

1. 3 보다 크고 11 보다 작은 홀수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $3 \in A$

② $4 \notin A$

③ $6 \in A$

④ $9 \notin A$

⑤ $11 \notin A$

해설

① $3 \notin A$

③ $6 \notin A$

④ $9 \in A$

2. 다음 중 원소의 개수가 0 이 아닌 유한집합은?

- ① $\{x \mid x \text{는 일의 자리의 숫자가 1인 짝수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 2로 나누었을 때 나머지가 1인 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 8보다 큰 8의 약수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 두 자리의 2의 배수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 1 < x < 2 \text{인 분수}\}$

해설

- ① $\emptyset$
- ② $\{1, 3, 5, \dots\}$
- ③ $\emptyset$
- ④ $\{10, 12, 14, 16, \dots, 98\}$
- ⑤ $\left\{\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots\right\}$

3. 집합 $A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ 에 대해 다음 중 옳은 것은?

① $\{1\} \in A$

② $\{1, 2, \{1, 2\}\} \in A$

③ $\{1, 2, \{\emptyset\}\} \in A$

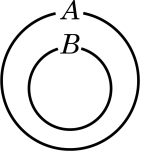
④ $\emptyset \in A$

⑤ $\{1, 2\} \subset A$

해설

집합 A 에 1, 2의 원소가 모두 있으므로 집합 $\{1, 2\}$ 는 집합 A 의 부분집합이다.

4. 다음 벤 다이어그램에서 집합 $A = \{x|x \text{는 } 28 \text{ 미만의 } 7 \text{의 배수}\}$ 일 때, 집합 B 가 될 수 있는 것을 모두 고르면?



- ① $\{\emptyset\}$

② $\{7, 14\}$

③ $\{1, 14, 21\}$
- ④ $\{7, 14, 21\}$

⑤ $\{7, 14, 21, 28\}$

해설

$A = \{7, 14, 21\}$ 이고 $B \subset A$ 이어야 한다.

① $\emptyset \notin A$ 이므로 $\{\emptyset\} \not\subset A$

5. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $\{\emptyset\}$ 은 $\{3\}$ 의 부분집합이다.
- ② $\{x, y\}$ 는 $\{y\}$ 의 부분집합이 아니다.
- ③ $A \subset B, B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
- ④ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- ⑤ $A \subset B, A \subset C$ 이면 $B \subset C$ 이다.

해설

- ① $\{\emptyset\}$ 은 $\{3\}$ 의 부분집합이 아니다. $\{3\}$ 의 부분집합은 $\emptyset$ 과 $\{3\}$ 이다.
- ⑤ $A \subset B, A \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이고, B 와 C 의 포함 관계는 알 수 없다.

6. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 일 때, 다음 중 A 의 부분집합이 아닌 것은?

① $\{1, 3\}$

② $\emptyset$

③ $\{1, 5, 7\}$

④ $\{\emptyset, 1, 3\}$

⑤ $\{1, 3, 5, 7\}$

해설

A 의 부분집합 : $\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{1, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 3, 7\}, \{1, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}, \{1, 3, 5, 7\}$

7. 집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 2, a^2 + 2, a^2 + a + 6\}$ 일 때, $A = B$ 를 만족시키는 상수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이고 $A = B$ 이므로

$a^2 + 2 = 3$ 또는 $a^2 + 2 = 6$

(i) $a^2 + 2 = 3$ 일 때 $a^2 = 1$

$\therefore a = \pm 1$

$a = 1$ 이면 $a^2 + a + 6 = 8$ 이므로

$A \neq B$

$a = -1$ 이면 $a^2 + a + 6 = 6$ 이므로

$A = B$

(ii) $a^2 + 2 = 6$ 일 때 $a^2 = 4$

$\therefore a = \pm 2$

$a = 2$ 이면 $a^2 + a + 6 = 12$ 이므로

$A \neq B$

$a = -2$ 이면 $a^2 + a + 6 = 8$ 이므로

$A \neq B$

따라서 $A = B$ 를 만족시키는 $a = -1$ 이다.

8. 다음 중 부분집합의 개수가 다른 집합은?

① $\{0, 2, 4\}$

② $\{\neg, \sqsubset, 2\}$

③ $\{\emptyset, a, e\}$

④ $\{a, b, c, d\}$

⑤ $\{3, 6, z\}$

해설

① $2^3 = 8$ (개)

② $2^3 = 8$ (개)

③ $2^3 = 8$ (개)

④ $2^4 = 16$ (개)

⑤ $2^3 = 8$ (개)

9. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 2\}$ 에 대하여 $B \cup X = X$ 를 만족시키는 A 의 부분집합 X 의 개수를 구하시오.

① 2개 ② 4개 ③ 8개 ④ 16개 ⑤ 32개

해설

$B \subset X$ 이므로 X 는 1, 2를 반드시 포함하여 $2^{6-2} = 2^4 = 16$ (개)가 된다.

10. 두 집합 $A = \{b, c\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 를 만족하는 집합 X 가 될 수 없는 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

- ① $\{b, c\}$

② $\{a, b, c\}$

③ $\{a, c, e\}$
- ④ $\{a, b, f\}$

⑤ $\{a, b, c, d, e\}$

해설

- ③ $\{b, c\} \not\subset \{a, c, e\}$
- ④ $\{b, c\} \not\subset \{a, b, f\}$

11. 다음 중 옳지 않은 것은?

보기

- ㉠ $n(\{\emptyset\}) = 1$
- ㉡ $A \subset B$ 이면, $n(A) \leq n(B)$ 이다.
- ㉢ $n(\{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 보다 크고 } 3 \text{ 보다 작은 홀수}\}) = 2$
- ㉣ $n(A) \leq n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉢ $n(\{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 보다 크고 } 3 \text{ 보다 작은 홀수}\}) = 0$
- ㉣ 반례 : $A = \{2, 4\}$, $B = \{1, 3\}$

12. 세 집합 $A = \{1, 4, 9\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, $C = \{1, 5, 9, 10\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $A \cap B = \{4\}$
- ② $B \cap C = \emptyset$
- ③ $A \cup C = \{1, 9, 10\}$
- ④ $(A \cap B) \cup C = \{1, 4, 5, 9, 10\}$
- ⑤ $A \cup (B \cup C) = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10\}$

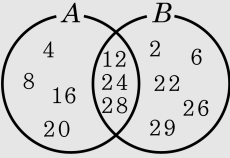
해설

- ③ $A \cup C = \{1, 4, 5, 9, 10\}$

13. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 미만의 } 4 \text{의 배수}\}$, $A \cap B = \{12, 24, 28\}$, $A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 12, 16, 20, 22, 24, 26, 28, 29\}$ 일 때 집합 B 를 구하면?
- ① $\{2, 6, 12, 24, 28\}$
- ② $\{2, 6, 22, 26, 29\}$
- ③ $\{2, 4, 6, 8, 22, 26, 29\}$
- ④ $\{2, 6, 12, 22, 24, 26, 28, 29\}$
- ⑤ $\{2, 4, 6, 8, 12, 24, 28, 29\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면
 $A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28\}$ 이 된다.
 $A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 12, 16, 20, 22, 24, 26, 28, 29\}$, $A \cap B = \{12, 24, 28\}$ 이 성립하도록 벤 다이어그램에 그려보자.



그러므로 $B = \{2, 6, 12, 22, 24, 26, 28, 29\}$ 가 된다.

14. 두 집합 $A = \{a + 1, 4, 5\}$, $B = \{a, 3, 5\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{3, 5\}$ 일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$3 \in A$ 이므로 $a + 1 = 3$

$\therefore a = 2$

15. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $A \subset B$

② $(A \cap B) \subset A$
- ③ $A \cap B = B$

④ $(A \cap \emptyset) \cup B = A$
- ⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B)$

해설

- $A \cup B = A$ 이면 $B \subset A$ 이다.
- ① $B \subset A$ 이므로 옳지 않다.

④ $(A \cap \emptyset) \cup B = \emptyset \cup B = B$ 이므로 옳지 않다.

⑤ $(A \cup B) \subset (A = B)$ 은 $A \subset B$ 와 같으므로 옳지 않다.

16. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 $A \cup X = A$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족시키는 집합 X 의 개수를 구하면?

① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$A \cup X = A$ 이면 $X \subset A$,

$(A \cap B) \cup X = X$ 이면 $(A \cap B) \subset X$

$\therefore (A \cap B) \subset X \subset A$

$A \cap B = \{3, 4, 5\}$ 이므로 집합 X 는 3, 4, 5 를 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로 그 개수는 $2^2 = 4$ (개)

17. 두 집합 C, D 에 대하여 $n(C) = 20$, $n(D) = 12$, $C \cap D = \emptyset$ 일 때, $n(C \cup D)$ 는?

① 30 ② 31 ③ 32 ④ 33 ⑤ 34

해설

$$\begin{aligned} n(C \cup D) &= n(C) + n(D) - n(C \cap D) \\ &= 20 + 12 - 0 = 32 \end{aligned}$$

18. 전체 집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 홀수}\}$ 일 때, $A - B^c$ 은?

① $\{1\}$

② $\{3\}$

③ $\{1, 3\}$

④ $\{1, 3, 5\}$

⑤ $\{1, 3, 7, 9\}$

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이므로 $B^c = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이다.

따라서 $A - B^c = \{1, 2, 3, 6\} - \{2, 4, 6, 8, 10\} = \{1, 3\}$ 이다.

19. 두 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{5, 8, 9\}$ 에 대하여 $(A - B) \cup (B - A)$ 는?

① $\{1, 3\}$

② $\{1, 3, 5\}$

③ $\{1, 3, 7\}$

④ $\{1, 3, 5, 8\}$

⑤ $\{1, 3, 7, 8\}$

해설

$(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 3, 5, 7, 8, 9\} - \{5, 9\} = \{1, 3, 7, 8\}$ 이다.

20. 다음 중 집합 $A - (B \cap C)$ 와 같은 집합은?

① $(A - B) - (A - C)$

② $(A - B) \cup (A - C)$

③ $(A - B) - C$

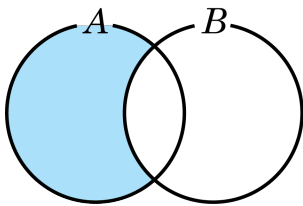
④ $(A \cap B) - C$

⑤ $A - (B \cup C)$

해설

$$\begin{aligned} A - (B \cap C) &= A - (B \cap C) \\ &= A \cap (B \cap C)^c \\ &= A \cap (B^c \cup C^c) \\ &= (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c) \\ &= (A - B) \cup (A - C) \end{aligned}$$

21. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내지 않는 것은?



① $A \cap B^c$

② $A - B$

③ $(A \cup B) - B$

④ $B \cap A^c$

⑤ $A - (A \cap B)$

해설

$A - B = A \cap B^c = A - (A \cap B) = (A \cup B) - B$ 이므로 색칠한 부분을 나타내지 않는 것은 ④ 이다.

22. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 집합 $(A^c \cup B^c) \cup B$ 의 모든 원소의 합은?

① 24 ② 25 ③ 26 ④ 27 ⑤ 28

해설

$$(A^c \cup B^c) \cup B = (A \cap B)^c \cup B = U$$

따라서, $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$ 이다.

23. 세 집합 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{3, 4, 8, 9\}$, $C = \{1, 2, 3, 5\}$ 에 대하여 $(A \cap B) - C$ 는?

① $\{4\}$

② $\{2, 4\}$

③ $\{4, 8\}$

④ $\{2, 8\}$

⑤ $\{2, 4, 8\}$

해설

$(A \cap B) - C = \{4, 8\} - \{1, 2, 3, 5\} = \{4, 8\}$ 이다.

24. 다음 중 $n(A \cap B^c)$ 의 값과 같은 것은?

- ① $n(A) - n(B)$ ② $n(A) - n(A - B)$
③ $n(A \cup B) - n(A)$ ④ $n(A) - n(A \cap B)$
⑤ $n(U) - n(A)$

해설

$A \cap B^c = A - B = A - (A \cap B)$ 이고,
 $(A \cap B) \subset A$ 이므로

$$\begin{aligned} n(A \cap B^c) &= n(A - B) \\ &= n(A - (A \cap B)) \\ &= n(A) - n(A \cap B) \end{aligned}$$

25. 1 부터 20 까지의 자연수 중 2 의 배수이지만 3 의 배수가 아닌 수의 개수는?

- ① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$n(A) = 10, n(B) = 6, n(A \cap B) = 3$ 이다.

따라서 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 10 - 3 = 7$

26. 다음 중에서 참인 명제는? (단, 문자는 실수이다.)

- ① $x^2 = 1$ 이면 $x^3 = 1$ 이다.
- ② $\sqrt{(-3)^2} = -3$
- ③ $|x| > 0$ 이면 $x > 0$ 이다.
- ④ $|x + y| = |x - y|$ 이면 $xy = 0$ 이다.
- ⑤ 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

해설

- ① $x = -1$ 이면 $x^2 = 1$ 이지만 $x^3 = -1$ 이므로 거짓인 명제이다.
- ② $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$ 이므로 거짓인 명제이다.
- ③ $x = -2$ 이면 $|-2| = 2 > 0$ 이지만 $-2 < 0$ 이므로 거짓인 명제이다.
- ④ $|x + y| = |x - y|$ 의 양변을 제곱하면 $(x + y)^2 = (x - y)^2$
 $\leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 = x^2 - 2xy + y^2 \leftrightarrow xy = 0$ 따라서, 참인 명제이다.
- ⑤ 등변사다리꼴은 대각선의 길이가 같지만 직사각형은 아니다. 따라서, 거짓인 명제이다.

27. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이는 반례가 속하는 집합은?

① $P \cap Q$

② $P \cup Q$

③ $P^c \cup Q^c$

④ $P - Q$

⑤ $Q - P$

해설

$p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이려면 P 의 원소 중에서 Q 의 원소가 아닌 것을 찾으면 된다. 따라서, 반례가 속하는 집합은 $P \cap Q^c = P - Q$

28. 다음 중 ‘모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.’의 부정인 명제를 고르면?
- ① 평화시에 살고 있지 않으면 평화고등학교 학생이 아니다.
 - ② 평화시에 사는 학생은 평화고등학교 학생이다.
 - ③ 모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있지 않다.
 - ④ 평화시에 살고 있지 않은 평화고등학교 학생이 적어도 한명은 있다.
 - ⑤ 어떤 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.

해설

모든 ~ 이다. : (부정) ⇒ 어떤 ~ 아니다.
적어도 ~ 아니다.

29. 명제 ‘ x 가 소수이면 x 는 홀수이다.’는 거짓이다. 다음 중 반례로 알맞은 것은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$x = 2$ 인 경우에는 소수이지만 짝수이다.

30. 명제 ‘ $a = 1$ 이면 $a^2 = a$ 이다.’에 대하여 역, 이, 대우 중에서 참인 것을 모두 고르면?

- ① 역
- ② 이
- ③ 대우
- ④ 역, 이
- ⑤ 역, 이, 대우

해설

$a^2 - a = a(a - 1) = 0$, $a = 0, 1$
역: ‘ $a^2 = a$ 이면 $a = 1$ 이다.’ → 거짓
이: ‘ $a \neq 1$ 이면 $a^2 \neq a$ 이다.’ → 거짓
대우: ‘ $a^2 \neq a$ 이면 $a \neq 1$ 이다.’ → 참

31. 두 명제 ‘겨울이 오면 춥다.’ ‘눈이 오지 않으면 춥지 않다.’가 모두 참이라고 할 때, 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 말할 수 없는 것은?
- ① 추우면 눈이 온다.
 - ② 눈이 오면 겨울이 온다.
 - ③ 눈이 오지 않으면 겨울이 오지 않는다.
 - ④ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
 - ⑤ 겨울이 오면 눈이 온다.

해설

명제가 참이면 대우도 참이다. 겨울이 오면 춥다. ⇔ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
눈이 오지 않으면 춥지 않다. ⇔ 추우면 눈이 온다. ⇒ 겨울이 오면 눈이 온다.
②에서 ‘눈이 오면 겨울이 온다’는 참, 거짓을 판별할 수 없다.

32. 다음 (가), (나)에 들어갈 말을 알맞게 나열한 것은?

- $|a| = |b|$ 는 $a = b$ 이기 위한 (가)조건이다.
 - 3의 배수는 6의 배수이기 위한 (나)조건이다.

- ① 필요, 필요

② 필요, 충분

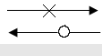
③ 충분, 충분

④ 충분, 필요

⑤ 충분, 필요충분

해설

$|a| = |b|$



$a = b \therefore$ 필요

$\{x \mid x \text{는 } 3\text{의 배수}\} \supset \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 배수}\} \therefore$ 필요

33. $x - 4 = 0$ 이 $x^2 + ax - 48 = 0$ 이기 위한 충분조건일 때, 실수 a 의 값은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 + ax - 48 = 0$$

$$\therefore 16 + 4a - 48 = 0$$

$$\therefore a = 8$$

34. $a > b > c > 0$ 일 때, $A = \frac{c}{b-a}$, $B = \frac{a}{b-c}$, $C = \frac{b}{a-c}$ 의 대소를
바르게 비교한 것은?

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < C < A$
④ $B < A < C$ ⑤ $C < A < B$

해설

$a > b > c > 0$ 에서
 $b - a < 0$, $b - c > 0$, $a - c > 0$ 이므로
 $A = \frac{c}{b-a} < 0$, $B = \frac{a}{b-c} > 0$
 $C = \frac{b}{a-c} > 0$
$$B - C = \frac{a}{b-c} - \frac{b}{a-c} = \frac{a(a-c) - b(b-c)}{(b-c)(a-c)}$$
$$= \frac{a^2 - ac - b^2 + bc}{(b-c)(a-c)}$$
$$= \frac{(a-b)(a+b) - c(a-b)}{(b-c)(a-c)}$$
$$= \frac{(a-b)(a+b-c)}{(b-c)(a-c)} > 0$$
$$\therefore B > C$$

따라서 $A < 0$, $B > C > 0$ 이므로
 $B > C > A$ 이다.

35. $a > b > 0$ 일 때, $a^2 > b^2$ 이다. 임을 이용하여 $x > y > -1$ 일 때, $\sqrt{x+1}$, $\sqrt{y+1}$ 의 대소를 비교하면?

① $\sqrt{x+1} < \sqrt{y+1}$

② $\sqrt{x+1} \leq \sqrt{y+1}$

③ $\sqrt{x+1} > \sqrt{y+1}$

④ $\sqrt{x+1} \geq \sqrt{y+1}$

⑤ $\sqrt{x+1} = \sqrt{y+1}$

해설

$$\begin{aligned}(\sqrt{x+1})^2 - (\sqrt{y+1})^2 &= (x+1) - (y+1) \\ &= x - y > 0\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{x+1} > \sqrt{y+1}$$

36. 자연수 n 에 대하여 2^{4n} , 3^{3n} 의 대소를 바르게 비교한 것은?

- ① $2^{4n} < 3^{3n}$ ② $2^{4n} > 3^{3n}$ ③ $2^{4n} \leq 3^{3n}$
④ $2^{4n} \geq 3^{3n}$ ⑤ $2^{4n} = 3^{3n}$

해설

$$\frac{2^{4n}}{3^{3n}} = \left(\frac{2^4}{3^3}\right)^n = \left(\frac{16}{27}\right)^n < 1$$

$$\therefore 2^{4n} < 3^{3n}$$

37. 두 양수 a, b 에 대하여 다음 설명 중 틀린 것은?

- ① a, b 의 산술 평균은 $\frac{a+b}{2}$ 이다.
- ② $\sqrt{ab}$ 는 a, b 의 기하평균이다.
- ③ $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ 은 절대부등식이다.
- ④ $\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$ 이면 반드시 $b = \frac{1}{a}$ 이다.
- ⑤ $a + \frac{1}{a} \geq 2$ 는 항상 성립한다.

해설

$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \dots$ 절대부등식

$\frac{a+b}{2}$: 산술평균, $\sqrt{ab}$: 기하평균

④: 절대부등식의 등호는 $a = b$ 일 때 성립한다.

38. $x > 2$ 일 때 $4x + \frac{1}{x-2}$ 의 최솟값은?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

$x-2=t$ 로 놓으면 $t > 0$ 이고 $x=t+2$

따라서 주어진 식을 t 로 나타낸 다음 산술평균과 기하평가의 관계를 이용하면

$$\begin{aligned}4x + \frac{1}{x-2} &= 4(t+2) + \frac{1}{t} \\&= 4t + \frac{1}{t} + 8 \\&\geq 2\sqrt{4t + \frac{1}{t}} + 8 \\&= 12\end{aligned}$$

(단, 등호는 $4t = \frac{1}{t}$ 일 때 성립)

39. 양수 x 에 대하여 $8x^2 + \frac{2}{x}$ 의 최솟값은?

① $2\sqrt{3}$

② $2\sqrt[3]{3}$

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$x > 0$ 이므로

$$8x^2 + \frac{2}{x} = 8x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x}$$

$$\geq 3\sqrt[3]{8x^2 \times \frac{1}{x} \times \frac{1}{x}} = 3\sqrt[3]{8} = 6$$

(단, 등호는 $x = \frac{1}{2}$ 일 때 성립)

40. 실수 a, b, x, y 에 대하여 $a^2 + b^2 = 5, x^2 + y^2 = 3$ 일 때 다음 중 $ax + by$ 의 값이 될 수 없는 것은?

① -1

② 0

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

a, b, x, y 가 실수이므로
코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
 $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$
 $5 \times 3 \geq (ax + by)^2$
 $\therefore -\sqrt{15} \leq ax + by \leq \sqrt{15}$
따라서 4는 $ax + by$ 의 범위에 속하지 않는다.