

1. 두 집합 $A = \{x|x\text{는 }6\text{의 약수}\}$, $B = \{x|x\text{는 }18\text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 빈 칸에 알맞은 기호는?

$$A \square B$$

① \subset

② \supset

③ \in

④ \ni

⑤ $=$

2. 두 집합 $A = \{2, 5, 9, a\}$, $B = \{3, 7, b + 2, b - 2\}$ 에 대하여 $A - B = \{2, 8\}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.



답: _____

3. 전체 집합 $U = \{x|x\text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{x|x\text{는 홀수}\}$, $B = \{1, 3, 4, 8\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cap B^c = \{5, 7, 9\}$

② $A \cap B = \{1, 3\}$

③ $B - A = \{4, 8\}$

④ $(A \cup B)^c = \{2, 6, 10\}$

⑤ $A^c \cap B^c = \{2, 10\}$

4. 교내 미술대회에 우리 반 35 명의 학생 중 풍경화를 제출한 학생이 19 명이고, 정물화를 제출한 학생은 15 명이다. 아무것도 제출하지 않은 학생은 3 명일 때, 풍경화와 정물화를 모두 제출한 학생 수는?

① 1명

② 2명

③ 3명

④ 4명

⑤ 5명

5. 다음 보기에서 참인 명제의 개수는?

보기

- ㉠ $A \subset B$ 이면 $A - B = \emptyset$ 이다.
- ㉡ $A \subset (B \cup C)$ 이면 $A \subset B$ 또는 $A \subset C$ 이다.
- ㉢ 4 의 배수는 12 의 배수이다.
- ㉣ 12 의 배수는 4 의 배수이다.
- ㉤ a, b 가 자연수일 때, a, b 가 홀수이면 $a + b$ 는 짝수이다.

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

6. 두 조건 $p : x^2 - ax - 6 > 0$, $q : x^2 + 2x - 3 \neq 0$ 에 대하여 $p \rightarrow q$ 가 참일 때 a 의 최댓값, 최솟값의 합은?

① -7

② -6

③ -5

④ -4

⑤ -3

7. 0이 아닌 실수 a 에 대하여 $(6a + \frac{1}{a})(24a + \frac{1}{a})$ 의 최솟값을 구하여라.



답: _____

8. $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = 5$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.



답:

9. $4x^2 - 4xy + y^2 = 0$ 일 때, $\frac{8x^2 - xy + 3y^2}{x^2 + 2y^2}$ 의 값을 구하면? (단, x, y 는 0이 아니다.)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

10. $N = \frac{\sqrt{\sqrt{5} + 2} + \sqrt{\sqrt{5} - 2}}{\sqrt{\sqrt{5} + 1}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$ 를 간단히 하여라.



답: _____

11. $6 - \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 x , 소수부분을 y 라 할 때 $\frac{1}{x} \left(y^3 + \frac{1}{y^3} \right)$ 의 값을

구하라.



답: _____

12. 무리함수 $y = \sqrt{2x+3}$ 의 그래프가 직선 $y = x + k$ 와 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 실수 k 의 값의 범위를 구하면?

① $\frac{3}{2} < k < 2$

② $\frac{3}{2} \leq k < 2$

③ $\frac{3}{2} \leq k \leq 2$

④ $\frac{3}{2} < k \leq 2$

⑤ $1 \leq k < 2$

13. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 2, a_n + a_{n+1} = 3n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 으로 정의된다. 이때, 두 수 $P = a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + \dots + a_{19}, Q = a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + \dots + a_{20}$ 에 대하여 $P - Q$ 의 값을 구하여라.



답: _____

14. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \cdots + n \cdot 2^n = (n-1) \cdot 2^{n+1} + 2$ 가 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n = 1$ 일 때, (좌변) $= 1 \cdot 2 = 2$, (우변) $= (1-1) \cdot 2^2 + 2 = 2$ 이므로 주어진 등식이 성립한다.

(ii) $n = k$ 일 때, 등식이 성립한다고 가정하면

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \cdots + k \cdot 2^k$$

$$= (k-1) \cdot 2^{k+1} + 2$$

이 식의 양변에 $\boxed{\text{(가)}}$ 을 더하면

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \cdots + k \cdot 2^k + \boxed{\text{(가)}}$$

$$= (k-1) \cdot 2^{k+1} + 2 + \boxed{\text{(가)}}$$

$$= \boxed{\text{(나)}} \cdot 2^{k+2} + 2$$

따라서, $n = k+1$ 일 때에도 등식은 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 주어진 등식은 모든 자연수 n 에 대하여 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은?

① (가) : $k \cdot 2^{k+1}$, (나) : k

② (가) : $k \cdot 2^{k+1}$, (나) : $k+1$

③ (가) : $(k+1) \cdot 2^{k+1}$, (나) : k

④ (가) : $k \cdot 2^{k+1}$, (나) : $k+1$

⑤ (가) : $(k+1) \cdot 2^{k+1}$, (나) : $k+1$

15. $P = \frac{9^3 \cdot 81^{-3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}}{27^{-6} \cdot 9^2}$ 에 대하여 $\sqrt[4]{P}$ 의 값은?

① $3\sqrt[4]{9}$

② $9\sqrt[4]{3}$

③ $9\sqrt[4]{9}$

④ $9\sqrt[4]{27}$

⑤ 81

16. $\log_{x-3}(-x^2 + 6x - 8)$ 의 값이 존재하기 위한 실수 x 의 범위는?

① $-1 < x < 3$

② $0 > x$

③ $2 < x < 5$

④ $3 < x < 4$

⑤ $5 < x < 7$

17. 다음 상용로그표를 이용하여 $\log \sqrt[3]{0.141}$ 의 소수 부분을 구하여라.

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732



답:

18. 두 집합

$$A = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이상 } 200 \text{ 이하 } 15\text{의 배수}\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 80 \text{ 보다 작은 } 2\text{의 배수}\} \text{ 일 때,}$$

$$n(B) - n(A) \text{ 는?}$$

① 10

② 14

③ 19

④ 27

⑤ 32

19. 집합 $A = \{x \mid 7 < x < 15, x \text{는 자연수}\}$ 에 대해서, 원소 8 또는 9 를 포함하는 부분집합의 개수를 구하시오.



답:

_____ 개

20. 세 집합 A, B, C 에 대하여 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.

② $A \subset B, B = C$ 이면 $A \subset C$ 이다.

③ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A = B$ 이다.

④ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = C$ 이다.

⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) < n(B) < n(C)$ 이다.

21. 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $n(\{0\}) = 0$

㉡ $\phi \subset \{\emptyset\}$

㉢ $4 \subset \{1, 2\}$

㉣ $0 \subset \{0\}$

㉤ $0 \in \emptyset$

㉥ $0 \notin \emptyset$

① ㉡, ㉥

② ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉡

④ ㉢, ㉤

⑤ ㉤, ㉢

22. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 11, n(B) = 13, n(C) = 10, n(A \cap B) = 4, n(B \cup C) = 17, A \cap C = \emptyset$ 일 때, $A \cup B \cup C$ 의 원소의 개수는?

① 12

② 17

③ 24

④ 30

⑤ 34

23. 집합 $A = \{2, 3 \times a, a + 3\}$, $B = \{a, 2 \times a + 1, 3 \times a - 2\}$ 이고 $A - B = \{6\}$ 일 때, $C = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 $(A - C) \cup (B \cap C)$ 는?

① $\{2, 4\}$

② $\{2, 5\}$

③ $\{2, 6\}$

④ $\{2, 5, 6\}$

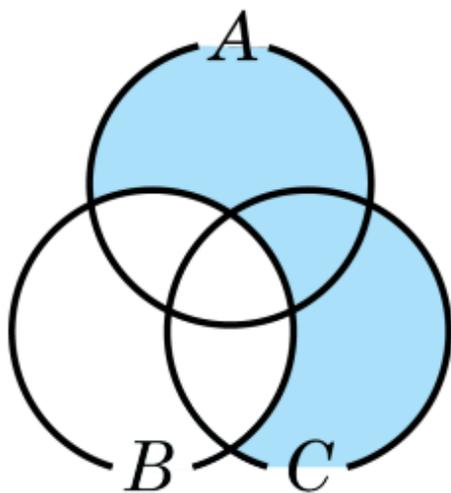
⑤ $\{2, 6, 7\}$

24. 전체 집합 $U = \{x \mid x \leq 100 \text{인 자연수}\}$ 의 세 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4\text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5\text{의 배수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n((A^c \cap B) \cup (A - C))$ 를 구하여라.



답: _____

25. 다음 그림에서 색칠한 부분의 집합을 나타낸 것은?



① $(A \cap B) - C$

② $(A \cap C) - B$

③ $(A \cup B) - C$

④ $(A \cup C) - B$

⑤ $(B \cup C) - A$

26. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 함수 $f : A \rightarrow A$ 를

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & (x \leq 2 \text{일 때}) \\ 0 & (x > 2 \text{일 때}) \end{cases} \text{라 정의하자. 이 때, } f^{2006}(1) - f^{2006}(3)$$

의 값은? (단, $f^2 = f \circ f$, $f^{n+1} = (f \circ f^n)$ 이다.)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

27. $|x| + |y| = 2$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

28. 함수 $y = |x - 1| + |x - 2| + |x - 3|$ 의 최솟값을 m , 그 때의 x 의 값을 n 이라 할 때, 상수 m, n 의 곱 mn 의 값을 구하여라.



답: _____

29. $\prod_{k=1}^n a_k = a_1 \times a_2 \times a_3 \times \cdots \times a_n$ 이라 정의 할 때, $\prod_{k=1}^n \left(1 - \frac{2}{2k+1}\right)$ ㉞

계산하면?

① $\frac{1}{2n-1}$

② $\frac{1}{2n+1}$

③ $\frac{n}{2n-1}$

④ $\frac{n}{2n+1}$

⑤ $\frac{2n-1}{2n+1}$

30. 다항함수 $f(x) = \frac{x-a}{(a-b)(a-c)} + \frac{x-b}{(b-c)(b-a)} + \frac{x-c}{(c-a)(c-b)}$ 일 때, $f(2013)$ 의 값은?

① $a + b + c$

② $a^2 + b^2 + c^2$

③ $a^3 + b^3 + c^3$

④ $ab + bc + ca$

⑤ 0

31. $a + b \leq 100$ 이고 $\frac{a + b^{-1}}{a^{-1} + b} = 13$ 을 만족하는 양의 정수 쌍 (a, b) 의 개수는?

① 1개

② 5개

③ 7개

④ 9개

⑤ 13개

32. $-1 \leq x \leq -\frac{1}{\sqrt{2}}$ 일 때, $\sqrt{1 - 2x\sqrt{1-x^2}} - \sqrt{1 + 2x\sqrt{1-x^2}}$ 을 간단히 하면?

① 0

② $\sqrt{1-x^2}$

③ $-\sqrt{1-x^2}$

④ $2\sqrt{1-x^2}$

⑤ $-2\sqrt{1-x^2}$

33. $x = \sqrt{2 + \sqrt{3}}, y = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$ 일 때, $\frac{y^3}{x} + \frac{x^3}{y}$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

34. x, y 가 유리수일 때, $[x, y] = \sqrt{2}x + y$ 로 정의하자. 유리수 a, b 가 $[2a, 2b] + 1 = [b, a] - 2$ 를 만족할 때, $a + b$ 의 값은?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

35. 함수 $y = \frac{x+1}{x-2}$ 의 그래프에서 점근선의 방정식을 $x = a, y = b$ 라 할

때, 함수 $y = \sqrt{ax+b}$ 의 역함수의 최솟값을 구하면?

① -1

② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{2}$

④ 1

⑤ $\frac{3}{2}$

36. 12와 18로 나누어떨어지는 세 자리의 자연수의 총합을 구하여라.



답:

37. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 다음과 같이 정의되어 있다.

$$a_n = 2n + 1, b_n = 3n + 2 (n = 1, 2, 3, \dots)$$

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에서 공통인 항을 작은 것부터 순서대로 나열한 수열을 $\{c_n\}$ 이라 한다. 이때, C_{20} 의 값을 구하여라.



답: _____

38. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 4x - (2n - 1)(2n + 1) = 0$ 의 두근 α_n, β_n 에

대하여 $\sum_{n=1}^{10} \left(\frac{1}{\alpha_n} + \frac{1}{\beta_n} \right)$ 의 값은?

① $\frac{11}{21}$

② $\frac{20}{21}$

③ $\frac{31}{21}$

④ $\frac{40}{21}$

⑤ $\frac{50}{21}$

39. 수열 $2, 3, 5, 9, 17, \dots$ 의 제 10 항 까지의 합은?

① $2^9 - 1$

② $2^9 + 1$

③ $2^9 + 9$

④ $2^{10} - 1$

⑤ $2^{10} + 9$

40. n 이 자연수일 때, $n + (n-1)2 + (n-2)2^2 + \cdots + 2 \cdot 2^{n-2} + 2^{n-1}$ 의 값은?

① 2^{n+1}

② $2^{n+1} - n$

③ $2^{n+1} - n - 2$

④ $2^n + n2$

⑤ $2^n n + 2$

41. 자연수로 이루어진 순서쌍의 수열
(1, 1), (1, 2), (2, 1), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (1, 4),
(2, 3), (3, 2), (4, 1), (1, 5), ... 에서 두 수가 모두 한 자리의 자연수로
이루어진 순서쌍의 총 개수를 구하여라.



답: _____

42. 한 변의 길이가 1인 정사각형 R_1 의 왼쪽 변에 같은 크기의 정사각형 R_2 를 붙이고, 붙여진 두 정사각형이 만든 직사각형의 위쪽에 한 변의 길이가 2인 정사각형 R_3 를 붙이고, 다시 붙여진 3개의 정사각형으로 만들어진 직사각형의 오른쪽에 한 변의 길이가 3인 정사각형 R_4 를 붙인다. 이와 같이 계속하여 정사각형을 시계 방향으로 붙여나간다. 정사각형 R_n 의 한 변의 길이를 a_n (n 은 자연수)이라 할 때, 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $a_{10} = 55$

㉡ $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = a_{12}$

㉢ $a_{n+2}^2 = a_{n+1}^2 + a_n^2$

① ㉠

② ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

43. 뚜껑이 없는 커다란 통이 있다. 첫째 날 아침에 이 물통에 100L의 물을 넣고, 둘째 날부터는 매일 아침 일정한 시각에 이 물통에서 1L의 물을 가져가기로 하였다. 또, 아침에 물을 가져가고 난 후 물통에 남아 있는 물의 1%가 하루 동안 증발하여 없어진다고 한다. n 일째 되는 날 아침에 물통에서 1L의 물을 가져가고 난 직후에 측정한 물의 양을 a_n L, 1L의 물을 가져가고 난 직후에 측정한 물의 양을 b_n L라고 하자. 예를 들면 $a_2 = 99$ 이다. 이때, 등식 $b_{n+1} = pa_n + q$ 를 만족하는 두 상수 p, q 에 대하여 $p + q$ 의 값은? (단, 아침에 남아있는 물의 양이 1L이상인 날까지만 측정한다.)

① 2

② 0.99

③ -0.99

④ -1

⑤ -1.99

44. 비어 있는 물탱크에 물을 채우려고 한다. 첫째 날은 7L의 물을 채우고, 다음 날부터 전날 채운 물의 양의 $\frac{4}{3}$ 배보다 1L 적은 양을 채우기로 하였다. 열 번째 날 물탱크에 채우는 물의 양은?

① $4 \left(\frac{2}{3}\right)^{10} + 3L$

② $4 \left(\frac{3}{4}\right)^9 + 3L$

③ $4 \left(\frac{3}{5}\right)^9 + 3L$

④ $4 \left(\frac{4}{3}\right)^{10} + 3L$

⑤ $4 \left(\frac{5}{3}\right)^{10} + 3L$

45. 자연수 n 에 대한 명제 $p(n)$ 이 있다. 명제 $p(n)$ 이 모든 짝수 n 에 대하여 성립함을 증명하려면 다음 두 가지를 보이면 된다.

(i) $p(a)$ 가 참이다.

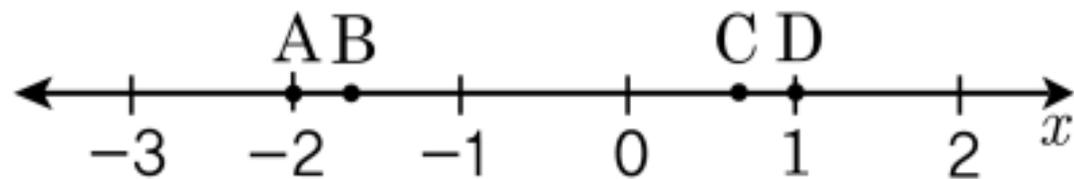
(ii) $p(k)$ 가 참이라 가정하면 $p(k + b)$ 도 참이다.

이때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.



답: _____

46. 다음 그림과 같이 수직선 위에 네 점 $A(-2)$, $B(\log a)$, $C(\log b)$, $D(1)$ 이 있다.



$-2 < \log a < -1$, $0 < \log b < 1$, $\overline{AB} = \overline{CD}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $a + b = 1$ ② $\frac{b}{a} = \frac{1}{10}$ ③ $\frac{b}{a} = 10$
- ④ $ab = \frac{1}{10}$ ⑤ $ab = 10$

47. $\triangle ABC$ 의 세 변 a, b, c 에 대하여

$\log_{(a+b)} c + \log_{(a-b)} c = 2 \log_{(a+b)} c \cdot \log_{(a-b)} c$ 와 같은 관계가 성립할 때, $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가? (단, $a > b, c \neq 1$)

- ① 정삼각형
- ② $b = c$ 인 이등변삼각형
- ③ $a = c$ 인 이등변 삼각형
- ④ a 를 빗변으로 하는 직각삼각형
- ⑤ b 를 빗변으로 하는 직각삼각형

48. 이차방정식의 $x^2 - kx + 3 = 0$ 의 두 근이 $\log A$ 의 정수 부분과 소수 부분이다. 양수 A 의 정수 부분이 5자리의 수일 때, 양수 A 의 최고 자리의 숫자는? (단, k 는 상수이고, $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$ 로 계산한다.)

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

49. $2^{20} \cdot 3^{30}$ 의 맨 첫 자리의 수를 구하여라. (단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$)



답:

50. 서로 다른 두 양수 a, b 에 대하여 $\log a$ 와 $\log b$ 의 정수 부분이 같고 소수 부분의 합이 1이다. $\log a^3 b^2$ 의 정수 부분이 17일 때, ab 의 값은?

① 10^5

② 10^6

③ 10^7

④ 10^8

⑤ 10^9