x^2 + (3x+2x) + 6 \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

- ① 교환법칙, 결합법칙
- ② 교환법칙, 분배법칙
- ③ 분배법칙, 결합법칙
- ④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙
- ⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \text{ (분배)} \\ &= (x^2+3x) + (2x+6) \text{ (분배)} \\ &= x^2 + (3x+2x) + 6 \text{ (결합)} \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

13.  $2x^4 - x^3 + 2x^2 + a$ 를  $x^2 + x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 하는 상수  $a$ 의 값을 구하면?

- ① -3    ② 3    ③ -6    ④ 6    ⑤ 12

해설

직접 나누어 본다.  
 $\therefore a - 3 = 0, a = 3$

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 이 되는  $x$ 값을 대입한다.  
 $x^2 + x + 1 = 0$ 에서  $(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0, x^3 - 1 = 0$   
 $\therefore x^3 = 1$   
준 식의 좌변에  $x^3 = 1, x^2 = -x - 1$ 을 대입하면  
 $2x - 1 + 2(-x - 1) + a = 0, a - 3 = 0$   
 $\therefore a = 3$

14. 다항식  $f(x)$  를  $x + \frac{1}{3}$  으로 나누었을 때, 몫과 나머지를  $Q(x)$ ,  $R$  라고 한다. 이 때,  $f(x)$  를  $3x + 1$  으로 나눈 몫과 나머지를 구하면?

- ①  $Q(x)$ ,  $R$                       ②  $3Q(x)$ ,  $3R$                       ③  $3Q(x)$ ,  $R$   
④  $\frac{1}{3}Q(x)$ ,  $R$                       ⑤  $\frac{1}{3}Q(x)$ ,  $\frac{1}{3}R$

해설

$$f(x) = Q(x) \left( x + \frac{1}{3} \right) + R = \frac{1}{3} Q(x) (3x + 1) + R$$

15.  $x + y + z = 1$ ,  $xy + yz + zx = 2$ ,  $xyz = 3$  일 때,  $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$\begin{aligned} & (x + 1)(y + 1)(z + 1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

16. 두 다항식  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$ ,  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의  $x^3$ 의 계수를 각각  $a$ ,  $b$ 라 할 때,  $a - b$ 의 값을 구하면?

- ① -21    ② -15    ③ -5    ④ -1    ⑤ 0

해설

$(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서  $x^4$ 항의 계수는  $x^3$ 의 계수와는 관계가 없다.  
따라서  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수와  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수는 같다.  
 $\therefore a = b \quad \therefore a - b = 0$

17.  $(10^5 + 2)^3$ 의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

- ① 15      ② 18      ③ 21      ④ 26      ⑤ 28

해설

$$\begin{aligned} & \text{준식을 전개하면} \\ & 10^{15} + 2^3 + 3 \times 2 \times 10^5(10^5 + 2) \\ & = 10^{15} + 2^3 + 6 \times 10^{10} + 12 \times 10^5 \\ & = 10^{15} + 10^{10} \times 6 + 10^5 \times 12 + 8 \\ & \therefore 1 + 6 + 1 + 2 + 8 = 18 \end{aligned}$$

18.  $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때,  $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ , 양변에  $x + 1$ 을 곱하면,

$$(x+1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1 \text{에서 } x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \dots \dots \textcircled{1}$$

$x^2 - x + 1 = 0$ 를  $x$ 로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

$$\textcircled{1} \text{에 대입하면, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

19. 등식  $(2k+1)y - (k+3)x + 10 = 0$  이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수  $x, y$ 에 대하여  $x+y$ 의 값은?

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

해설

$$(준식) = (y - 3x + 10) + (2y - x)k = 0$$

$$\therefore 2y = x, y - 3x = -10$$

$$\therefore x = 4, y = 2$$

$$\therefore x + y = 6$$

20.  $\frac{2x+ay-b}{x-y-1}$ 가  $x-y-1 \neq 0$ 인 어떤  $x, y$ 의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때,  $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\frac{2x+ay-b}{x-y-1} = k \text{라 놓으면}$$

$$2x+ay-b = k(x-y-1)$$

$x, y$ 에 대하여 정리하면,

$$(2-k)x + (a+k)y - b + k = 0$$

위의 식이  $x, y$ 에 대한 항등식이어야 하므로

$$2-k=0, a+k=0, -b+k=0$$

$$\therefore k=2, a=-2, b=2$$

$$\therefore a-b = -4$$

21. 다항식  $f(x)$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 5이고,  $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가  $-4$ 이다. 이때,  $f(x)$ 를  $(x-1)(x+2)$ 로 나누었을 때의 나머지를  $R(x)$ 라 할 때,  $R(2)$ 의 값은?

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)Q_1(x) + 5 \\ &= (x+2)Q_2(x) - 4 \\ &= (x-1)(x+2)Q_3(x) + R(x) \end{aligned}$$

$R(x) = ax + b$ 라 하면

$f(1) = 5$ 이므로

$$R(1) = a + b = 5 \cdots \text{①}$$

$f(-2) = -4$ 이므로

$$R(-2) = -2a + b = -4 \cdots \text{②}$$

①, ②에 의해  $a = 3, b = 2$ 이다.

$$\therefore R(x) = 3x + 2 \Rightarrow R(2) = 8$$

22. 다음 ㉠~㉤중 인수분해를 한 결과가 틀린 것은 모두 몇 개인가?

$$\text{㉠ } x^2(a-b) - y^2(b-a) = (a-b)(x+y)(x-y)$$

$$\text{㉡ } 9x^2 + 3xy - 2y^2 = (3x-2y)(3x+y)$$

$$\text{㉢ } x^3 - 125 = (x-5)(x^2 - 5x + 25)$$

$$\text{㉣ } 2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2 = (2x-y+2)(x-y+1)$$

- ① 0개    ② 1개    ③ 2개    ④ 3개    ⑤ 4개

해설

$$\text{㉠ } x^2(a-b) - y^2(b-a) = x^2(a-b) + y^2(a-b) = (a-b)(x^2+y^2)$$

$$\text{㉡ } 9x^2 + 3xy - 2y^2 = (3x+2y)(3x-y)$$

$$\text{㉢ } x^3 - 125 = (x-5)(x^2 + 5x + 25)$$

$$\text{㉣ } 2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$$

$$= 2x^2 - (4+y)x - (y^2 - y - 2)$$

$$= 2x^2 - (4+y)x - (y-2)(y+1)$$

$$= \{2x + (y-2)\} \{x - (y+1)\}$$

$$= (2x+y-2)(x-y-1)$$

23.  $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때,  $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)\end{aligned}$$

여기서 계수를 비교하면

$$a = 2, b = 3, c = -2, d = 3$$

$$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$$

24.  $2^{16} - 1$ 은 1과 10사이의 어떤 두 수로 나누어떨어진다. 이 때, 이 두 수의 합은?

① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) \text{ 임을 이용하여 } 2^{16} - 1 \text{ 을 인수분해하면} \\ 2^{16} - 1 &= (2^8)^2 - 1^2 \\ &= (2^8 + 1)(2^8 - 1) \\ &= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^4 - 1) \\ &= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2^2 - 1) \\ &= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2 + 1)(2 - 1) \\ &= 257 \cdot 17 \cdot 5 \cdot 3 \end{aligned}$$

따라서  $2^{16} - 1$ 을 나누었을 때 나누어 떨어지는 1과 10사이의 수

즉, 인수는 3과 5이고 이 두 수의 합은 8이다.

25. 모든 실수  $x$ 에 대하여 등식  $x^{100}-1 = a_0+a_1(x-1)+a_2(x-1)^2+\dots+a_{100}(x-1)^{100}$ 이 성립할 때,  $a_0+a_2+a_4+\dots+a_{100} = 2^m+k$ 이다.  $m+k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 98

해설

$x = 0$ 을 대입하면

$$a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots + a_{100} = -1 \dots \textcircled{1}$$

$x = 2$ 를 대입하면

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{100} = 2^{100} - 1 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}: 2(a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{100}) = 2^{100} - 2$$

$$\therefore a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{100} = 2^{99} - 1$$

$$\therefore m = 99, k = -1 \text{ 이므로 } m + k = 98$$

26. 다항식  $f(x)$ 를  $ax + b(a \neq 0)$ 로 나눌 때의 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $R$ 이라고 한다.  $xf(x)$ 를  $x + \frac{b}{a}$ 로 나눈 나머지를 구하면?

- ①  $\frac{bR}{a}$     ②  $\frac{b}{Ra}$     ③  $-\frac{b}{a}R$     ④  $\frac{aR}{b}$     ⑤  $-\frac{aR}{b}$

해설

$$\begin{aligned}
 f(x) &= (ax + b)Q(x) + R \\
 &= a\left(x + \frac{b}{a}\right)Q(x) + R \\
 \therefore x \cdot f(x) &= ax\left(x + \frac{b}{a}\right)Q(x) + Rx \\
 &= ax\left(x + \frac{b}{a}\right)Q(x) + R\left(x + \frac{b}{a}\right) - \frac{b}{a}R \\
 &= \left(x + \frac{b}{a}\right)\{axQ(x) + R\} - \frac{b}{a}R
 \end{aligned}$$

따라서, 구하는 몫은  $axQ(x) + R$   
 나머지는  $-\frac{bR}{a}$

해설

$$\begin{aligned}
 f(x) &= (ax + b)Q(x) + R \text{에서} \\
 \text{나머지 정리에 의해 } f\left(-\frac{b}{a}\right) &= R \\
 x \cdot f(x) &= \left(x + \frac{b}{a}\right)Q'(x) + R' \text{이라 하면} \\
 \text{나머지 정리에 의해 } -\frac{b}{a}f\left(-\frac{b}{a}\right) &= R' \\
 f\left(-\frac{b}{a}\right) = R \text{를 대입하면 } R' &= -\frac{b}{a}R
 \end{aligned}$$

27.  $x$ 의 다항식  $f(x) = x^5 - ax - 1$ 이 계수가 정수인 일차인수를 갖도록 정수  $a$ 의 값을 구하면?

- ①  $a = 0$  또는 2      ②  $a = 1$  또는 2      ③  $a = -1$  또는 2  
④  $a = 0$  또는 1      ⑤  $a = 0$  또는 -2

**해설**

상수항이 -1 이므로 만일 일차인수가 있다면 그것은  $x - 1$  또는  $x + 1$  뿐이다.

(i)  $f(1) = 1 - a - 1 = 0$  에서  $a = 0$

(ii)  $f(-1) = -1 + a - 1 = 0$  에서  $a = 2$

28.  $\sqrt{21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 + 1}$ 은 자연수이다. 이 때, 각 자리의 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned} & x = 21 \text{ 이라 하면} \\ & \sqrt{21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 + 1} \\ & = \sqrt{x(x+1)(x+2)(x+3) + 1} \\ & = \sqrt{(x(x+3))(x+1)(x+2) + 1} \\ & = \sqrt{(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) + 1} \\ & = \sqrt{(x^2 + 3x)^2 + 2(x^2 + 3x) + 1} \\ & = \sqrt{\{(x^2 + 3x) + 1\}^2} \\ & = x^2 + 3x + 1 \quad (\because (x^2 + 3x) + 1 > 0) \\ & = 21^2 + 3 \cdot 21 + 1 = 505 \\ & \text{각자리 숫자의 합은 } 5 + 0 + 5 = 10 \end{aligned}$$

29.  $a + b + c = 0$ 일 때,  $a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 의 값을 구하면?

- ① -3      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 3

해설

$a + b + c = 0$ 이면  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ 이다.

$$\begin{aligned} \text{(준식)} &= \frac{a(b+c)}{bc} + \frac{b(a+c)}{ac} + \frac{c(a+b)}{ab} \\ &= \frac{a^2(-a) + b^2(-b) + c^2(-c)}{abc} \\ &= \frac{-(a^3 + b^3 + c^3)}{abc} \\ &= \frac{-3abc}{abc} = -3 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} &a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \\ &= \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{b}\right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{a}{c}\right) + \left(\frac{b}{a} + \frac{c}{a}\right) \\ &= \frac{a+c}{b} + \frac{b+a}{c} + \frac{b+c}{a} \\ &= \frac{-b}{b} + \frac{-c}{c} + \frac{-a}{a} \quad (\because a+b+c=0) \\ &= -3 \end{aligned}$$

30. 세 변의 길이가  $a, b, c$ 인 삼각형에 대하여  $(a^2 + b^2)c + (a + b)c^2 = (a + b)(a^2 + b^2) + c^3$ 이 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ①  $b = c$ 인 이등변 삼각형      ②  $a$ 가 빗변인 직각삼각형  
③  $a = c$ 인 이등변 삼각형      ④  $c$ 가 빗변인 직각삼각형  
⑤ 정삼각형

**해설**

준식을  $c$ 에 관한 내림차순으로 정리하면  
 $c^3 - (a + b)c^2 - (a^2 + b^2)c + (a + b)(a^2 + b^2)$ 에서  
 $c^2\{c - (a + b)\} - (a^2 + b^2)\{c - (a + b)\}$   
 $= \{c - (a + b)\}\{c^2 - (a^2 + b^2)\}$   
 $= (c - a - b)(c^2 - a^2 - b^2) = 0$   
 $a, b, c$ 는 삼각형의 세변이므로  
 $c - a - b \neq 0$ 이고  $c^2 - a^2 - b^2 = 0$   
즉  $c^2 = a^2 + b^2$ 이므로  $c$ 가 빗변인 직각 삼각형이다.

31. 삼차항의 계수가 1인 삼차다항식  $f(x)$ 에 대하여  $f(-1) = f(1) = f(2) = 3$ 일 때  $f(-2)$ 의 값은?

- ① -5      ② -6      ③ -7      ④ -8      ⑤ -9

해설

$$f(x) = (x+1)(x-1)(x-2) + 3$$
$$\therefore f(-2) = -9$$

해설

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \text{라 하면}$$

i)  $f(-1) = 3$ 에서  $a - b + c - 1 = 3$   
ii)  $f(1) = 3$ 에서  $a + b + c + 1 = 3$   
iii)  $f(2) = 3$ 에서  $4a + 2b + c + 8 = 3$   
위의 세식을 연립하여 풀면,  
 $a = -2, b = -1, c = 5$   
 $\therefore f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 5$   
 $\therefore f(-2) = -8 - 8 + 2 + 5 = -9$

32.  $x^8$ 을  $x-2$ 로 나눌 때의 몫과 나머지가 각각  $q_1(x)$ ,  $\sqrt{r_1}$  이고,  $q_1(x)$ 를  $x-2$ 로 나눌 때의 몫과 나머지가 각각  $q_2(x)$ ,  $\sqrt{r_2}$ 일 때,  $\frac{r_2}{r_1}$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{8}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③ 16      ④ 21      ⑤ 64

**해설**

$$x^8 = (x-2)q_1(x) + \sqrt{r_1} \dots\dots ①$$

$$q_1(x) = (x-2)q_2(x) + \sqrt{r_2} \dots\dots ②$$

①에서  $x=2$ 를 양변에 대입하면

$$\sqrt{r_1} = 2^8, r_1 = 2^{16}$$

$$\text{또, } q_1(x) = \frac{x^8 - \sqrt{r_1}}{x-2} = \frac{x^8 - 2^8}{x-2}$$

$$= (x^7 + 2x^6 + \dots + 2^7)$$

②에서  $x=2$ 를 양변에 대입하면

$$q_1(2) = \sqrt{r_2}, r_2 = (q_1(2))^2$$

$$\text{그런데 } q_1(2) = 8 \cdot 2^7 = 2^{10}$$

$$\therefore r_2 = 2^{20}$$

$$\text{따라서, } \frac{r_2}{r_1} = \frac{2^{20}}{2^{16}} = 2^4 = 16$$

33.  $x$ 에 관한 다항식  $f(x)$ 를  $x^2 + 1$ 로 나누면 나머지가  $x + 1$ 이고,  $x - 1$ 로 나누면 나머지가 4이다. 이 다항식  $f(x)$ 를  $(x^2 + 1)(x - 1)$ 로 나눌 때의 나머지의 상수항을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(x)$ 를  $(x^2 + 1)(x - 1)$ 로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $ax^2 + bx + c$ (단,  $a, b, c$ 는 상수)라고 하면,

$$f(x) = (x^2 + 1)(x - 1)Q(x) + ax^2 + bx + c$$

그런데  $f(x)$ 를  $x^2 + 1$ 로 나누면 나머지가  $x + 1$ 이므로

$$f(x) = (x^2 + 1)(x - 1)Q(x) + a(x^2 + 1) + (x + 1)$$

또  $f(x)$ 를  $x - 1$ 로 나누면 나머지가 4이므로

$$f(1) = 2a + 2 = 4 \text{에서 } a = 1$$

$$\text{따라서 } ax^2 + bx + c = a(x^2 + 1) + x + 1 = x^2 + x + 2$$

$\therefore$  구하는 나머지의 상수항은 2