

1. 다음 이차방정식을 풀어라.

$2x(x+3)=x^2-1$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-3+2\sqrt{2}$

▷ 정답 : $-3-2\sqrt{2}$

해설

$$2x^2+6x=x^2-1$$
$$x^2+6x+1=0$$

근의 공식을 이용하면

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{9-1}}{1}=-3\pm\sqrt{8}=-3\pm2\sqrt{2}\text{이다.}$$

2. 이차방정식 $x^2 + bx + a + 1 = 0$ 의 근이 $-4, -1$ 일 때, $ax^2 - bx - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha\beta$ 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ 0 ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

두 근이 $-4, -1$ 이므로

$$(x + 4)(x + 1) = 0$$

$$x^2 + 5x + 4 = 0 \text{에서}$$

$$a = 3, b = 5$$

$3x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$$\therefore \alpha\beta = -\frac{2}{3}$$

3. 다음을 만족하는 수들의 제곱의 합은?

어떤 수와 그 수의 제곱의 합은 30이다.

- ① 61 ② 63 ③ 65 ④ 67 ⑤ 77

해설

어떤 수를 x 라고 하면

$$x + x^2 = 30$$

$$x^2 + x - 30 = 0$$

$$x = -6 \text{ 또는 } x = 5$$

$$\therefore 36 + 25 = 61$$

4. $(x^2 - 4x)^2 - (x^2 - 4x) - 20 = 0$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $x = 5$

해설

$x^2 - 4x = A$ 로 놓으면

$A^2 - A - 20 = 0, (A - 5)(A + 4) = 0$

$A = 5$ 또는 $A = -4$

(i) $x^2 - 4x = 5, x^2 - 4x - 5 = 0$

$(x - 5)(x + 1) = 0$

$\therefore x = 5$ 또는 $x = -1$

(ii) $x^2 - 4x = -4, x^2 - 4x + 4 = 0 (x - 2)^2 = 0$

$\therefore x = 2$

5. $2x^2+4x+k=0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(k-1)x^2+3x+k=0$ 의 근으로 알맞은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① -2 ② -1 ③ 2 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\frac{D}{4} = 2^2 - 2k = 0$$

$$k = 2$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$(x+1)(x+2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -2$$

6. 이차방정식 $x^2 - (3a^2 - a - 4)x + a - 1 = 0$ 의 두 근은 절댓값이 같고 부호는 다를 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

해설

두 근의 절댓값이 같고 부호는 다르므로 (두 근의 합)= 0, (두 근의 곱)< 0이다.

$$3a^2 - a - 4 = 0$$

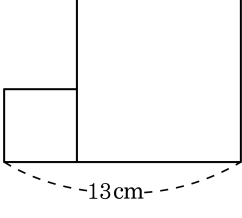
$$(3a - 4)(a + 1) = 0$$

$$a = -1, a = \frac{4}{3}$$

두 근의 곱은 $a - 1 < 0$ 이므로 $a < 1$

$$\therefore a = -1$$

7. 다음 그림과 같은 두 정사각형의 넓이의 합이 97cm^2 일 때, 작은 정사각형의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

작은 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{cm}$ 라고 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(13 - x)\text{cm}$ 이다.

$$x^2 + (13 - x)^2 = 97$$

$$2x^2 - 26x + 169 = 97$$

$$x^2 - 13x + 36 = 0$$

$$(x - 4)(x - 9) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = 9$$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 4cm , 큰 정사각형의 한 변의 길이는 9cm 이다.

따라서 작은 정사각형의 둘레의 길이는 $4 \times 4 = 16(\text{cm})$ 이다.

8. $6x^2 - 13xy - 5y^2 = 0$ 일 때, $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ 의 값은? (단, $xy > 0$)

① $\frac{11}{10}$

② $\frac{13}{10}$

③ $\frac{17}{10}$

④ $\frac{23}{10}$

⑤ $\frac{29}{10}$

해설

등식을 y^2 으로 나누면, $\frac{6x^2}{y^2} - \frac{13x}{y} - 5 = 0$

$\frac{x}{y} = t$ 로 치환하면 $6t^2 - 13t - 5 = 0$

$(2t - 5)(3t + 1) = 0 \quad \therefore t = \frac{5}{2} (\because xy > 0)$

$\therefore \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{2}{5} + \frac{5}{2} = \frac{29}{10}$

9. 어느 반 학생들에게 공책 144 권을 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 공책의 수가 전체 학생 수보다 7 이 적다고 할 때, 한 명에게 돌아가는 공책의 수는?

① 6 권 ② 9 권 ③ 12 권 ④ 16 권 ⑤ 24 권

해설

한 명에게 돌아가는 공책의 수를 x 권, 전체 학생 수를 $(x + 7)$ 명이라 하면,

$$x(x + 7) = 144$$

$$x^2 + 7x - 144 = 0$$

$$(x + 16)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x = 9 \quad (\because x > 0)$$

10. α, β 는 이차방정식 $x^2 + x - 1 = 0$ 의 두 근이다. $S_n = \alpha^n + \beta^n$ 이라고 할 때, $S_4 + S_5 + S_6$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

α, β 는 $x^2 + x - 1 = 0$ 의 근이므로

$$\alpha^2 + \alpha - 1 = 0, \alpha^2 + \alpha = 1$$

$$\beta^2 + \beta - 1 = 0, \beta^2 + \beta = 1$$

$$S_4 + S_5 + S_6$$

$$= \alpha^4 + \beta^4 + \alpha^5 + \beta^5 + \alpha^6 + \beta^6$$

$$= \alpha^4 (1 + \alpha + \alpha^2) + \beta^4 (1 + \beta + \beta^2)$$

$$= \alpha^4 (1 + 1) + \beta^4 (1 + 1)$$

$$= 2 (\alpha^4 + \beta^4)$$

$$\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = -1 \text{ 이므로}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (-1)^2 - 2 \times (-1) = 3$$

$$\alpha^4 + \beta^4 = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2\alpha^2\beta^2$$

$$= 3^2 - 2 \times (-1)^2$$

$$= 9 - 2 = 7$$

$$\therefore 2 (\alpha^4 + \beta^4) = 2 \times 7 = 14$$