

1.  $(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2$  을 간단히 하면?

- ①  $72a^7x^8$                       ②  $-72a^7x^8$                       ③  $72a^{12}x^{12}$   
④  $-72a^{12}x^{12}$                       ⑤  $48a^8x^7$

해설

$$(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2 = 8a^3x^6 \times 9a^4x^2 = 72a^7x^8$$

2.  $(2x^3 - 3x + 1) \div (x^2 + 2)$  의 계산에서 나머지는?

①  $-5x + 1$

②  $-x + 1$

③  $5x + 1$

④  $x + 1$

⑤  $-7x + 1$

해설

$2x^3 - 3x + 1$  을  $x^2 + 2$  로 직접 나누어서 구한다.

몫 :  $2x$ , 나머지 :  $-7x + 1$

3.  $ax^2 - (2a + c)x - 1 = (b - 2)x^2 - c$ 가  $x$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① -1      ② 2      ③ 4      ④ 6      ⑤ 8

해설

양변의 계수를 비교하면  
 $a = b - 2 \quad \cdots \textcircled{1}$   
 $2a + c = 0 \quad \cdots \textcircled{2}$   
 $1 = c \quad \cdots \textcircled{3}$   
 $\therefore a = -\frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}, c = 1$   
 $\therefore a + b + c = 2$

4. 등식  $2x^2 - 6x - 2 = a(x+1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x+1)$  가  $x$  의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수  $a+b+c$  의 값을 구하면?

① 2                      ② 1                      ③ 0                      ④ -1                      ⑤ -2

해설

$x=0$ 을 대입하면:  $a=1$   
 $x=-1$ 을 대입하면:  $b=2$   
 $x=2$ 을 대입하면:  $c=-1$   
 $\therefore a+b+c=2$



5. 다항식  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$ 를 일차식  $x + 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -10      ② 10      ③ -4      ④ 4      ⑤ 0

해설

$f(x) = (x + 1)Q(x) + R$ 이라고 놓으면

$f(-1) = R$

$\therefore f(-1) = -1 - 2 - 3 - 4 = -10$

따라서  $R = -10$

6.  $3(4x + 5\pi) = P$  일 때,  $6(8x + 10\pi)$  는?

- ①  $2P$       ②  $4P$       ③  $6P$       ④  $8P$       ⑤  $18P$

해설

$$6(8x + 10\pi) = 6 \cdot 2(4x + 5\pi) = 4 \cdot 3(4x + 5\pi) = 4P$$

7. 등식  $(x-2) + (2y+3)i = -7i$ 를 만족하는 실수  $x, y$ 에 대하여  $x+y$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

① -3      ② -1      ③ 1      ④ 2      ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} x-2 &= 0, \quad 2y+3 = -7 \\ \therefore x &= 2, \quad y = -5 \end{aligned}$$

8.  $\frac{2+3i}{3-i}$  를 계산하면?

①  $\frac{3}{8} + \frac{13}{8}i$

②  $\frac{3}{10} + \frac{11}{10}i$

③  $\frac{3}{10} - \frac{11}{10}i$

④  $\frac{3}{8} - \frac{13}{8}i$

⑤  $\frac{4}{9} + \frac{11}{9}i$

해설

$$\frac{2+3i}{3-i} = \frac{(2+3i)(3+i)}{(3-i)(3+i)} = \frac{3}{10} + \frac{11}{10}i$$



9.  $x = 1 + \sqrt{2}i, y = 1 - \sqrt{2}i$  일 때,  $x^2 + y^2$  의 값을 구하면?

- ①  $-1$       ②  $1$       ③  $-2$       ④  $2$       ⑤  $-3$

해설

$$\begin{aligned}x^2 &= (1 + \sqrt{2}i)^2 = 1 + 2\sqrt{2}i - 2 = -1 + 2\sqrt{2}i \\y^2 &= (1 - \sqrt{2}i)^2 = 1 - 2\sqrt{2}i - 2 = -1 - 2\sqrt{2}i \\\therefore x^2 + y^2 &= -2\end{aligned}$$

해설

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 2^2 - 2 \times 3 = -2$$

10. 이차방정식  $2x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 4

④ 8

⑤ 11

해설

근과 계수와의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) \\ &= 8 - 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times 2 = 11\end{aligned}$$

11. 두 다항식  $A, B$ 에 대하여 연산  $A \ominus B$ 와  $A \otimes B$ 을 다음과 같이 정의하기로 한다.
- $A \ominus B = A - 3B, A \otimes B = (A + B)B$   
 $P = 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3, Q = x^3 + x^2y + xy^2$ 이라 할 때,  
 $(P \ominus Q) \otimes Q$ 를  $x, y$ 에 관한 다항식으로 나타내면?
- ①  $x^4y^2 + xy^5$

②  $x^4y^2 - xy^5$

③  $x^3y^2 - xy^4$

④  $x^3y^2 + xy^4$

⑤  $2x^3y^2 - xy^4$

해설

정의에 따라  $(P \ominus Q) \otimes Q$ 를 변형하면

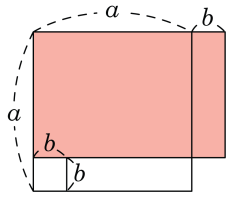
$$\begin{aligned}(P \ominus Q) \otimes Q &= (P - 3Q) \otimes Q \\ &= (P - 3Q + Q)Q \\ &= (P - 2Q)Q \quad \cdots \text{①}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P - 2Q &= 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3 - 2(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= xy^2 - y^3\end{aligned}$$

이므로 ①식은

$$\begin{aligned}(P \ominus Q) \otimes Q &= (xy^2 - y^3)(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 - x^3y^3 \\ &\quad - x^2y^4 - xy^5 \\ &= x^4y^2 - xy^5\end{aligned}$$

12. 다음 그림에서 색칠한 부분이 나타내고 있는 곱셈공식은 무엇인가?



- ①  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- ②  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- ③  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- ④  $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
- ⑤  $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

해설

$(a + b)(a - b) = ①' + ②$   
①' = ① 이므로  
 $(a + b)(a - b) = ① + ② = a^2 - b^2$   
 $\therefore (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$



13. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

①  $(x - y - 1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

②  $(a + b)^2(a - b)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

③  $(-x + 3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

④  $(a - b)(a^2 + ab - b^2) = a^3 - b^3$

⑤  $(p - 1)(p^2 + 1)(p^4 + 1) = p^{16} - 1$

해설

①  $(x - y - 1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y$

③  $(-x + 3)^3 = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$

④  $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

⑤  $(p - 1)(p + 1)(p^2 + 1)(p^4 + 1) = p^8 - 1$

14. 등식  $x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + c(x - 1)^2$  이  $x$ 에 관한 항등식일 때,  $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + c(x - 1)^2$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 2 = a \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$x = 0 \text{을 대입하면 } 3 = a - b + c \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 3 = a + b + c \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①을 ②, ③에 대입하여 정리하면

$$b - c = -1, b + c = 1$$

두 식을 연립하면  $b = 0, c = 1$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 4 + 0 + 1 = 5$$

15. 다항식  $x^3 + ax + b$ 가 다항식  $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로  
 $x^2 = x - 1$ 을 대입하면  
 $ax + (b - 1) = 0$   
이 등식이  $x$ 에 대한 항등식이므로,  
 $a = 0, b - 1 = 0$   
 $\therefore a = 0, b = 1$   
 $\therefore a + b = 1$

해설

$x^3 + ax + b$   
 $= (x^2 - x + 1)Q(x)$   
 $= (x^2 - x + 1)(x + b)$   
 $\therefore b = 1, a = 0$

16. 다항식  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을  $x - 2$ ,  $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각  $a, b$ 라 할 때,  $a + b$ 의 값은?

①  $-8$       ②  $-2$       ③  $-16$       ④  $4$       ⑤  $2$

해설

$$f(x) = (x - 2)Q(x) + a$$

$$f(x) = (x - 1)Q'(x) + b$$

$$f(2) = 4 = a, \quad f(1) = -2 = b$$

$$\therefore a + b = 2$$



17. 다항식  $ax^3 + bx^2 - 4$  가  $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어지도록  $a, b$ 를 정할 때,  $a$ 와  $b$ 의 곱을 구하면?

① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

해설

$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)Q(x)$   
 $\phantom{ax^3 + bx^2 - 4} = (x - 1)(x + 2)Q(x)$   
양변에  $x = 1, x = -2$ 를 각각 대입하면  
 $a + b - 4 = 0, -8a + 4b - 4 = 0$   
두 식을 연립하여 풀면  $a = 1, b = 3$   
 $\therefore ab = 3$

해설

$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)(ax + 2)$   
우변을 전개하여 계수를 비교하면  
 $a = 1, b = 3 \therefore ab = 3$

18. 실수  $x$  에 대하여 복소수  $(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$  가 순허수가 되도록 하는  $x$  의 값은?

①  $-2$       ②  $-1$       ③  $0$       ④  $1$       ⑤  $2$

해설

$(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$   
 $= (x^2 - x - 2) + (x^2 - 3x + 2)i$   
순허수가 되려면 (실수 부분)=0, (허수 부분) $\neq 0$ 이어야 하므로  
 $x^2 - x - 2 = 0$ ,  $x^2 - 3x + 2 \neq 0$   
(i)  $x^2 - x - 2 = 0$  에서  $(x+1)(x-2) = 0$   
 $\therefore x = -1$  또는  $x = 2$   
(ii)  $x^2 - 3x + 2 \neq 0$  에서  $(x-1)(x-2) \neq 0$   
 $\therefore x \neq 1$  또는  $x \neq 2$   
따라서 (i), (ii)에 의하여  $x = -1$

19.  $(1 - 3i)x + (3 + 2i)y = 1 + 8i$ 를 만족하는 실수  $x, y$  에 대하여  $x + y$ 의 값은?

①  $-2$       ②  $-1$       ③  $0$       ④  $1$       ⑤  $2$

해설

$(1 - 3i)x + (3 + 2i)y = 1 + 8i$  ,  
 $(x + 3y) + (-3x + 2y)i = 1 + 8i$  에서  
복소수의 상등에 의하여  
 $x + 3y = 1, -3x + 2y = 8$  이고  
연립하여 풀면  $y = 1, x = -2$   
 $\therefore x + y = -1$

20.  $\alpha, \beta$  가 복소수일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단,  $\bar{\beta}$  는  $\beta$  의 켤레복소수이다.)

- ㉠  $\alpha^2 + \beta^2 = 0$  이면  $\alpha = 0, \beta = 0$  이다.

㉡  $\alpha\beta = 0$  이면  $\alpha = 0$  또는  $\beta = 0$  이다.

㉢  $\alpha = \bar{\beta}$  일 때,  $\alpha\beta = 0$  이면  $\alpha = 0$  이다.

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 반례 :  $\alpha = 1, \beta = i$   
㉡ (생략)  
㉢  $\alpha = x + yi$  라 하면  
 $\alpha\beta = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2(x, y \text{는 실수})$   
 $x^2 + y^2 = 0$  이려면  $x = 0, y = 0$   
즉,  $\alpha = 0$



21. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

보기

- I.  $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3) \cdot (-3)} = \sqrt{9} = 3$   
II.  $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5 \times (-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i$   
III.  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\frac{2}{-6}} = \sqrt{-\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}i$   
IV.  $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$

- ① I, II                      ② I, III                      ③ II, III, IV  
④ II, IV                      ⑤ III, IV

해설

- I.  $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3}i\sqrt{3}i = \sqrt{9}i^2 = -3$   
 $\therefore$  옳지 않다.  
II.  $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i$   
 $\therefore$  옳다.  
III.  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\frac{2}{6}} \cdot \frac{i}{i^2} = -\sqrt{\frac{1}{3}}i$   
 $\therefore$  옳지 않다.  
IV.  $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}}i = \sqrt{5}i$   
 $\therefore$  옳다.

22. 다음 이차방정식의 해를 바르게 짝지은 것은?

(1)  $x(5x - 4) = 4(x - 1)$   
(2)  $x^2 - 3\sqrt{2}x + 6 = 0$

- ① (1)  $\frac{4 \pm 2i}{5}$ , (2)  $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$       ② (1)  $\frac{3 \pm 2i}{5}$ , (2)  $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$   
③ (1)  $\frac{4 \pm 2i}{5}$ , (2)  $\frac{3\sqrt{3} \pm \sqrt{6}i}{2}$       ④ (1)  $\frac{1 \pm 2i}{5}$ , (2)  $\frac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$   
⑤ (1)  $\frac{4 \pm 3i}{5}$ , (2)  $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

해설

근의 공식을 이용하여 푼다.

(1)  $x(5x - 4) = 4(x - 1)$

$\therefore 5x^2 - 8x + 4 = 0$

$\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 20}}{5} = \frac{4 \pm 2i}{5}$

(2)  $x = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{18 - 24}}{2} = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

23.  $x$ 에 대한 이차방정식  $kx^2 + (2k+1)x + 6 = 0$ 의 해가 2,  $\alpha$ 일 때,  $k + \alpha$ 의 값을 구하면?

① -1      ② -2      ③ -3      ④ -4      ⑤ -5

해설

해가 2,  $\alpha$ 라면 방정식에 2를 대입하면 0이 된다.

$$k \cdot 2^2 + (2k+1)2 + 6 = 0$$

$$4k + 4k + 8 = 0 \text{에서 } k = -1$$

$k = -1$ 을 방정식에 대입하고  $\alpha$ 를 구한다.

$$-x^2 - x + 6 = 0, x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0, x = 2, -3$$

$$\therefore k = -1, \alpha = -3$$

$$\therefore k + \alpha = -4$$

24. 이차방정식  $x^2 + (k - 4)x + k - 1 = 0$  이 중근을 가지도록 상수  $k$ 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

판별식을  $D$  라 하면,  
 $D = 0$  일 때 중근을 가지므로  
 $D = (k - 4)^2 - 4(k - 1) = k^2 - 12k + 20 = 0$  에서  
 $(k - 2)(k - 10) = 0$   
따라서,  $k = 2, k = 10$  이므로  $k$ 의 값은 12이다.



25.  $x$ 에 대한 이차방정식  $2mx^2 + (5m+2)x + 4m+1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수  $m$ 의 값은?

- ①  $-\frac{3}{2}, -2$       ②  $-\frac{7}{12}, -\frac{1}{2}$       ③  $-\frac{7}{2}, 2$   
④  $-\frac{2}{7}, 2$       ⑤  $\frac{2}{7}, \frac{3}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을  $D$ 라고 하면 중근을 가질 조건은  $D = 0$ 이므로

$$D = (5m+2)^2 - 4 \cdot 2m \cdot (4m+1) = 0$$

$$25m^2 + 20m + 4 - 32m^2 - 8m = 0$$

$$7m^2 - 12m - 4 = 0$$

$$(7m+2)(m-2) = 0$$

$$\therefore m = -\frac{2}{7} \text{ 또는 } 2$$

26.  $x$ 에 대한 이차방정식  $(k-1)x^2 + 2kx + k-1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 자연수  $k$ 의 최솟값은?

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

(i) 이차방정식이므로  $x^2$ 의 계수는  $k-1 \neq 0$ 이어야 한다.  
따라서  $k \neq 1$

(ii) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식  $\frac{D}{4} > 0$ 이어야  
하므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - (k-1)^2 > 0, \quad 2k-1 > 0$$

$$\therefore k > \frac{1}{2}$$

따라서 자연수  $k$ 의 최솟값은 2이다.

27. 계수가 실수인  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2+2(a-m-1)x+a^2-b+m^2=0$ 의 근이  $m$ 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는  $a, b$ 값의 합은?

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

$$\frac{D}{4} = (a - m - 1)^2 - (a^2 - b + m^2) = 0$$

$m$ 의 값에 관계없이

$$2(-a + 1)m + (-2a + b + 1) = 0$$

이어야 하므로

$$2(-a + 1) = 0, -2a + b + 1 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

28. 다항식  $2x^2 + 5ax - a^2$ 을 다항식  $P(x)$ 로 나눈 몫이  $x + 3a$ , 나머지가  $2a^2$ 일 때, 다항식  $(x + a)P(x)$ 를 나타낸 것은?

①  $x^2 + 2ax - 2a^2$

②  $x^2 - a^2$

③  $2x^2 + 3ax + a^2$

④  $2x^2 - 3ax - a^2$

⑤  $2x^2 + ax - a^2$

해설

$2x^2 + 5ax - a^2 = P(x)(x + 3a) + 2a^2$  이므로

$$P(x)(x + 3a) = 2x^2 + 5ax - 3a^2$$

따라서, 다항식  $P(x)$ 는  $2x^2 + 5ax - 3a^2$ 을  $x + 3a$ 로 나눈 몫이므로

$$P(x) = 2x - a$$

$$\begin{aligned}\therefore (x + a)P(x) &= (x + a)(2x - a) \\ &= 2x^2 + ax - a^2\end{aligned}$$



29.  $(10^5 + 2)^3$ 의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

① 15

② 18

③ 21

④ 26

⑤ 28

해설

준식을 전개하면

$$\begin{aligned} & 10^{15} + 2^3 + 3 \times 2 \times 10^5(10^5 + 2) \\ &= 10^{15} + 2^3 + 6 \times 10^{10} + 12 \times 10^5 \\ &= 10^{15} + 10^{10} \times 6 + 10^5 \times 12 + 8 \\ &\therefore 1 + 6 + 1 + 2 + 8 = 18 \end{aligned}$$

30.  $x$ 에 대한 다항식  $f(x)$ 를  $x-1$ 로 나눈 나머지는 6이고,  $(x-2)^2$ 으로 나눈 나머지는  $6x+1$ 이다. 이때,  $f(x)$ 를  $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는?

①  $6x+7$

②  $-6x+5$

③  $7x+7$

④  $7x-1$

⑤  $8x+13$

해설

$$f(1) = 6, f(x) = (x-2)^2 q(x) + 6x + 1$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \text{ 에서}$$

$$f(1) = a + b = 6, f(2) = 2a + b = 13$$

$$\therefore a = 7, b = -1$$

따라서  $f(x)$ 를  $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는  $7x-1$ 이다.

31. 다음 중 인수분해가 잘못된 것을 고르면?

①  $(x-y)^2 - xy(y-x) = (x-y)(x-y+xy)$

②  $3a^2 - 27b^2 = 3(a+3b)(a-3b)$

③  $64a^3 - 125 = (4a+5)(16a^2 - 20a + 25)$

④  $(x^2 - x)(x^2 - x + 1) - 6 = (x^2 - x + 3)(x+1)(x-2)$

⑤  $2x^2 - 5x + 3 = (x-1)(2x-3)$

해설

$$\begin{aligned} & 64a^3 - 125 \\ &= (4a)^3 - (5)^3 \\ &= (4a-5)(16a^2 + 20a + 25) \end{aligned}$$

32.  $\frac{2012^3 + 1}{2012 \times 2011 + 1}$  의 값을  $a$  라 할 때,  $\frac{a+1}{a-1}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{1007}{1006}$

해설

$$\begin{aligned} a &= \frac{(2012+1)(2012^2-2012+1)}{(2012^2-2012+1)} \\ &= 2013 \text{ 이므로} \\ \therefore \frac{a+1}{a-1} &= \frac{2013+1}{2013-1} = \frac{2014}{2012} = \frac{1007}{1006} \end{aligned}$$



33. 복소수  $z = x + yi$ 를 좌표평면 위에 점  $p(x, y)$ 에 대응시킬 때,  $(3 - 4i)z$ 가 실수가 되게 하는 점  $p$ 의 자취가 나타내는 도형은?

- ① 기울기가 양인 직선                      ② 기울기가 음인 직선  
③ 위로 볼록한 포물선                      ④ 아래로 볼록한 포물선  
⑤ 원

해설

$$\begin{aligned}(3 - 4i)z &= (3 - 4i)(x + yi) \\ &= (3x + 4y) + (-4x + 3y)i\end{aligned}$$

실수가 되려면 허수부  $-4x + 3y = 0$ 이다.

$$\therefore y = \frac{4}{3}x \quad (\Rightarrow \text{기울기가 양인 직선})$$

34.  $z = \frac{1-i}{1+i}$  일 때,  $z^{100} + \frac{1}{z^{100}}$  의 값을 구하여라. ( $i = \sqrt{-1}$  )

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$z = \frac{1-i}{1+i} = -i$$

$$z^{100} + \frac{1}{z^{100}} = (-i)^{100} + \frac{1}{(-i)^{100}} = 1 + 1 = 2$$

35.  $\bar{z} = -z$  를 만족하는  $z$  에 대하여  $w = \frac{z-1}{z+1}$  이라 할 때,  $w\bar{w}$  의 값을 구하여라. (단,  $\bar{z}$  는  $z$  의 켤레복소수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$z = a + bi$  ( $a, b$  는 실수)로 놓으면  $\bar{z} = a - bi$

$\bar{z} = -z$  이므로  $a - bi = -(a + bi)$

$a - bi = -a - bi$  ,  $2a = 0$

따라서  $a = 0$  이므로  $z = bi$

$z = bi$  를  $w = \frac{z-1}{z+1}$  에 대입하면

$$w = \frac{-1+bi}{1+bi}, \bar{w} = \overline{\left(\frac{-1+bi}{1+bi}\right)} = \frac{-1-bi}{1-bi}$$

$$\therefore \bar{w} = \frac{-1+bi}{1+bi} \cdot \frac{-1-bi}{1-bi}$$

$$= \frac{-1+bi}{1+bi} \cdot \frac{-(1+bi)}{-(-1+bi)}$$

$$= \frac{-1+bi}{1+bi} \cdot \frac{1+bi}{-1+bi} = 1$$

36. 방정식  $|x| + |x - 1| = 9$ 의 모든 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-20$

해설

$|x| + |x - 1| = 9$ 에서

i)  $x < 0$ 일 때,

$$-x - x + 1 = 9$$

$$\therefore x = -4$$

ii)  $0 \leq x < 1$ 일 때,

$$x - x + 1 = 9 \text{ (성립하지 않음)}$$

iii)  $x \geq 1$ 일 때,

$$x + x - 1 = 9$$

$$\therefore x = 5$$

따라서 모든 근의 곱은

$$(-4) \times 5 = -20$$



37. 이차방정식  $x^2 - (k - 1)x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3일 때, 실수  $k$  값의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

두 근의 비가 2 : 3이므로 두 근을  $2\alpha$ ,  $3\alpha$ 라 하면

$$2\alpha + 3\alpha = 5\alpha = k - 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$(2\alpha)(3\alpha) = 6\alpha^2 = k \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } \alpha = \frac{k - 1}{5},$$

$$\text{이것을 } \textcircled{㉡} \text{에 대입하면 } 6k^2 - 37k + 6 = 0$$

$$\therefore k = 6, \frac{1}{6}$$

38. 이차다항식  $f(x)$ 에 대하여 방정식  $f(x) = 0$ 의 두근의 합이 12일 때, 이차방정식  $f(2x) = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

이차방정식  $f(x) = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하고

$f(x) = a(x - \alpha)(x - \beta) = 0$ 라 놓으면

$f(2x) = a(2x - \alpha)(2x - \beta) = 0$

$a\left(x - \frac{\alpha}{2}\right)\left(x - \frac{\beta}{2}\right) = 0, \left(x - \frac{\alpha}{2}\right)\left(x - \frac{\beta}{2}\right) = 0$

$\alpha + \beta = 12$  이므로

이 방정식의 두 근  $\frac{\alpha}{2}, \frac{\beta}{2}$ 의 합은

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

39. A, B 두 사람이 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$ 을 푸는데 A는  $b$ 를 잘못 읽어  $-4$ 와  $7$ 을, B는  $c$ 를 잘못 읽어  $-3 \pm \sqrt{2}i$ 를 근으로 얻었다. 원래의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-6$

해설

A는  $a$ 와  $c$ 를 바르게 읽었으므로

근과 계수와의 관계에서

$$\frac{c}{a} = -4 \cdot 7 = -28, c = -28a$$

B는  $a$ 와  $b$ 를 바르게 읽었으므로

$$-\frac{b}{a} = (-3 + \sqrt{2}i) + (-3 - \sqrt{2}i) = -6, b = 6a$$

따라서 원래의 이차방정식은

$$ax^2 + 6ax - 28a = 0$$

근과 계수와의 관계에 의해 두 근의 합은  $-6$

40. 계수가 유리수인 이차방정식  $x^2 + px + q = 0$  의 한 근이  $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$  일 때,  $p+q$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$\sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{7-2\sqrt{12}} = 2-\sqrt{3}$  이므로,  
두 근은  $2-\sqrt{3}, 2+\sqrt{3}$   
 $p = -(\text{두근의 합}) = -4$   
 $q = (\text{두근의 곱}) = 1$   
 $\therefore p+q = -3$



41.  $a+b+c=1$ ,  $ab+bc+ca=1$ ,  $abc=1$  일 때,  $a^3+b^3+c^3$  의 값은?

① 3

② -3

③ 1

④  $\frac{1}{3}$

⑤  $\frac{1}{9}$

해설

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$

$$1 = a^2 + b^2 + c^2 + 2$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = -1$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3 = 1 \cdot (-1 - 1) = -2$$

$$\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 1$$

42. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $x^{10} + 1 = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + \cdots + a_{10}(x-1)^{10}$ 이 성립할 때,  $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 513

해설

양변에  $x = 0$ 을 대입하면

$$1 = a_0 - a_1 + a_2 - \cdots + a_{10} \cdots \textcircled{1}$$

양변에  $x = 2$ 을 대입하면

$$2^{10} + 1 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} \cdots \textcircled{2}$$

① + ②에 의해

$$2^{10} + 2 = 2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10})$$

$$\therefore (a_0 + a_2 + \cdots + a_{10}) = 2^9 + 1 = 513$$

43. 다항식  $f(x)$ 를  $x-1$ 로 나누면 몫이  $A(x)$ , 나머지가  $a$ 이고,  $x+2$ 로 나누면 몫이  $B(x)$ , 나머지가  $b$ 라고 한다. 이때,  $A(x)$ 를  $x+2$ 로 나눈 나머지를  $a, b$ 로 나타내면?

- ①  $a-b$       ②  $\frac{a-b}{2}$       ③  $\frac{a-b}{3}$       ④  $\frac{a-b}{4}$       ⑤  $\frac{a-b}{5}$

해설

$$f(x) = (x-1)A(x) + a \cdots \textcircled{1}$$

$$f(x) = (x+2)B(x) + b \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에 각각  $x=1, x=-2$ 를 대입하면

$$f(1) = a, f(-2) = b$$

$A(x)$ 를  $x+2$ 로 나눈 나머지는 나머지정리에 의해  $A(-2)$ 이다.

①에  $x=-2$ 를 대입하면

$$f(-2) = -3A(-2) + a = b$$

$$\therefore A(-2) = \frac{a-b}{3}$$

44.  $\sqrt{21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 + 1}$ 은 자연수이다. 이 때, 각 자리의 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned} & x = 21 \text{ 이라 하면} \\ & \sqrt{21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 + 1} \\ &= \sqrt{x(x+1)(x+2)(x+3) + 1} \\ &= \sqrt{\color{red}{x}(x+3))(x+1)(x+2) + 1} \\ &= \sqrt{(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) + 1} \\ &= \sqrt{(x^2 + 3x)^2 + 2(x^2 + 3x) + 1} \\ &= \sqrt{\color{red}{[(x^2 + 3x) + 1]^2}} \\ &= x^2 + 3x + 1 \quad (\because (x^2 + 3x) + 1 > 0) \\ &= 21^2 + 3 \cdot 21 + 1 = 505 \\ & \text{각자리 숫자의 합은 } 5 + 0 + 5 = 10 \end{aligned}$$



45.  $a^2 - b^2 = 1$  일 때,  $\{(a + b)^n + (a - b)^n\}^2 - \{(a + b)^n - (a - b)^n\}^2$  의 값은? (단,  $n$ 은 자연수)

- ① 2
- ②  $2(a + b)^n$
- ③ 4
- ④  $4(a + b)^n$
- ⑤  $4(a - b)^n$

해설

$(A)^2 - (B)^2$  형태이므로  
합차공식을 사용하여 정리하면  
(준식) $= 4(a + b)^n(a - b)^n = 4(a^2 - b^2)^n = 4$

46. 다음 중 다항식  $a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)$ 의 인수가 아닌 것은?

- ①  $a-b$
- ②  $b-c$
- ③  $c-a$
- ④  $a+b+c$
- ⑤  $a-b+c$

해설

주어진 식을  $a$ 에 관하여 정리하면  
(준식) $=a^3(b-c)-a(b^3-c^3)+bc(b^2-c^2)$   
 $=(b-c)\{a^3-a(b^2+bc+c^2)+bc(b+c)\}$   
 $=(b-c)\{b^2(c-a)+b(c^2-ca)-a(c^2-a^2)\}$   
 $=(b-c)(c-a)(b^2+bc-ac-a^2)$   
 $=(b-c)(c-a)\{c(b-a)+(b^2-a^2)\}$   
 $=(b-c)(c-a)(b-a)(a+b+c)$

47. 삼각형의 세 변의 길이  $a, b, c$ 에 대하여  $(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c) + (c+a)(c-a)$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ① 직각삼각형      ② 이등변삼각형      ③ 정삼각형  
④ 예각삼각형      ⑤ 둔각삼각형

해설

$(a+b-c)(a-b+c)$   
 $= b(b+2c) + (c+a)(c-a)$ 에서  
 $\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\} = b^2 + 2bc + c^2 - a^2$   
 $a^2 - b^2 + 2bc - c^2 = -a^2 + b^2 + c^2 + 2bc$   
 $2a^2 = 2b^2 + 2c^2$   
 $\therefore a^2 = b^2 + c^2$   
따라서, 이 삼각형은 빗변의 길이가  $a$ 인 직각삼각형이다.

48. 실수  $a, b, c$ 에 대하여  $[a, b, c] = a^2 + bc$ 라 하고  $x + y + z = 10$ ,  $x^2 + y^2 + z^2 = 12$ 일 때,  $[x, 2y, z] + [y, 2z, x] + [z, 2x, y]$ 의 값은?

① 10      ② 22      ③ 88      ④ 100      ⑤ 144

해설

$$\begin{aligned} & [x, 2y, z] + [y, 2z, x] + [z, 2x, y] \\ &= x^2 + 2yz + y^2 + 2zx + z^2 + 2xy \\ &= x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx \\ &= (x + y + z)^2 = 100 \end{aligned}$$



49. 복소수  $z = a + bi$  가 다음 두 조건을 만족한다.

$$(1 + i + z)^2 < 0 \quad z^2 = c + 4i$$

이 때,  $a^2 + b^2 + c^2$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$(1 + i + z)^2 < 0$  에서  $1 + i + z$  는 순허수이다.

$z = a + bi$  라면

$$1 + i + z = 1 + i + a + bi = (1 + a) + (1 + b)i$$

이것이 순허수이므로  $1 + a = 0$  ,  $a = -1$

$$\therefore z = -1 + bi$$

또한  $z^2 = c + 4i$  에서  $(-1 + bi)^2 = c + 4i$

$$1 - 2bi - b^2 = c + 4i$$

$$\therefore -2b = 4, 1 - b^2 = c$$

$$\therefore b = -2, c = -3$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 14$$

50.  $w = \frac{1 + \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}i}$  일 때,  $(w + 2w^2)^2 + (2w + w^2)^2$  의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}w &= \frac{1 + \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}i} = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \\ \therefore w^2 + w + 1 &= 0, \quad w^3 = 1 \\ \therefore (w + 2w^2)^2 + (2w + w^2)^2 & \\ &= (w - 2w - 2)^2 + (2w - w - 1)^2 \\ &= (-w - 2)^2 + (w - 1)^2 \\ &= w^2 + 4w + 4 + w^2 - 2w + 1 \\ &= 2w^2 + 2w + 5 \\ &= 2(w^2 + w + 1) + 3 \\ &= 3\end{aligned}$$