

1. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(-1, 4)$ 이고, y 절편이 6 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 4)$ 이므로

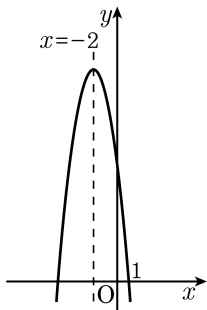
$y = a(x+1)^2 + 4$ 이고, y 절편이 6 이므로 $6 = a(0+1)^2 + 4$, $a = 2$ 이다.

$$y = 2(x+1)^2 + 4 = 2x^2 + 4x + 6$$

$$a = 2, b = 4, c = 6$$

$$\therefore a + b + c = 12$$

2. 다음은 $x = -2$ 를 축으로 하는 이차함수 $y = -2x^2 + mx + n$ 의 그래프이다. m, n 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = -8$

▷ 정답 : $n = 10$

해설

$y = -2(x + 2)^2 + q$ 에 $(1, 0)$ 을 대입하면
 $0 = -2 \times 9 + q$ 이다.

$$\therefore q = 18$$

$$\begin{aligned} y &= -2(x + 2)^2 + 18 \\ &= -2(x^2 + 4x + 4) + 18 \\ &= -2x^2 - 8x + 10 \end{aligned}$$

$$\therefore m = -8, n = 10$$

3. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 세 점 $(0, 3), (1, b + 5), (-1, 2a)$ 를 지날 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

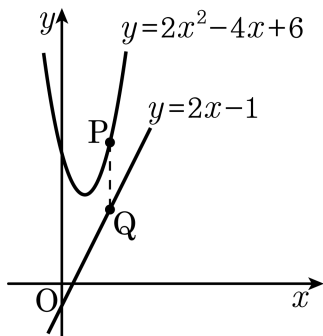
해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면

$$a = 2, b = 1, c = 3$$

$$\therefore a + b + c = 2 + 1 + 3 = 6$$

4. 다음 그림과 같이 $y = 2x^2 - 4x + 6$ 과 $y = 2x - 1$ 이 y 축에 평행인 직선과 만나는 점을 P, Q 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$\overline{PQ}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의 x 좌표는 같다. 이 때, 점 P 의 좌표를 $(t, 2t^2 - 4t + 6)$ 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 $(t, 2t - 1)$ 이다.

$$\overline{PQ} = 2t^2 - 4t + 6 - (2t - 1) = 2t^2 - 6t + 7 = 2\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{2}$$

$\therefore t = \frac{3}{2}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 $\frac{5}{2}$

5. 이차함수 $y = ax^2 - 2ax - 3$ 의 최솟값이 -4 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = a(x^2 - 2x + 1) - a - 3 = a(x - 1)^2 - a - 3$$

$$-a - 3 = -4$$

$$\therefore a = 1$$

6. 이차함수 $y = -x^2 + 2ax - 6a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$$y = -x^2 + 2ax + 6a = -(x - a)^2 + a^2 + 6a$$

$$\therefore M = a^2 + 6a = (a + 3)^2 - 9$$

따라서 M 의 최솟값은 -9 이다.

7. 차가 10 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱이 최소일 때, 두 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

▷ 정답 : 5

해설

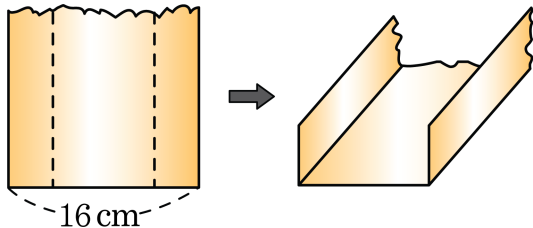
두 수를 x , $x + 10$ 이라고 하면

$$y = x(x + 10) = x^2 + 10x = (x + 5)^2 - 25$$

$x = -5$ 일 때, 최솟값 -25 를 가진다.

따라서 두 수는 -5 , 5 이다.

8. 다음 그림과 같이 너비가 16cm 인 철판의 양쪽을 접어 직사각형인 물받이를 만들었다. 단면의 넓이를 최대가 되게 하는 높이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4cm

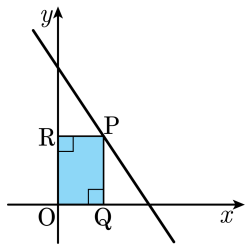
해설

높이를 x cm, 넓이를 y cm² 라고 두면

$$\begin{aligned} y &= x(16 - 2x) \\ &= -2x^2 + 16x \\ &= -2(x^2 - 8x + 16) + 32 \\ &= -2(x - 4)^2 + 32 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

따라서 $x = 4$ 일 때, 최댓값 32 를 가진다.

9. 직선 $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ 위를 움직이는 한 점 P 가 있다. 점 P 에서 x 축, y 축 위에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라고 할 때, 직사각형 OQPR 의 넓이의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P 는 제 1 사분면 위에 있다.)



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

직선의 방정식은 $y = -\frac{3}{2}x + 3$ 이므로

점 P 의 좌표를 (a, b) 로 놓으면 $b = -\frac{3}{2}a + 3$

$$\begin{aligned}\square\text{OQPR} &= ab = a\left(-\frac{3}{2}a + 3\right) \\ &= -\frac{3}{2}a^2 + 3a \\ &= -\frac{3}{2}(a-1)^2 + \frac{3}{2}\end{aligned}$$

한편, 점 P 는 제 1 사분면 위의 점이므로

$$a > 0, b = -\frac{3}{2}a + 3 > 0 \quad \therefore 0 < a < 2$$

따라서 $\square\text{OQPR}$ 의 넓이는 $a = 1$ 일 때, 최댓값 $\frac{3}{2}$ 을 갖는다.

10. 어떤 축구 선수가 축구공을 찼을 때, x 초 후의 축구공의 높이를 y m 라고 하면 $y = -x^2 + 6x$ 의 관계가 성립한다. 축구공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : 9 m

해설

$y = -x^2 + 6x$ 에서 $y = -(x - 3)^2 + 9$ 이다.

따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 9m 이다.