

1. $\sqrt{10-x}$ 가 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x = 1$ 일 때 $\sqrt{10-x} = \sqrt{10-1} = \sqrt{9} = 3$ 이 되므로 성립한다.
 $\therefore x = 1$

2. $6 \leq \sqrt{5x} < 10$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

- ① 7 개 ② 9 개 ③ 10 개 ④ 12 개 ⑤ 13 개

해설

$$6 \leq \sqrt{5x} < 10 \text{ 에서 } 36 \leq 5x < 100$$

$$\text{따라서 } \frac{36}{5} \leq x < 20 \text{ 이므로}$$

정수 x 는 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 이다. 따라서 12 개이다.

3. 이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 의 한 근이 -5 일 때, a 의 값을 구하면?

① -15

② -8

③ 1

④ 8

⑤ 15

해설

이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 에 $x = -5$ 를 대입하면 $25 - 10 - a = 0$
 $\therefore a = 15$

4. 이차방정식 $x^2 - 2(m+1)x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, m 의 값은?
(단, $m > 0$)

㉠ 1 ㉡ 2 ㉢ 3 ㉣ $\frac{1}{2}$ ㉤ $\frac{1}{3}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 - 2(m+1)x + 4 = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left\{ -2(m+1) \times \frac{1}{2} \right\}^2 = 4$$

$$(m+1)^2 = 4$$

$$m^2 + 2m - 3 = 0 \rightarrow (m+3)(m-1) = 0$$

$$\therefore m > 0 \text{ 이므로 } m = 1$$

5. 이차방정식 $x^2 - 10x + k = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 3$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

두 근을 2α , 3α 라고 하면, $2\alpha + 3\alpha = 5\alpha = 10$

$\therefore \alpha = 2$

$2\alpha \times 3\alpha = 6\alpha^2 = k$

$\therefore k = 24$

6. 이차함수 $y = 4x^2 + 8x + 6$ 의 꼭짓점의 좌표는?

① (1, 1)

② (1, 2)

③ (-1, 2)

④ (-1, -2)

⑤ (2, 3)

해설

$$\begin{aligned}y &= 4x^2 + 8x + 6 \\&= 4(x^2 + 2x + 1 - 1) + 6 \\&= 4(x + 1)^2 + 2\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (-1, 2) 이다.

7. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{5}} - \frac{3\sqrt{b}}{10}$ 가 0 이 되려면 a 는 b 의 몇 배이어야 하는지 구하여라.

▶ 답 : 배

▷ 정답 : $\frac{9}{20}$ 배

해설

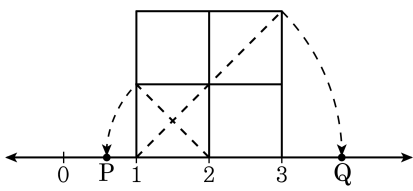
$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{5}} - \frac{3\sqrt{b}}{10} = 0$$

$$\frac{\sqrt{5a}}{5} = \frac{3\sqrt{b}}{10} \Rightarrow 2\sqrt{5a} = 3\sqrt{b}$$

$$\sqrt{5a \times 2 \times 2} = \sqrt{3 \times 3 \times b}$$

$$20a = 9b \Rightarrow a = \frac{9}{20}b$$

8. 다음 그림에서 P의 좌표를 a , Q의 좌표를 b 라고 할 때, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $-3 - 8\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} a &= 2 - \sqrt{2}, \quad b = 1 + 2\sqrt{2} \\ a^2 - b^2 &= (a + b)(a - b) \\ &= (2 - \sqrt{2} + 1 + 2\sqrt{2})(2 - \sqrt{2} - 1 - 2\sqrt{2}) \\ &= (3 + \sqrt{2})(1 - 3\sqrt{2}) \\ &= 3 + \sqrt{2} - 9\sqrt{2} - 6 = -3 - 8\sqrt{2} \end{aligned}$$

9. $ax^2 - 18x + b$ 가 $x + 1$ 과 $2x - 11$ 로 나누어떨어질 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -18$

해설

$$ax^2 - 18x + b = A(x + 1)(2x - 11)$$

$$ax^2 - 18x + b = A(2x^2 - 9x - 11)$$

$$ax^2 - 18x + b = 2Ax^2 - 9Ax - 11A$$

$$A = 2, a = 4, b = -22$$

$$\therefore a + b = -18$$

10. $x^2 - y^2 - x + 5y - a$ 가 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -6$

해설

$$\begin{aligned} & \{x^2 - y^2 + x + 5y + a\} \\ &= (x + y + \alpha)(x - y + \beta) \\ &= x^2 - y^2 + (\alpha + \beta)x + (\beta - \alpha)y + \alpha\beta \\ \alpha + \beta &= 1 \Leftrightarrow \beta = 1 - \alpha \\ \therefore \beta - \alpha &= 1 - \alpha - \alpha = 1 - 2\alpha = 5, \quad -2\alpha = 4 \\ \therefore \alpha &= -2, \beta = 3 \\ \therefore a &= \alpha\beta = -6 \end{aligned}$$

11. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$x^2 + 4x - 1 = (x + 2)^2 - 5 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 5$$

$$a = 2, b = 5$$

$$\therefore ab = 10$$

12. 어떤 자연수를 제공해야 할 것을 잘못하여 5배 하였더니 제공한 것보다 14가 작아졌다고 한다. 이 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면

$$5x = x^2 - 14$$

$$x^2 - 5x - 14 = 0$$

$$(x - 7)(x + 2) = 0$$

x 는 자연수이므로 $x = 7$ 이다.

13. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + m$ 의 그래프가 제2 사분면을 제외한 모든 사분면을 지나도록 하는 m 의 값의 범위는?

① $m > -9$

② $-9 < m \leq 0$

③ $m \geq 0$

④ $0 \leq m < 9$

⑤ $m > 9$

해설

$$y = -(x-3)^2 + m + 9$$

꼭짓점이 제1 사분면에 있고, y 절편이 음수여야 하므로

$$m \leq 0$$

$$m + 9 > 0$$

$$\therefore -9 < m \leq 0$$

14. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + b$ 가 $x = 3$ 에서 최솟값 -10 을 가질 때 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -3$

▷ 정답 : $b = -1$

해설

$x = 3$ 일 때, 최솟값 -10 을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, -10)$ 이다.

$$y = x^2 + 2ax + b$$

$$= (x - 3)^2 - 10$$

$$= x^2 - 6x - 1$$

$$\therefore a = -3, b = -1$$

15. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$ 이다.

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$ 이다.

④ $\sqrt{a^2} = |a|$ 이다.

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = 3a$ 이다

해설

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = -(-a) = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$

④ a 의 부호와 관계없이 $\sqrt{a^2} = |a|$

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

16. 이차방정식 $x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값이 최대가 되도록 b 의 값을 정하려고 한다. 이 때, a 의 값은? (단, a, b 는 두 자리의 자연수)

① 18

② 27

③ 36

④ 45

⑤ 54

해설

$x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = 0, \quad a^2 - 4 \times 9b = 0$$

$$\therefore a^2 = 36b = 6^2b$$

따라서 b 는 제곱수이어야 하고, b 가 최대일 때 a 가 최대가 된다.

두 자리의 자연수 중 가장 큰 제곱수는 81 이므로 $b = 81$ 이다.

$$\therefore a^2 = 6^2 \times 81 = (6 \times 9)^2 = 54^2$$

$$\therefore a = 54 \quad (\because a \text{ 는 자연수})$$

17. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

- ① $-\frac{7}{8}$ ② -1 ③ $\frac{1}{8}$ ④ 1 ⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$$

$$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8} \text{ 이므로 } m \text{ 의 최댓값은 } -\frac{7}{8} \text{ 이다.}$$

18. 밑면의 길이와 높이의 합이 28 인 삼각형의 넓이가 최대가 될 때 밑변과 높이의 길이를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 밑변 : 14

▷ 정답 : 높이 : 14

해설

삼각형의 넓이를 y 라 하면, 밑변을 x , 높이는 $28 - x$ 라 두면

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x(28 - x) \\&= -\frac{1}{2}x^2 + 14x \\&= -\frac{1}{2}(x^2 - 28x + 196 - 196) \\&= -\frac{1}{2}(x - 14)^2 + 196\end{aligned}$$

따라서 밑변은 14 , 높이는 14이다.

19. $f(n) = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ 일 때, $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(8)$ 의 값은?

① 2

② 3

③ $2\sqrt{2}-1$

④ $2\sqrt{2}+1$

⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$f(n) = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ 이므로
(준식) $= \sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-\sqrt{2} + \cdots + \sqrt{9}-\sqrt{8}$
 $= -1+3 = 2$

20. 다음 중 이차함수에 대한 설명이 옳지 않는 것은?

- ① $y = x^2$ 에서 $x > 0$ 일 때, x 값이 증가하면 y 값도 증가한다.
- ② $y = ax^2 + b(a \neq 0)$ 는 $x = b$ 를 축으로 하고 점 $(0, b)$ 를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
- ③ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서 $|a|$ 의 값이 같으면 폭도 같다.
- ⑤ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때, a 가 커지면 폭이 넓어진다.

해설

- ① 아래로 볼록이므로 축의 오른쪽(축보다 큰 범위)에서 x 값이 증가하면 y 값도 증가한다.
- ② $x = 0$ (y 축)을 축으로 하고, $(0, b)$ 를 꼭짓점으로 한다.
- ③ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서의 $|a|$ 의 값이 같으면 폭도 같다.
- ⑤ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때 a 가 커지면 $|a|$ 가 작아지므로 폭은 넓어진다.