1. x에 대한 일차방정식 $(a^2+3)x+1=a(4x+1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$(a^2+3-4a)x=a-1$

모든 x에 대해 성립하려면

$a^2-4a+3=0,\ a-1=0$

공통근 : $a=1$

2. 방정식 $|x-1|=5$의 모든 해의 합은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$|x-1|=5$에서 $x-1=\pm 5$

(i) $x-1=5$일 때, $x=6$

(ii) $x-1=-5$일 때, $x=-4$

따라서 방정식의 두 실근의 합은

$6+(-4)=2$

3. $|x+1|+|x-2|=x+3$을 만족하는 해의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

i) $x<-1$일 때,

$-x-1-x+2=x+3$

$\therefore\ x=-\frac{2}{3}$ (모순)

ii) $-1\le x<2$일 때,

$x+1-x+2=x+3$

$\therefore\ x=0$

iii) $x\ge 2$일 때,

$x+1+x-2=x+3$

$\therefore\ x=4$

4. $|x-2|+|x-3|=1$을 만족하는 실수 x의 개수는?

① 0개 ② 1개 ③ 2개

④ 3개 ⑤ 4개이상

해설

$|x-2|+|x-3|=1$에서

i) $x<2$일 때,

$-(x-2)-(x-3)=1$

$\therefore\ x=2$ (성립하지 않음)

ii) $2\le x<3$일 때,

$(x-2)-(x-3)=1$

$\therefore\ 0\cdot x=0$ (모든 실수)

iii) $x\ge 3$일 때,

$(x-2)+(x-3)=1$

$\therefore\ x=3$

5. 방정식 $|x-3|+|x-4|=2$ 의 해의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

i) $x<3$ 일 때,

$-(x-3)-(x-4)=3,\ -2x=-5$

$\therefore\ x=\frac{5}{2}$

ii) $3\le x<4$ 일 때

$(x-3)-(x-4)=2,\ 0\cdot x=1$

$\therefore$ 해가 없다.

iii) $x\ge 4$ 일 때

$x-3+x-4=2,\ 2x=9$

$\therefore\ x=\frac{9}{2}$

따라서 $x=\frac{5}{2},\ \frac{9}{2}$ 이고 그 합은 7

6. $2|x-1|+x-4=0$의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -2

해설

i) $x<1$일 때,

$-2(x-1)+(x-4)=0$

$\therefore x=-2$

ii) $x \geq 1$일 때,

$2(x-1)+x-4=0$

$\therefore x=2$

따라서 구하는 해는 $x=-2$ 또는 $x=2$ 이다.

7. 이차방정식 $x^2 - x + 4 = 0$ 의 근을 구하면?

① $x = 1 \pm \sqrt{3}$ ② $x = 1 \pm \sqrt{15}$ ③ $x = -1 \pm \sqrt{15}i$

④ $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{15}i}{2}$

해설

근의 공식을 이용한다.

$x^2 - x + 4 = 0, \quad x = \dfrac{1 \pm \sqrt{15}i}{2}$

8. 이차방정식 $(1-i)x^2+(-3+i)x+2=0$의 해는 $x=a$ 또는 $x=p+qi$이다. 이 때, $a+p+q$의 값을 구하여라. (단, a, p, q는 실수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(1-i)x^2+(-3+i)x+2=0$의 양변에 $1+i$를 곱하면

$(1+i)(1-i)x^2+(1+i)(-3+i)x+2(1+i)=0$

$2x^2-2(2+i)x+2(1+i)=0$

$x^2-(2+i)x+1+i=0$

$(x-1)\{x-(1+i)\}=0$

$x=1$ 또는 $x=1+i$

$\therefore a+p+q=3$

9. 다음 방정식의 해는?

$$x^2 - 5|x| + 6 = 0$$

① $0,\ \pm 1$　② $0,\ \pm 2$　③ $\pm 1,\ \pm 2$

④ $\pm 2,\ \pm 3$　⑤ $\pm 3,\ \pm 4$

해설

(i) $x^2 - 5|x| + 6 = 0$ 에서

$x \geq 0$ 일 때,

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$(x-2)(x-3) = 0$

$\therefore x = 2$, 또는 $x = 3$

(ii) $x < 0$ 일 때,

$x^2 + 5x + 6 = 0$

$(x+2)(x+3) = 0$

$\therefore x = -2$, 또는 $x = -3$

(i), (ii) 에서 $x = \pm 2,\ x = \pm 3$

10. 이차방정식 $x^2 - mx + 2m + 1 = 0$의 한 근이 1일 때 다른 한 근은? (단, m은 상수)

① 3 ② 2 ③ 0 ④ -1 ⑤ -3

해설

$x^2 - mx + 2m + 1 = 0$에 $x = 1$을 대입하면

$1 - m + 2m + 1 = 0 \quad \therefore m = -2$

$x^2 + 2x - 3 = 0, \quad (x + 3)(x - 1) = 0$

$\therefore x = -3,\ 1$

따라서, 다른 근은 -3