1. x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 옮기는 평행이동에 의하여 점 $(-2, 4)$ 가 점 $(6, -2)$ 로 옮겨진다. 이때, 상수 m, n 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

점 $(-2,\ 4)$ 를 x 축의 방향으로 m 만큼,
y 축의 방향으로 n 만큼 옮기면
$(-2+m,\ 4+n)$ 이고
이 점이 $(6, -2)$ 와 일치하므로
$-2+m=6 \quad \therefore m=8$
$4+n=-2 \quad \therefore n=-6$
따라서, 구하는 $m,\ n$ 의 값의 합은 $8+(-6)=2$

2. 점 $(1,\ -2)$ 를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축 방향으로 -1만큼 평행이동한 점의 좌표는?

① $(-1,\ -1)$ ② $(-1,\ -3)$ ③ $(3,\ -1)$
④ $(3,\ -3)$ ⑤ $(3,\ 5)$

해설
$(x, y) \ \rightarrow \ (x+2, y-1)$이므로
$(1, -2) \ \rightarrow \ (1+2, -2-1) = (3, -3)$

3. 방정식 $y=-3x+1$ 이 나타내는 도형을 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $y=-x+4$ ② $y=-2x+6$ ③ $y=-3x+11$
④ $y=-4x+9$ ⑤ $y=-5x+13$

해설
$y+2=-3(x-4)+1$ $\therefore y=-3x+11$

4. 직선 $y = 2x + 3$ 을 x 축 방향으로 1 , y 축의 방향으로 −2 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 9 ② 7 ③ 5 ④ 3 ⑤ 1

해설

$y = 2x + 3$

$\Rightarrow \quad y + 2 = 2(x - 1) + 3$

$\Rightarrow \quad y = 2x - 1$

$\therefore \quad a + b = 1$

5. $y = x^2 - 2$ 를 x 축에 대하여 대칭 이동시킨 도형의 방정식은?

① $y = -x^2 + 2$ ② $y = -x^2 + 3$ ③ $y = x^2 + 2$
④ $y = 2x^2 + 2$ ⑤ $y = 3x^2 + 2$

해설

$y = ax^2 + b$ 를 x 축에 대하여 대칭 이동시킨 도형의 방정식
$y = -ax^2 - b$
$y = x^2 - 2$ 를
x 축에 대하여 대칭 이동시킨 도형의 방정식은
$-y = x^2 - 2$
$\therefore y = -x^2 + 2$

6. 직선 $y = -3x + 2$을 다음과 같이 대칭 이동 할 때, 옳은 것을 <u>모두</u> 고르면?

① (x 축) : $y = 3x - 2$
② (y 축) : $y = -3x - 2$
③ (원점) : $y = 3x + 2$
④ ($y = x$) : $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$
⑤ ($y = -x$) : $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

해설

① x 축 : $y = -3x + 2 \rightarrow (-y) = -3x + 2$
$\rightarrow y = 3x - 2$ (O)
② y 축 : $y = -3x + 2 \rightarrow y = -3(-x) + 2$
$\rightarrow y = 3x + 2$ (X)
③ 원점 : $y = -3x + 2 \rightarrow (-y) = -3(-x) + 2$
$\rightarrow y = -3x - 2$ (X)
④ $y = x$: $y = -3x + 2 - \rightarrow x = -3y + 2$
$\rightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ (O)
⑤ $y = -x$: $y = -3x + 2 - \rightarrow (-x) = -3(-y) + 2$
$\rightarrow y = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ (X)

7. 점 $(2, -1)$ 을 직선 $y = x$ 에 대칭이동한 다음, y 축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구하면?

① $(1,\ 2)$　② $(2,\ 3)$　③ $(3,\ 4)$
④ $(4,\ 5)$　⑤ $(5,\ 6)$

해설

점 $(2, -1)$ 을 직선 $y = x$ 에
대칭이동한 점의 좌표는 $(-1,\ 2)$
이 점을 다시 y 축에 대하여 대칭이동하면
구하는 점의 좌표는 $(1,\ 2)$

8. 도형 $y = 2x$를 직선 $y = x$에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $y = 2x$ ② $y = -2x$ ③ $y = \frac{1}{2}x$
④ $y = -\frac{1}{2}x$ ⑤ $y = 2x + 1$

해설

$y = x$ 대칭은 $x \to y$ 좌표로, $y \to x$를 대입한다.

9. 직선 $y = 3x - 3$의 그래프를 직선 $y = x$에 대칭이동한 직선의 방정식은?

① $y = 3x + 1$ ② $y = \frac{1}{3}x + 1$ ③ $y = -\frac{1}{3} + 1$
④ $y = \frac{1}{3}x - 1$ ⑤ $y = 3x - 1$

해설

$y = x$ 대칭은 $x \to y$ 좌표로, $y \to x$를 대입한다.

10. 점 $(-1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 6 만큼 평행이동한 다음 직선 $x = a$ 에 대하여 대칭이동하면 처음 위치로 돌아온다. 이 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

먼저 점 $(-1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 6 만큼 평행이동한 점의 좌표는

$(-1 + 6, -2)$, 즉 $(5, -2)$

점 $(5, -2)$ 를 다시 직선 $x = a$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는

$(2a - 5, -2)$

이 때, 이것이 $(-1, -2)$ 와 같으므로 $2a - 5 = -1$

$\therefore a = 2$

11. 점 $A(-2, 3)$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 점을 B, 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 C 라 할 때, 두 점 B, C 를 지나는 직선의 방정식은?

① $y = 2x - 3$　　② $y = 2x - 5$　　③ $y = x - 1$

④ $y = x - 3$　　⑤ $y = x - 5$

해설

점 $A(-2, 3)$ 을 원점에 대하여
대칭이동한 점 B 의 좌표는 $(2, -3)$ 이고,
점 $A(-2, 3)$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여
대칭이동한 점 C 의 좌표는 $(3, -2)$ 이다.
따라서, 두 점 $B(2, -3)$, $C(3, -2)$ 를 지나는
직선의 방정식은

$$y + 3 = \frac{-2 + 3}{3 - 2}(x - 2),\ y + 3 = x - 2$$

$$\therefore y = x - 5$$

12. 점 $(-1,\ 2)$ 를 원점에 대하여, 대칭 이동시킨 후, x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행 이동시켰다. 그 후 다시 $y=x$ 에 대하여 대칭 이동시켰더니 $(3,\ 2)$ 가 되었다. 이 때, ab 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(-1,\ 2) \xrightarrow{\text{원점대칭}} (1,\ -2) \xrightarrow{x\text{축으로 } a\text{만큼 평행이동}} (1+a,\ -2) \xrightarrow{y\text{축으로 } b\text{만큼 평행이동}} (1+a,\ -2+b)$

$\xrightarrow{y=x\text{대칭}} (-2+b,\ 1+a) = (3,\ 2)$

$\therefore\ a=1,\ b=5$

13. 좌표평면 위의 점 P 를 y 축에 대하여 대칭이동 하고 x 축 방향으로 2 , y 축 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 다시 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동 하였더니 원래의 점 P 가 되었다. 점 P 의 좌표는?

① $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ ② $\left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ③ $\left(\frac{7}{2}, \frac{1}{3}\right)$
④ $\left(\frac{7}{2}, -\frac{1}{3}\right)$ ⑤ $\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$

해설

$P=(x, y)$ 라 하면,

$(x, y) \xrightarrow{y\text{축 대칭}}$

$(-x, y) \xrightarrow{x\text{축으로 }2,\ y\text{축으로 }3\text{만큼 평행이동}}$

$(-x+2,\ y+3) \xrightarrow{y=x\text{에 대칭}} (y+3, -x+2)$

$\Rightarrow \quad (y+3, -x+2)=(x, y)$

$\Rightarrow \quad x=y+3, \quad y=-x+2$

두 식을 연립하면, $x=\frac{5}{2}, \quad y=-\frac{1}{2}$

$\therefore \quad \mathrm{P}\left(\frac{5}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$

14. 다음 중 원 $x^2+y^2+4x-4y+4=0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

① $x^2+y^2=\frac{1}{3}$
② $x^2+y^2=1$
③ $x^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$
④ $x^2+y^2=4$
⑤ $(x+1)^2+(y-1)^2=\frac{1}{2}$

해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면
반지름의 길이가 같아야 한다.
$x^2+y^2+4x-4y+4=0$ 에서 $(x+2)^2+(y-2)^2=4$
따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은
반지름의 길이가 2 인 ④이다.

15. 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 $y = x$ 에 대하여 대칭이동 하였더니, 원 $(x-1)^2 + (y-a)^2 = 1$ 의 넓이를 이등분하였다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

해설

$x + 2y - 3 = 0 \Rightarrow x - 2y - 3 = 0$($x$ 축 대칭이동)

$\Rightarrow \quad y - 2x - 3 = 0$ ($y = x$ 대칭이동)

원의 넓이를 이등분하려면, 원의 중심이 직선 위에 있으면 된다.

따라서 중심의 좌표를 직선에 대입한다.

$\therefore \ a - 2 - 3 = 0 \quad \therefore \ a = 5$