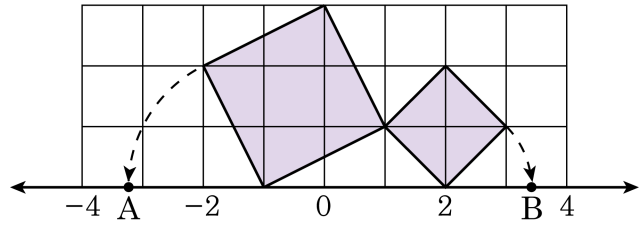


1. 다음 수직선에서 두 점 A, B 에 대응하는 점을 각각 바르게 나타낸 것은?



- ① $A(-1 - \sqrt{5})$, $B(2 - \sqrt{2})$
 ② $A(-1 + \sqrt{5})$, $B(2 + \sqrt{2})$
 ③ $A(-1 - \sqrt{5})$, $B(2 + \sqrt{2})$
 ④ $A(-1 + \sqrt{5})$, $B(2 - \sqrt{2})$
 ⑤ $A(-1 - \sqrt{7})$, $B(2 + \sqrt{2})$

해설

$$(\text{큰 정사각형의 넓이}) = 3 \times 3 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 1 \right) = 5$$

$$(\text{한 변의 길이}) = \sqrt{5}$$

$$\therefore A(-1 - \sqrt{5})$$

$$(\text{작은 정사각형의 넓이}) = 2 \times 2 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1 \right) = 2$$

$$\text{한 변의 길이} = \sqrt{2}$$

$$\therefore B(2 + \sqrt{2})$$

2. 자연수 1 부터 n 까지의 합을 구하는 식은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 1 부터 n 까지의 합이 45 일 때, n 의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\frac{n(n+1)}{2} = 45$ 에서
 $n^2 + n - 90 = 0$
 $(n-9)(n+10) = 0$
 $n = 9$ 또는 $n = -10$
 n 은 자연수이므로 $n = 9$ 이다.

3. 다음 중 이차함수인 것을 보기에서 모두 골라라.

보기

㉠ $y = -x(x + 2) + 1$

㉡ $y = (x + 1)^2 - x^2$

㉢ $y = 0 \cdot x^2 - 3x + 1$

㉣ $y = \frac{1}{2}x - 1$

㉤ $y = -2x^2$

㉥ $y = -\frac{3}{x^2}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉤

해설

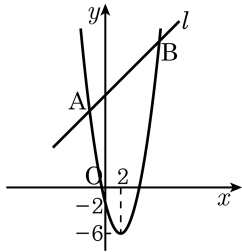
㉡ $y = (x + 1)^2 - x^2 = 2x + 1$ (일차함수)

㉢ $y = 0 \times x^2 - 3x + 1 = -3x + 1$ (일차함수)

㉣ $y = \frac{1}{2}x - 1$ (일차함수)

㉥ $y = -\frac{3}{x^2}$ (분수함수)

4. 다음 그림은 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 그래프가 직선 l 과 두 점 A (m , 10), B (7 , n) 에서 만날 때, 직선 l 의 방정식을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $y = x + 12$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 (2, -6), y 절편이 -2 이므로
 $y = a(x-2)^2 - 6$ 에 (0, -2) 를 대입하면

$$-2 = 4a - 6, a = 1 \text{ 이다.}$$

$y = (x-2)^2 - 6$ 에 A (m , 10), B (7 , n) 을 대입하면

$$(i) 10 = (m-2)^2 - 6$$

$$(m-2)^2 = 16, m-2 = \pm 4$$

$$m < 0 \text{ 이므로 } m = -2, A(-2, 10)$$

$$(ii) n = 25 - 6 = 19, B(7, 19)$$

$$\text{직선의 기울기는 } \frac{10-19}{-2-7} = 1$$

$y = x + p$ 에 (-2, 10) 을 대입하면

$$10 = -2 + p, p = 12 \quad \therefore y = x + 12$$

5. $3\sqrt{3}$ 의 소수 부분을 a , 정수 부분을 b 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

① $\sqrt{3}-5$

② $3\sqrt{3}-5$

③ $\sqrt{3}-9$

④ $3\sqrt{3}-9$

⑤ $3\sqrt{3}-10$

해설

$3\sqrt{3} = \sqrt{27}$, $5 < \sqrt{27} < 6$ 이므로

$3\sqrt{3}$ 의 정수 부분 $b = 5$

소수 부분 $a = 3\sqrt{3} - 5$

$\therefore a - b = (3\sqrt{3} - 5) - 5 = 3\sqrt{3} - 10$

6. 다음 중 $(x^2 + 4x)^2 + 3(x^2 + 4x) - 4$ 를 인수분해 했을 때, 인수를 찾으려면?

① $x^2 + 4x$

② $x - 2$

③ $(x + 2)^2$

④ $x^2 + 4x + 1$

⑤ $x^2 + 4x + 3$

해설

$$x^2 + 4x = t \text{로 치환하면}$$

$$t^2 + 3t - 4 = (t - 1)(t + 4)$$

$$= (x^2 + 4x - 1)(x^2 + 4x + 4)$$

$$= (x^2 + 4x - 1)(x + 2)^2$$

7. $3(x-a)^2 = 15$ 의 해가 $-7 \pm \sqrt{b}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -35

해설

$3(x-a)^2 = 15$ 에서 $(x-a)^2 = 5$ 이므로

$$x-a = \pm \sqrt{5}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{5}$$

따라서 $a = -7$, $b = 5$ 이므로 $ab = -35$ 이다.

8. 높이가 20m 인 건물에서 물체를 떨어뜨렸을 때, x 초 후의 물체를 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 30x + 20$ 인 관계가 있다고 한다. 물체가 지상에 떨어진 것은 떨어뜨린 지 몇 초 후인가?

- ① $(3 + 2\sqrt{5})$ 초 ② 6 초 ③ $(3 + \sqrt{13})$ 초
④ $(5 - 2\sqrt{5})$ 초 ⑤ 13 초

해설

물체가 땅에 떨어질 때는 높이 $y = 0$ 일 때이다.

$$-5x^2 + 30x + 20 = 0 \rightarrow x^2 - 6x - 4 = 0$$

근의 짝수공식으로 풀면 $x = 3 \pm \sqrt{13}$

$$\therefore x > 0 \text{ 이므로 } x = 3 + \sqrt{13}$$

9. 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 x 의 값이 -1 에서 5 까지 증가할 때, y 의 값은 24 만큼 감소한다. 다음 중 이 그래프 위에 있는 점은?

보기

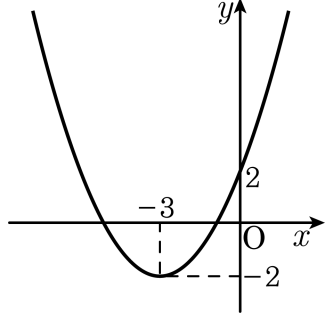
- ㉠ $(2, -4)$ ㉡ $(-4, -16)$ ㉢ $(3, 9)$
㉤ $(-4, -32)$ ㉥ $(4, -2)$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉤ ③ ㉡, ㉤ ④ ㉢, ㉥ ⑤ ㉤, ㉥

해설

원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수를 $f(x) = ax^2$ 이라 하자.
 $f(x) = ax^2$ 에 대하여 $f(-1) = a$, $f(5) = 25a$ 이므로 $25a - a = -24$, $24a = -24$, $a = -1$ 이다.
 $\therefore f(x) = -x^2$
㉠ $f(2) = -1 \times (2)^2 = -4 \quad \therefore (2, -4)$
㉤ $f(-4) = -1 \times (-4)^2 = -16 \quad \therefore (-4, -16)$
따라서 주어진 그래프 위의 점은 ㉠, ㉡이다.

10. 꼭짓점의 좌표가 $(-3, -2)$ 이고 그래프 모양이 다음 그림과 같은 이차함수의 식을 $y = a(x + p)^2 + q$ 라고 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값은?



- ① -2 ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ $-\frac{8}{3}$ ⑤ -3

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-3, -2)$ 이고 y 절편이 2 이므로 다른 한 점 $(0, 2)$ 를 지난다.

$$y = a(x + 3)^2 - 2 \text{ 에 } (0, 2) \text{ 를 대입하면 } 2 = 9a - 2, a = \frac{4}{9}$$

이므로 $y = \frac{4}{9}(x + 3)^2 - 2$ 인 식이 된다.

$$\text{따라서 } apq = \frac{4}{9} \times 3 \times (-2) = -\frac{8}{3} \text{ 이다.}$$

11. 지면으로부터 초속 30m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 y m 라 할 때, $y = 30x - 5x^2$ 라고 한다. 이 물체의 높이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : 45 m

해설

$$y = -5x^2 + 30x = -5(x - 3)^2 + 45$$

12. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, $a > 0$)

- ① 0 의 제곱근은 1 개이다.
- ② a 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.
- ③ 제곱근 a 는 $\sqrt{a}$ 이다.
- ④ $x^2 = a$ 이면 x 는 $\pm\sqrt{a}$ 이다.
- ⑤ 제곱근 a^2 은 a 이다.

해설

② a 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$ 이다.

13. 다음은 인수분해 과정을 나타낸 것이다. 안에 들어갈 말을 차례대로 나열한 것은?

㉠ $2x^3 - 8x^2 - 10x = 2x(x^2 - 4x - 5)$
 $= 2x(x - 5)(\text{})$

㉡ $(x + y)^2 + 3(x + y) + 2$ 에서 를 A 로 치환한다.

- ① $x - 1, x - y$

② $x - 1, x + y$

③ $x + 1, x - y$
- ④ $x + 1, x + y$

⑤ $x, x + y$

해설

㉠ $2x^3 - 8x^2 - 10x = 2x(x^2 - 4x - 5)$
 $= 2x(x - 5)(x + 1)$

14. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$ 을 $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$ 의 꼴로 나타낼 때,
 mn 의 값은?

① 21 ② -21 ③ 27 ④ -27 ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}(x^2 - 6x) &= -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m \\ \frac{1}{3}(x-3)^2 &= -m+3 \\ \therefore m &= 9, n = -3 \\ \therefore mn &= -27\end{aligned}$$

15. 이차방정식 $\{1 + (a + b)^2\}x^2 - 2(1 - a - b)x + 2 = 0$ 의 근이 실수일 때, 실수 $a + b + 2$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

근이 실수이면 $D \geq 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = (1 - a - b)^2 - 2\{1 + (a + b)^2\} \geq 0$$

$$(a + b)^2 + 2(a + b) + 1 \leq 0$$

$$\therefore (a + b + 1)^2 \leq 0$$

a, b 는 실수이므로 $a + b + 1 = 0$

$$\therefore a + b + 2 = 1$$

16. 이차방정식 $x^2 - (k+2)x - 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $3(\alpha^2 - k\alpha - 3)(\beta^2 - k\beta - 3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

$x^2 - (k+2)x - 3 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로
 $\alpha^2 - k\alpha - 2\alpha - 3 = 0$ 에서, $\alpha^2 - k\alpha - 3 = 2\alpha$
 $\beta^2 - k\beta - 2\beta - 3 = 0$ 에서, $\beta^2 - k\beta - 3 = 2\beta$
두 근의 곱 $\alpha\beta = -3$
 $\therefore 3(\alpha^2 - k\alpha - 3)(\beta^2 - k\beta - 3) = 3 \times 2\alpha \times 2\beta = -36$

17. $\sqrt{5} < x < \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수 x 의 개수가 2개일 때, 이 식을 성립하게 하는 정수 A 는 모두 몇 개인가?

① 8 개 ② 9 개 ③ 10 개 ④ 11 개 ⑤ 12 개

해설

$\sqrt{5} < x < \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수 x 가 2 개가 되려면 $4 < \sqrt{A} \leq 5$ 여야 하므로 $16 < A \leq 25$
 $A = 17, 18 \cdots 23, 24, 25$ 이므로 9 개이다.

18. $\sqrt{x} - \sqrt{y} = 3\sqrt{5}$ 를 만족하는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 x 의 최댓값을 구하여라.

(단, $1 \leq y \leq 100$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 245

해설

$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 3\sqrt{5}$ 에서 $\sqrt{x} = 3\sqrt{5} + \sqrt{y}$

$\sqrt{x}$ 와 $\sqrt{y}$ 를 계산할 수 있어야 하므로

$\sqrt{y} = a\sqrt{5}$ 꼴이 되어야 한다. (단, a 는 자연수이다.)

$1 \leq y \leq 100$ 이고 $\sqrt{y} = a\sqrt{5}$ 이므로 $y = 5a^2$

$1 \leq y \leq 100$ 이고 5의 배수이다.

$a = 1$ 일 때, $y = 5 \times 1^2 = 5 \therefore y = 5, x = 80$

$a = 2$ 일 때, $y = 5 \times 2^2 = 20 \therefore y = 20, x = 125$

$a = 3$ 일 때, $y = 5 \times 3^2 = 45 \therefore y = 45, x = 180$

$a = 4$ 일 때, $y = 5 \times 4^2 = 80 \therefore y = 80, x = 245$

따라서 순서쌍 (x, y) 에서 x 의 최댓값은 245이다.

19. 다항식 $x^4 - 3x^2 + 1$ 이 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해 될 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$x^2 = X$ 로 치환하면

$$x^4 - 3x^2 + 1 = X^2 - 3X + 1$$

$$= X^2 - 2X + 1 - X$$

$$= (X - 1)^2 - X$$

$$= (x^2 - 1)^2 - x^2$$

$$= (x^2 - 1 - x)(x^2 - 1 + x)$$

$$= (x^2 - x - 1)(x^2 + x - 1) \text{ 이므로}$$

$$a = -1, b = -1, c = 1, d = -1 \text{ 이거나}$$

$$a = 1, b = -1, c = -1, d = -1$$

$$\therefore a + b + c + d = -2$$

20. $1 < p < 2$ 이고, $\sqrt{x} = p - 1$ 일 때, $\sqrt{x+4p} + \sqrt{x-2p+3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\sqrt{x} = p - 1$ 의 양변을 제곱하면

$x = (p - 1)^2$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{x+4p} + \sqrt{x-2p+3} \\ &= \sqrt{(p-1)^2+4p} + \sqrt{(p-1)^2-2p+3} \\ &= \sqrt{(p+1)^2} + \sqrt{(p-2)^2} \end{aligned}$$

이때, $2 < p+1 < 3$ 이고, $-1 < p-2 < 0$ 이므로

$$\therefore (\text{주어진 식}) = p+1 - (p-2) = 3$$