

1. $-1 \leq x \leq 1$ 에서 이차함수 $f(x) = x^2 - 4x - 2a$ 의 최솟값이 1 일 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$f(x) = x^2 - 4x - 2a = (x - 2)^2 - 2a - 4$$

이 때, 꼭짓점의 x 좌표 2 가 $-1 \leq x \leq 1$ 에 속하지 않으므로

$f(-1), f(1)$ 중 작은 값이 최솟값이다.

따라서, 최솟값은 $f(1) = -3 - 2a = 1$

$$\therefore a = -2$$

2. 부등식 $x^2 - kx + 2 > 0$ 이 항상 성립하도록 하는 상수 k 의 범위를 구하면 $a < k < b$ 이다. 이 때, ab 의 값은?

① -10

② -9

③ -8

④ -7

⑤ -6

해설

$x^2 - kx + 2 > 0$ 이 항상 성립하려면
판별식이 실근을 갖지 않을 때이므로

$$D = k^2 - 4 \cdot 2 < 0$$

$$k^2 - 8 < 0, (k - 2\sqrt{2})(k + 2\sqrt{2}) < 0$$

$$\therefore -2\sqrt{2} < k < 2\sqrt{2}$$

따라서 $a = -2\sqrt{2}$, $b = 2\sqrt{2}$ 이므로

$$ab = -2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = -8$$

3. x, y 에 대한 이차방정식 $x^2 + y^2 - 2kx + 2ky + 3k^2 - 4k + 2 = 0$ 이 반지름의 길이가 1 인 원의 방정식일 때, 상수 k 값의 합을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

주어진 방정식을 변형하면

$$(x - k)^2 + (y + k)^2 = -k^2 + 4k - 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

반지름의 길이가 1 이므로

$$\textcircled{1} \text{에서 } -k^2 + 4k - 2 = 1 \leftarrow r^2 = 1$$

$$k^2 - 4k + 3 = 0, (k - 1)(k - 3) = 0$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } k = 3$$

따라서 합은 4이다.

4. 이차방정식 $x^2 + y^2 + kx - 2ky + k^2 + k = 0$ 의 그래프가 원을 나타내도록 상수 k 값의 범위를 구하면?

① $0 \leq k \leq 4$

② $\frac{1}{4} \leq k \leq 4$

③ $0 < k < 4$

④ $k \leq 0$ 또는 $k \geq 4$

⑤ $k < 0$ 또는 $k > 4$

해설

$$\left(x + \frac{k}{2}\right)^2 + (y - k)^2 = \frac{k^2}{4} - k$$

원이 되려면 $\frac{k^2}{4} - k > 0$ 이 성립해야 한다.

$$\Rightarrow \frac{1}{4}(k - 4)k > 0$$

$$\Rightarrow k < 0 \text{ 또는 } k > 4$$

5. 두 집합 $A = \{x, y, \{x, y, \emptyset\}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$A = \{x, y, \{x, y, \emptyset\}\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 9\} \text{ 에서}$$

$$n(A) = 3 \text{ 이고, } n(B) = 3 \text{ 이므로}$$

$$n(A) - n(B) = 0 \text{ 이다.}$$

6. 두 집합 A, B 에 관하여 $n(A \cap B) = 2, n(B) = 6, n(A \cup B) = 9$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\begin{aligned} n(A) &= n(A \cup B) + n(A \cap B) - n(B) \\ &= 9 + 2 - 6 = 5 \end{aligned}$$

$$\therefore n(A) = 5$$

7. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 30, n(A) = 15, n(B) = 12, n(A \cap B) = 9$ 일 때, $n((A \cup B)^c)$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B)$ 이므로 $n(A \cup B)$ 를 구한다.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 15 + 12 - 9 = 18$ 이므로

③ $n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 30 - 18 = 12$ 이다.

8. 함수 $y = |x + 1| - |x - 3|$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = |x + 1| - |x - 3|$ 에서

i) $x < -1$ 일 때

$$y = -(x + 1) + x - 3 = -4$$

ii) $-1 \leq x < 3$ 일 때

$$y = x + 1 + x - 3 = 2x - 2$$

iii) $x \geq 3$ 일 때

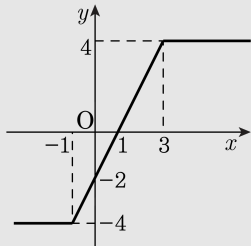
$$y = x + 1 - (x - 3) = 4$$

이상에서 주어진 함수의 그래프가 다음 그림과 같으므로

$$M = 4, m = -4$$

$$\therefore M - m = 4 - (-4)$$

$$= 8$$



9. 다음 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항 a_n 은?

$$-1, 2, -3, 4, \dots$$

① $(-1)^{n+1} \times n$

② $n - (-1)^n$

③ $(-1)^n + n$

④ $(-1)^n \times n$

⑤ $\frac{1}{2} \{1 - (-1)^n\}$

해설

$$a_1 = -1 \cdot 1$$

$$a_2 = (-1)^2 \cdot 2$$

$$a_3 = (-1)^3 \cdot 3$$

$$a_4 = (-1)^4 \cdot 4 \text{ 이므로}$$

$$a_n = (-1)^n \cdot n$$

10. 수열 $\{a_n\}$ 의 계차수열을 $\{b_n\}$ 이라 할 때, 다음 중 $b_{10}+b_{11}+b_{12}+\cdots+b_{20}$ 과 같은 것은?

① $a_{20} - a_9$

② $a_{20} - a_{10}$

③ $a_{21} - a_9$

④ $a_{21} - a_{10}$

⑤ $a_{21} - a_{11}$

해설

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k \text{ 이므로}$$

$$a_{21} = a_1 + b_1 + b_2 + b_3 + \cdots + b_{20}$$

$$b_{10} + b_{11} + b_{12} + \cdots + b_{20}$$

$$= a_{21} - (a_1 + b_1 + b_2 + \cdots + b_9)$$

$$= a_{21} - a_{10}$$

11. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5$, $2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1$ 일 때, 두 다항식 A, B 를 구하면?

① $A = x^3 + x^2 + x + 2$, $B = -2x^3 - 3x^2 + 3x + 3$

② $A = x^3 - x^2 + x + 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$

③ $A = x^3 - x^2 + x - 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 7$

④ $A = x^3 - x^2 - x + 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 5x + 3$

⑤ $A = 3x^3 - 3x^2 + 3x + 6$, $B = -4x^3 + x^2 + x - 1$

해설

$$A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$(\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}) \div 3 : A = x^3 - x^2 + x + 2$$

$$(2\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}) \div 3 : B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$$

12. 자연수 $N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$ 의 양의 약수의 개수를 구하여라.(인수분해공식을 이용하여 푸시오.)

▶ 답: 개

▷ 정답: 49 개

해설

$$a^3 + 3a^2 + 3a + 1 = (a + 1)^3$$

$$\therefore N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$$

$$= (35 + 1)^3 = 36^3 = 2^6 \times 3^6$$

$$\therefore \text{약수의 개수} = (6 + 1) \times (6 + 1) = 49$$

13. 이차항의 계수가 1인 두 이차다항식의 최대공약수가 $x-3$ 이고, 최소공배수가 $x^3 - 2x^2 - 3x$ 일 때, 두 이차다항식의 합을 구하면?

① $2x^2 - 5x$

② $2x^2 - x - 3$

③ $2x^2 + x + 3$

④ $2x^2 - 5x - 3$

⑤ $2x^2 + 5x + 3$

해설

두 식 A, B 의 최대공약수가 $x-3$ 이고 최소공배수가 $x(x-3)(x+1)$ 이다.

따라서 이차항의 계수가 1인 두 다항식은 각각 $x(x-3)$, $(x-3)(x+1)$ 이다.

$\therefore$ 두 다항식의 합 $= 2x^2 - 5x - 3$

14. $\sqrt{-x^2(x^2-1)^2}$ 이 실수가 되는 서로 다른 실수 x 들의 총합은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{-x^2(x^2-1)^2} &= \sqrt{x^2(x^2-1)^2}i \\ &= \sqrt{x^2} \sqrt{(x^2-1)^2}i \\ &= |x| \cdot |x^2-1| i \\ &= |x| \cdot |x+1| |x-1| i\end{aligned}$$

그러므로 $x = 0, 1, -1$ 일 때 총합은 0이 된다.

15. 직선 $l: 4x - y + 4 = 0$ 에 수직이고 점 $(3, -2)$ 을 지나는 직선이 x 축과 만나는 점의 좌표는?

① $(-1, 0)$

② $(-3, 0)$

③ $(-5, 0)$

④ $(-7, 0)$

⑤ $(-9, 0)$

해설

직선 $l: 4x - y + 4 = 0 \Leftrightarrow y = 4x + 4$ 의 기울기가 4이므로,
이 직선에 수직인 직선은 기울기가 $-\frac{1}{4}$ 이므로

구하고자 하는 직선은 $y = -\frac{1}{4}(x - 3) - 2$ 이다.

정리하면 $y = -\frac{1}{4}x - \frac{5}{4}$ 이다.

이 직선이 x 축과 만나는 점은 $y = 0$ 일 때 이므로

$$0 = -\frac{1}{4}x - \frac{5}{4} \text{에서 } x = -5$$

$\therefore x$ 축과의 교점은 $(-5, 0)$

16. 점 $(1, 3)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접선을 그을 때 접선의 길이를 구하여라.

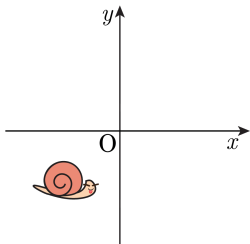
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

원의 중심과 점 $(1, 3)$ 사이의 거리는 $\sqrt{10}$ 이므로
피타고라스의 정리에 의해 접선의 길이는 $\sqrt{10-1} = 3$

17. 직교좌표계를 사용했을 때, 달팽이의 현재 위치는 $(-10, -10)$ 이다. 이 달팽이는 x 축 방향으로 2, y 축 방향으로 2 만큼 평행이동하는데 1 분이 걸린다고 한다. 이 달팽이가 원점에 도달하는데 걸린 시간은 몇 분인지 구하여라.



답:

분



정답: 5분

해설

달팽이가 x 축 방향으로 2, y 축 방향으로 2 만큼 평행이동하는데 1 분이 걸린다.

즉, $(-10, -10)$ 에서 $(-8, -8)$ 까지 가는데 1 분,
 $(-6, -6)$ 까지 가는데 2 분, 같은 식으로 하면
원점에 도달하는데 총 5 분이 걸린다.

18. 좌표평면 위의 원 $x^2 + y^2 = 8$ 을 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭이동시켰더니 원 $x^2 + y^2 - 8x - 4y + c = 0$ 이 되었다. 이 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 13

② 14

③ 15

④ 16

⑤ 17

해설

중심을 대칭이동했다고 보면 된다. 구하려는 중심을 (a, b) 라 하면,

$x^2 + y^2 = 8$ 의 중심 $(0, 0)$ 과 $x^2 + y^2 - 8x - 4y + c = 0$ 의 중심인 $(4, 2)$ 의 중점은 $y = ax + b$ 위를 지나고,

두 점을 이은 직선과 $y = ax + b$ 는 수직이다.

따라서 중점인 $(2, 1)$ 를 $y = ax + b$ 에 대입하면 $1 = 2a + b$.

수직조건은 기울기의 곱이 -1 이므로

$y = ax + b$ 의 기울기가 a 이므로

두 중심을 지나는 기울기는 $\frac{1}{2}$,

따라서 $a = -2, b = 5$, 그리고 원의 반지름은 같으므로 $20 - c = 8$.

$c = 12$

19. 두 집합 A, B 에 대하여 $B = \{4, 6, a + 1\}$, $A \cap B = \{4, 8\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 10\}$ 일 때, 집합 A 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$A \cap B = \{4, 8\}$ 이므로 집합 B 는 반드시 4 와 8 을 포함해야 한다.
따라서 $a = 7$ 이다.

집합 A 또한 $A \cap B = \{4, 8\}$ 에 의하여 원소 4 와 8 을 반드시 포함하고, 원소 6 은 포함하지 않는 집합이어야 한다.

$$\therefore A = \{1, 2, 3, 4, 8, 10\}$$

$$\therefore 1 + 2 + 3 + 4 + 8 + 10 = 28$$

20. 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 에서 $Y = \{y \mid y \text{는 실수}\}$ 로의 함수 $f(x) = x + 1$ 과 같은 함수 $g(x)$ 는?

① $g(x) = 2x + 1$ ② $g(x) = |x| + 1$ ③ $g(x) = x^2 + 1$

④ $g(x) = x^3 + 1$ ⑤ $g(x) = x^3 - 1$

해설

정의역과 공역이 같으므로 정의역에 속하는 모든 값에 대한 함수값만 같으면 두 함수는 서로 같다.

$$f(-1) = 0, f(0) = 1, f(1) = 2$$

① $g(-1) = -3$ 이므로 $f(-1) \neq g(-1)$

② $g(-1) = 2$ 이므로 $f(-1) \neq g(-1)$

③ $g(-1) = 2$ 이므로 $f(-1) \neq g(-1)$

④ $g(-1) = 0, g(0) = 1, g(1) = 2$ 이므로 $f = g$

⑤ $g(-1) = -2$ 이므로 $f(-1) \neq g(-1)$

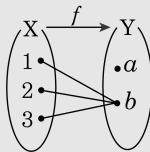
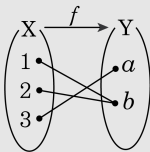
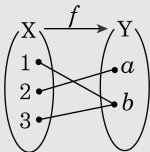
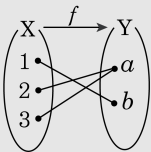
21. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 중 $f(1) = b$ 인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$f(1) = b$ 인 함수 f 는 다음과 같다
따라서, 구하는 함수 f 는 4 개이다.



22. 함수 $f(x) = \begin{cases} 2(x \geq 1) \\ 1(x < 1) \end{cases}$ 에서 $y = (f \circ f)(x)$ 의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\text{i) } x \geq 1 : y = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(2) = 2$$

$$\text{ii) } x < 1 : y = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(1) = 2$$

$$\therefore y = (f \circ f)(x) = 2$$

23. 0이 아닌 세 실수 x, y, z 에 대하여 $\frac{x+y}{5} = \frac{y+z}{6} = \frac{z+x}{7}$ 를 만족할 때, $\frac{(x+y)^2 - z^2}{x^2 - y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면 $\frac{n}{m}$ (m, n 은 서로소인 정수)이다. $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\frac{x+y}{5} = \frac{y+z}{6} = \frac{z+x}{7} = k \text{ 라 하자}$$

$$\Rightarrow x+y=5k, y+z=6k, z+x=7k$$

세 식을 모두 더하여 정리하면 $x+y+z=9k$

다시 식에 대입하면 $x=3k, y=2k, z=4k$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{(x+y)^2 - z^2}{x^2 - y^2 + z^2} \\ &= \frac{25k^2 - 16k^2}{9k^2 - 4k^2 + 16k^2} = \frac{3}{7} \end{aligned}$$

$$\therefore m=7, n=3$$

$$\therefore m+n=10$$

24. $A = \{(x, y) \mid 0 \leq y < \sqrt{1-x^2}\}$, $B = \{(x, y) \mid 2x+y > k\}$ 에서 $A \cap B = A$ 가 되게 하는 k 의 범위를 구하면?

① $k \leq -2$

② $k < -2$

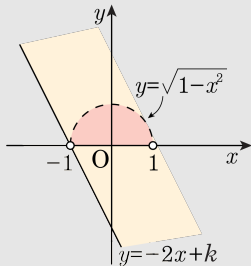
③ $k > -2$

④ $k \geq -2$

⑤ $k \neq -2$

해설

$A \cap B = A \Leftrightarrow A \subset B$ 이므로
 그림을 그려 부등식의 영역으로 표시
 하면
 집합 B 에서 $y > -2x + k$ 이므로
 점 $(-1, 0)$ 를 지날 때, $k = -2$ 이다.
 따라서, $A \subset B$ 이려면 $k \leq -2$



25. $\sqrt[3]{a} = 81$, $\sqrt{\sqrt{b}} = 125$ 일 때, $\sqrt[3]{\sqrt{ab}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 225

해설

$$\sqrt[3]{a} = 81 = 3^4 \text{ 에서 } a = 3^{12}$$

$$\sqrt{\sqrt{b}} = 125, \sqrt[4]{b} = 5^3 \therefore b = 5^{12}$$

$$\text{이때, } ab = 3^{12} \cdot 5^{12} = 15^{12}$$

$$\therefore \sqrt[3]{\sqrt{ab}} = \sqrt[6]{ab} = \sqrt[6]{15^{12}}$$

$$= 15^{\frac{12}{6}} = 15^2 = 225$$

26. $x = \sqrt{7 + \sqrt{33}}$, $y = \sqrt{7 - \sqrt{33}}$ 일 때, $\log_2 x + \log_2 y$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\log_2 x + \log_2 y &= \log_2 xy \\ &= \log_2 \sqrt{7 + \sqrt{33}} \sqrt{7 - \sqrt{33}} \\ &= \log_2 \sqrt{49 - 33} = \log_2 \sqrt{16} \\ &= \log_2 4 = \log_2 2^2 = 2\end{aligned}$$

27. 다음 상용로그표를 이용하여 $\sqrt[6]{5}$ 의 값을 계산하면?

<상용로그표>

수	0	1	2	...	9	비례부분								
						1	2	3	4	5	6	7	8	9
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
1.2	.0792	.0828	.0864	...	.1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
1.3	.1139	.1173	.1206	...	.1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
2.0	.3010	.3032	.3054	...	.3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
2.1	.3222	.3243	.3263	...	.3404	2	4	6	8	10	13	14	16	18

① 1.296

② 1.302

③ 1.308

④ 1.313

⑤ 1.321

해설

$$\log \sqrt[6]{5} = \frac{1}{6} \log 5 = \frac{1}{6} (1 - \log 2)$$

$$= \frac{1}{6} (1 - 0.3010) = 0.1165$$

상용로그표에서 비례부분을 이용하여 계산하면

$$\log 1.30 = 0.1139$$

$$\underline{\quad\quad\quad} 8 \leftarrow \quad\quad 26$$

$$\log 1.308 = 0.1165$$

$$\therefore \sqrt[6]{5} = 1.308$$

28. 두 다항식 $2x^3 + (a-2)x^2 + ax - 2a$, $x^3 + 2x^2 - x - 2$ 의 최대공약수가 이차식이 되도록 상수 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x-1)(x+1)(x+2)$$

$f(x) = 2x^3 + (a-2)x^2 + ax - 2a$ 라 하면

$f(1) = 0$ 이므로 $f(x)$ 는 $x-1$ 을 인수로 갖는다.

최대공약수가 이차식이므로 $f(x)$ 는 $x+1$

또는 $x+2$ 를 인수로 가져야 한다.

$$f(-2) = -8 - 4a - 8 - 4a \neq 0 \text{이므로}$$

$x+1$ 이 인수이다.

$$\therefore f(-1) = 0 \text{일 때 } a = -2$$

29. 방정식 $|x+1| + \sqrt{(x-2)^2} = x+3$ 의 근을 α, β 라 할 때 $\alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

① 0

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

i) $x < -1$ 일 때,

$$-(x+1) - (x-2) = x+3$$

$$\therefore x = -\frac{2}{3} \quad (x < -1 \text{에 부적합})$$

ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,

$$x+1 - (x-2) = x+3$$

$$\therefore x = 0$$

iii) $x \geq 2$ 일 때,

$$x+1 + x-2 = x+3$$

$$\therefore x = 4$$

(i), (ii), (iii)에 의해 $x = 0, 4$

$$\therefore \alpha + \beta = 4$$

30. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이를 나타낼 때, $(a+b)x^2 + 2cx + a-b$ 는 x 의 완전제곱식이다. 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 정삼각형

② $a = b$ 인 이등변삼각형

③ $b = c$ 인 이등변삼각형

④ a 가 빗변인 직각삼각형

⑤ c 가 빗변인 직각삼각형

해설

a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이므로

$$a > 0, b > 0, c > 0$$

따라서, $a + b > 0$ 이므로 준식은 이차식이다.

준식이 완전제곱식이 되려면

$$\text{판별식 } D = 0$$

$$\frac{D}{4} = c^2 - (a+b)(a-b) = 0$$

$$\text{정리하면, } c^2 - a^2 + b^2 = 0$$

$$\therefore a^2 = b^2 + c^2$$

따라서, a 가 빗변인 직각삼각형

31. x, y 가 실수일 때, $2x^2 - 4x + y^2 + 6y + 16$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2x^2 - 4x + y^2 + 6y + 16 = 2(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + 5$$

이 때, x, y 가 실수이므로

$$(x - 1)^2 \geq 0, (y + 3)^2 \geq 0$$

$$\therefore 2x^2 - 4x + y^2 + 6y + 16 \geq 5$$

따라서 구하는 최솟값은 5이다.

32. $x^2 - xy + y^2 + 2y = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 x 의 최댓값은?

① $\frac{2}{3}$

② 1

③ 2

④ $\frac{11}{5}$

⑤ 4

해설

주어진 식을 y 에 대하여 정리하면

$$y^2 + (2 - x)y + x^2 = 0$$

이 식을 y 에 대한 이차방정식으로 보면 y 가 실수이므로 실근을 갖는다.

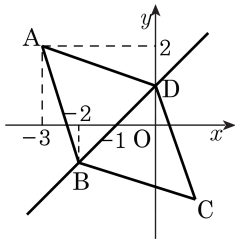
$$D = (2 - x)^2 - 4 \cdot x^2 \geq 0,$$

$$3x^2 + 4x - 4 \leq 0, \quad (x + 2)(3x - 2) \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq x \leq \frac{2}{3}$$

따라서 x 의 최댓값은 $\frac{2}{3}$ 이다.

33. 다음 그림에서 점 B와 점 D를 지나는 직선의 x 절편이 -1 이고 $A(-3, 2)$ 일 때, 마름모 ABCD의 넓이를 구하면?



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

대각선 BD의 중점은 $M(-1, 0)$, 사각형 ABCD가 마름모이므로 $\overline{AM} \perp \overline{BD}$,

$\overline{AM}$ 의 기울기가 -1 이므로

$\overline{BD}$ 의 기울기는 1 ,

점 B와 점 D의 y 값을 a, b 라 하면

$$b - a = 2, \frac{a + b}{2} = 0 \text{ 이므로 } a = -1, b = 1 \text{ 이다.}$$

$$\therefore D(0, 1)$$

$$\overline{AM} = 2\sqrt{2}, \overline{MD} = \sqrt{2} \text{ 이므로}$$

마름모 ABCD의 넓이는

$$4 \left(\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} \right) = 8$$

34. 두 점 $A(-\sqrt{2}, 0)$, $B(\sqrt{2}, 0)$ 가 있다. 조건 $2\overline{PA}^2 - \overline{PB}^2 = 9$ 를 만족시키는 점 $P(x, y)$ 의 자취는 원이다. 이 원의 반지름은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$2\overline{PA}^2 - \overline{PB}^2 = 9$$

$$2\{(x + \sqrt{2})^2 + y^2\} - \{(x - \sqrt{2})^2 + y^2\} = 9$$

이것을 정리하면, $(x + 3\sqrt{2})^2 + y^2 = 25$

점 P 의 자취는 점 $(-3\sqrt{2}, 0)$ 을 중심으로 하고,
반지름이 5 인 원이다.

35. 집합 $M = \{a + bi \mid a^2 + b^2 = 1, a, b \text{는 실수}\}$ 에 대하여 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

㉠ $z_1 \in M, z_2 \in M$ 이면 $z_1 + z_2 \in M$

㉡ $z_1 \in M, z_2 \in M$ 이면 $z_1 z_2 \in M$

㉢ $z_1 \in M, z_2 \in M$ 이면 $\frac{z_1}{z_2} \in M$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$z_1 = a + bi \in M, z_2 = c + di \in M$ 이라 하자.

㉠ $z_1 + z_2 = a + bi + c + di = (a + c) + (b + d)i$ 에서

$$\begin{aligned} & (a + c)^2 + (b + d)^2 \\ &= a^2 + 2ac + c^2 + b^2 + 2bd + d^2 \\ &= 2 + 2(ac + bd) \end{aligned}$$

이므로 $2 + 2(ac + bd) \neq 1$ 일수 있으므로 $z_1 + z_2 \in M$ 이라 할 수 없다.

㉡ $z_1 \cdot z_2 = (a + bi)(c + di)$

$$\begin{aligned} &= ac + adi + bci - bd \\ &= (ac - bd) + (ad + bc)i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (ac - bd)^2 + (ad + bc)^2 \\ &= a^2c^2 - 2abcd + b^2d^2 + a^2d^2 + 2abcd + b^2c^2 \\ &= a^2c^2 + a^2d^2 + b^2d^2 + b^2c^2 \\ &= a^2(c^2 + d^2) + b^2(c^2 + d^2) = a^2 + b^2 = 1 \quad (\because c^2 + d^2 = 1) \end{aligned}$$

$\therefore z_1 \cdot z_2 \in M$

㉢ $\frac{z_1}{z_2} = \frac{a + bi}{c + di}$

$$\begin{aligned} &= \frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)} \\ &= \frac{ac - adi + bci + bd}{c^2 + d^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (ac + bd) + (bc - ad)i \\ &(\because c^2 + d^2 = 1) \text{에서} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (ac + bd)^2 + (bc - ad)^2 \\ &= a^2c^2 + 2abcd + b^2d^2 + b^2c^2 - 2abcd + a^2d^2 \\ &= a^2c^2 + b^2c^2 + b^2d^2 + a^2d^2 = (a^2 + b^2)c^2 + (a^2 + b^2)d^2 \\ &= c^2 + d^2 = 1 \\ &\therefore \frac{z_1}{z_2} \in M \end{aligned}$$

36. 두 집합 X, Y 에 대하여 기호 $\otimes$ 를 $X \otimes Y = \{x \times y | x \in X \text{ 그리고 } y \in Y\}$ 라고 약속한다.

$A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{1, 2\}$ 일 때, $A \otimes B$ 를 구하면?

- ① $\{0, 1, 2, 4\}$ ② $\{0, 1, 2\}$ ③ $\{0, 1\}$
④ $\{0\}$ ⑤ $\{1, 2\}$

해설

$$A \otimes B$$

$$= \{0 \times 1, 0 \times 2, 1 \times 1, 1 \times 2, 2 \times 1, 2 \times 2\}$$

$$= \{0, 1, 2, 4\}$$

37. 1과 10사이에 각각 10개, 20개의 항을 나열하여 만든 두 수열

$$1, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}, 10$$

$$1, b_1, b_2, b_3, \dots, b_{20}, 10$$

이 모두 등차수열을 이룰 때, $\frac{a_{10} - a_1}{b_{10} - b_1}$ 의 값은?

① $\frac{10}{21}$

② $\frac{10}{20}$

③ $\frac{20}{11}$

④ $\frac{21}{11}$

⑤ 2

해설

$$a'_n = 1 + (n - 1) \times d$$

$$a'_{12} = 1 + 11d = 10$$

$$d = \frac{9}{11}$$

$$\therefore a'_n = 1 + (n - 1) \times \frac{9}{11}$$

$$b'_n = 1 + (n - 1) \times d$$

$$b'_{22} = 1 + 21d = 10$$

$$d = \frac{9}{21}$$

$$\therefore b'_n = 1 + (n - 1) \times \frac{9}{21}$$

$$\frac{a_{10} - a_1}{b_{10} - b_1} = \frac{a'_{11} - a'_2}{b'_{11} - b'_2} = \frac{9 \cdot \frac{9}{11}}{9 \cdot \frac{9}{21}} = \frac{21}{11}$$

38. 월초에 200만원짜리 컴퓨터를 구입한 다음, 다음 달 초부터 12개월간 일정한 금액의 할부금을 지불하기로 하였다. 월이율 1%의 1개월마다의 복리로 계산할 때, 매달 갚아야 할 금액은? (단, $(1.01)^{12} = 1.13$ 으로 계산하고, 십 원 단위에서 반올림한다.)

① 172400 원

② 173800 원

③ 175200 원

④ 176800 원

⑤ 177100 원

해설

$$(\text{갚아야 할 금액}) = 200 \text{ 만} \times 1.01^{12}$$

매달 갚는 금액을 a 원이라 하면

첫째달의 a 원은 11개월의 이자가 붙고,

둘째달의 a 원은 10개월의 이자가 붙고,

⋮

마지막달의 a 원은 0개월의 이자가 붙는다.

따라서 매달 갚는 금액의 원리합계는

첫째항이 a , 공비가 1.01인 등비수열의

12번째항까지의 합과 같다.

$$\therefore \frac{a(1.13 - 1)}{0.01} = \frac{0.13}{0.01} a$$

$$13a = 200 \text{ 만} \times 1.13$$

$$a = \frac{200 \times 1.13}{13} = 173846 \text{ 원}$$

십의 자리에서 반올림하면 173800 원

39. n 이 자연수일 때, $n + (n-1)2 + (n-2)2^2 + \cdots + 2 \cdot 2^{n-2} + 2^{n-1}$ 의 값은?

① 2^{n+1}

② $2^{n+1} - n$

③ $2^{n+1} - n - 2$

④ $2^n + n2$

⑤ $2^n n + 2$

해설

주어진 식의 값을 S 라 하면

$$S = n + (n-1)2 + (n-2)2^2 + \cdots + 2 \cdot 2^{n-2} + 2^{n-1}$$

역급수의 형태이므로 양변에 2를 곱하여 변끼리 빼면

$$\begin{array}{r} 2S = \quad n \cdot 2 \quad + (n-1)2^2 + \cdots + 2 \cdot 2^{n-1} + 2^n \\ -) S = n + (n-1)2 + (n-2)2^2 + \cdots + \quad 2^{n-1} \\ \hline S = -n + \quad 2 + \quad 2^2 + \cdots + 2^{n-1} + 2^n \end{array}$$

$$\therefore S = -n + \frac{2(2^n - 1)}{2 - 1} = 2^{n+1} - n - 2$$

40. 모든 실수 x 에 대하여 $\log_{(k-2)^2}(kx^2 + kx + x)$ 의 값의 존재하기 위한 정수 k 의 개수는?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

밑의 조건에서 $(k-2)^2 > 0, (k-2)^2 \neq 1$

$(k-2)^2 > 0$ 에서 $k-2 \neq 0 \therefore k \neq 2 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

$(k-2)^2 \neq 1$ 에서 $k-2 \neq 1, k-2 \neq -1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 에 의하여

$k \neq 1, k \neq 2, k \neq 3 \cdots \textcircled{\text{㉢}}$

진수의 조건에서 $kx^2 + kx + 1 > 0$

(i) $k = 0$ 일 때, $1 > 0$ 이므로 부등식은 항상 성립한다.

(ii) $k \neq 0$ 일 때, 방정식 $kx^2 + kx + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$D = k^2 - 4k < 0, k(k-4) < 0$

$\therefore 0 < k < 4$

(i), (ii)에 의하여 $0 \leq k < 4 \cdots \textcircled{\text{㉣}}$

따라서 $\textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉣}}$ 을 모두 만족시키는 정수는 0으로 1개이다.

41. $x^4 + 2x^3 - x^2 + 2x + 1 = 0$ 의 한 허근을 w 라 할 때, $w^{2006} + \left(\frac{1}{w}\right)^{2006}$ 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

짝수차 상반방정식이므로

양변을 x^2 으로 나누면

$$x^4 + 2x^3 - x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$\left\{ \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 + 2 \left(x + \frac{1}{x} \right) \right\} - 3 = 0$$

$x + \frac{1}{x} = z$ 로 놓으면

$$z^2 + 2z - 3 = (z + 3)(z - 1) = 0$$

$$\therefore z = -3 \text{ 또는 } z = 1$$

(i) $z = -3$ 일 때,

$$x + \frac{1}{x} = -3 \text{에서 } x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2} : \text{실근}$$

(ii) $z = 1$ 일 때,

$$x + \frac{1}{x} = 1 \text{에서}$$

$$x^2 - x + 1 = 0$$

$x^2 - x + 1 = 0$ 의 해는 허수이므로

w 는 $x^2 - x + 1 = 0$ 의 해이다.

$$\therefore w^2 - w + 1 = 0, w^3 = -1$$

$$\therefore w^{2006} + \left(\frac{1}{w}\right)^{2006}$$

$$= w^2 \cdot w^{2004} + \frac{1}{w^2 \cdot w^{2004}}$$

$$= w^2 + \left(\frac{1}{w}\right)^2 = w^2 - w = -1$$

42. 삼차방정식 $x^3 + (1 - 2a)x^2 + (a^2 - a + 1)x - a = 0$ 이 단 한 개의 실근을 갖게 하는 실수 a 의 값의 범위는? (단, 중근은 한 개의 해로 한다.)

① $-3 \leq a < 1$

② $-3 < a \leq 1$

③ $-1 \leq a < 3$

④ $-1 < a \leq 3$

⑤ $-2 \leq a < 1$

해설

$f(x) = x^3 + (1 - 2a)x^2 + (a^2 - a + 1)x - a$ 라 하면 $f(a) = 0$ 이므로

$$f(x) = (x - a) \{x^2 - (a - 1)x + 1\}$$

i) $x = a$ 가 삼중근일 때

$a^2 - (a - 1)a + 1 = 0$ 에서 $a = -1$ 여기서, $a = -1$ 일 때 $x = -1$ (삼중근)

ii) $x^2 - (a - 1)x + 1 = 0$ 이 허근을 가질 때

$$D = (a - 1)^2 - 4 < 0 \quad \therefore -1 < a < 3$$

i), ii)에서 $-1 \leq a < 3$

43. 철수는 모든 모서리의 길이의 총합이 40 cm, 겉넓이는 62 cm^2 , 부피가 30 cm^3 인 직육면체 모양의 상자를 만들려고 한다. 이 때, 이 상자의 가장 긴 모서리의 길이는 얼마로 해야 하겠는가?

① 3 cm

② 3.5 cm

③ 4 cm

④ 4.5 cm

⑤ 5 cm

해설

각 모서리의 길이를 x, y, z 라고 하면
문제의 뜻에서

$$(i) 4(x + y + z) = 40$$

$$\therefore x + y + z = 10$$

$$(ii) 2(xy + yz + zx) = 62$$

$$\therefore xy + yz + zx = 31$$

$$(iii) xyz = 30$$

따라서, x, y, z 는 삼차방정식

$$t^3 - 10t^2 + 31t - 30 = 0 \text{ 의 세 근이다.}$$

$$(t - 2)(t - 3)(t - 5) = 0$$

$$\therefore t = 2, 3, 5$$

이 중 가장 긴 모서리의 길이는 5 (cm) 이다.

44. 정점 A(4, 2)과 직선 $y = x$ 위를 움직이는 동점 P, x 축 위를 움직이는 동점 Q에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA}$ 가 최소가 되는 거리는?

① $3\sqrt{2}$

② $2\sqrt{5}$

③ $4\sqrt{3}$

④ $3\sqrt{7}$

⑤ $2\sqrt{10}$

해설

최솟값은 점 A를 $y = x$ 에 대해 대칭시킨 점과 A를 x 축에 대칭시킨 점 사이의 거리와 같다.

$y = x$ 에 대한 대칭점은 $A'(2, 4)$

x 축에 대한 대칭점은 $A''(4, -2)$ 이므로

$$\begin{aligned}\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA} &\geq \overline{A'A''} \\ &= \sqrt{(2-4)^2 + (4+2)^2} = 2\sqrt{10}\end{aligned}$$

45. 평면 위의 세 점 $A(-1, 2), B(4, 6), C(0, 1)$ 과 임의의 점 P 가 있을 때, $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 을 최소로하는 점 P 의 좌표는 (a, b) 이고, 그 때의 최솟값은 k 이다. 이 때 $ab - k$ 의 값을 구하면?

- ① -25 ② -20 ③ -15 ④ -10 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}
 & \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \\
 &= (a+1)^2 + (b-2)^2 + (a-4)^2 + (b-6)^2 + a^2 + (b-1)^2 \\
 &= 3a^2 - 6a + 3b^2 - 18b + 58 \\
 &= 3(a^2 - 2a + 1) + 3(b^2 - 6b + 9) - 3 - 27 + 58 \\
 &= 3(a-1)^2 + 3(b-3)^2 + 28 \\
 &\therefore a=1, b=3 \text{ 일 때, 최솟값은 } 28 \\
 &\therefore ab - k = -25
 \end{aligned}$$

46. 임의의 실수 k 에 대하여 $(x + 2y - 5) + k(x - y + 1) = 0$ 으로 나타내어지는 직선 l 이 있다. 두 점 $A(5, -11)$, $B(-4, 7)$ 을 잇는 선분 AB 위의 점으로서 직선 l 과의 교점이 될 수 없는 점의 좌표는 (a, b) 이다. 이 때, $a + 2b$ 를 구하면?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$$l : (x + 2y - 5) + k \cdot (x - y + 1) = 0$$

점 A와 B를 지나는 직선의 방정식 기울기는

$$\frac{-11 - 7}{5 + 4} = -2$$

$$y = -2(x - 5) - 11 = -2x - 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$\therefore 2x + y + 1 = 0$$

선분 AB의 경우 $-4 \leq x \leq 5$ 에서만 만족

l 직선에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$(x - 4x - 2 - 5) + k(x + 2x + 1 + 1) = 0$$

$$(-3x - 7) + k(3x + 2) = 0$$

임의의 상수 k 에 대해서 등식을 만족해야하므로

$$x = -\frac{2}{3} \text{ 일 때 조건에 위배된다.}$$

$$y = -2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) - 1 = \frac{1}{3}$$

$$a + 2b = \left(-\frac{2}{3}\right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) = 0$$

47. 집합 A, B, C 가 다음 조건을 만족시킬 때, 집합 C 의 개수는?

$$\textcircled{\Gamma} A = B \cup C$$

$$\textcircled{\sqsubset} n(A) = 7$$

$$\textcircled{\sqsupset} n(B) = 4$$

① 32 개

② 16 개

③ 8 개

④ 4 개

⑤ 2 개

해설

집합 $B = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ 라 놓으면 집합 A 의 원소는 7개이고,
 $A = B \cup C$ 이므로

$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, x_1, x_2, x_3\}$ 이 때

집합 C 는 x_1, x_2, x_3 을 반드시 원소로 가져야 하므로

$$\{x_1, x_2, x_3\} \subset C \subset A$$

집합 C 는 x_1, x_2, x_3 을 포함하는 A 의 부분집합이므로 그 개수는
 $2^{7-3} = 2^4 = 16$ (개)

48. 임의의 두 실수 a, b 에 대하여 $f(a+b) = f(a) + f(b)$ 를 만족하는 $f(x)$ 는?

① $f(x) = x^2 - 4$

② $f(x) = \frac{x}{x+1}$

③ $f(x) = x^2 + 1$

④ $f(x) = 2x$

⑤ $f(x) = \sqrt{x+1}$

해설

$f(x) = 2x$ 에서

$f(a+b) = 2(a+b)$

$f(a)+f(b) = 2a+2b$ 이므로 $f(a+b) = f(a)+f(b)$ 가 성립한다.

∴ ④

49. $\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = -\sqrt{\frac{y}{x}}$ 가 성립할 때, $\sqrt{(y-x+1)^2} + 3\sqrt{x^3-y^3-3xy(x-y)} + |x|$ 를 간단히 하면?

① $x+1$

② $-x+1$

③ $-x-1$

④ $x-1$

⑤ 1

해설

$$\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = -\sqrt{\frac{y}{x}} \text{ 일 때, } y \geq 0, x < 0$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= |y-x+1| + 3\sqrt{(x-y)^3} + |x| \\ &= y-x+1 + x-y-x = -x+1 \end{aligned}$$

50. 30년간 자동차회사에 근무하던 사람이 명예퇴직을 하면서 퇴직금으로 2억 4천만 원을 받을 예정인데 이 돈을 은행에 예치하고 매년 말에 일정한 금액씩 연금 형식으로 받으려고 한다. 퇴직금을 모두 1월 초에 은행에 예치하고, 연말부터 연이율 5%의 복리로 10년간 지급받는다면 매년 말에 받을 금액은 얼마인가? (단, $1.05^{10} = 1.6$ 으로 계산한다.)

- ① 3000만 원 ② 3080만 원 ③ 3120만 원
 ④ 3160만 원 ⑤ 3200만 원

해설

(2억 4천만원을 10년간 은행에 예치했을 때의 원리합계)=(10년간 받는 연금의 총합)

매년말에 받는 연금을 a 원이라 하면

(10년간 받는 연금의 총합)

$$= a(1+r)^9 + a(1+r)^8 + \cdots + a$$

$$\frac{a\{(1+r)^{10} - 1\}}{(1+r) - 1} = 2.4\text{억} \times (1+r)^{10}$$

$$\frac{a(1.6 - 1)}{0.05} = 2.4\text{억} \times 1.6$$

$$a = \frac{2.4 \times 1.6 \times 0.05}{0.6} \text{억}$$

$$= 0.32 \text{억}$$

$$= 3200 \text{만 (원)}$$