

1. 이차함수  $y = \frac{4}{5}x^2$  의 그래프가 점  $(a, a^2 - 1)$  를 지날 때,  $a$  의 값을 구하여라. (단,  $a < 0$ )

▶ 답:

▷ 정답:  $-\sqrt{5}$

해설

$y = \frac{4}{5}x^2$  의 그래프가 점  $(a, a^2 - 1)$  를 지나므로

$$a^2 - 1 = \frac{4}{5}a^2$$

$$\frac{1}{5}a^2 = 1$$

$$a^2 = 5$$

$a < 0$  이므로  $a = -\sqrt{5}$

2. 이차함수  $y = x^2$  의 그래프 위에 점  $(3, a)$  가 있을 때,  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $a = 9$

해설

$y = x^2$  에  $x = 3, y = a$  를 대입하면  
 $a = 3^2 = 9$

3. 다음 이차함수에서 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나열한 것은?

보기

㉠  $y = -2x^2$

㉡  $y = \frac{1}{2}x^2$

㉢  $y = -\frac{1}{3}x^2 + 4$

㉣  $y = 4x^2 - 1$

㉤  $y = 3(x-1)^2$

- ① ㉠ - ㉢ - ㉡ - ㉤ - ㉣
- ② ㉢ - ㉡ - ㉠ - ㉤ - ㉣
- ③ ㉢ - ㉤ - ㉡ - ㉠ - ㉣
- ④ ㉢ - ㉤ - ㉡ - ㉠ - ㉣
- ⑤ ㉢ - ㉤ - ㉠ - ㉡ - ㉣

해설

이차항의 계수의 절댓값이 큰 것부터 찾아 나열한다.

4. 이차함수  $y = -\frac{3}{2}(x-2)^2$  의 그래프와  $x$  축에 대하여 대칭인 포물선이 점  $(6, a)$  를 지날 때, 상수  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$y = -\frac{3}{2}(x-2)^2$  의 그래프와  $x$  축에 대하여 대칭인 포물선은  $y = \frac{3}{2}(x-2)^2$  이다.

이다. 따라서 식에  $(6, a)$  를 대입하면  $a = \frac{3}{2} \times 4^2 = 24$  이다.

5. 다음 보기의 이차함수 중 그래프의 꼭짓점이 제 2 사분면에 있는 그래프를 모두 구하여라.

보기

㉠  $y = (x - 3)^2$

㉡  $y = -\frac{1}{2}(x + 1)^2 + 2$

㉢  $y = -3x^2 + 1$

㉣  $y = x^2 + 2x + 3$

㉤  $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉤

해설

꼭짓점을 각각 구하면

㉠ (3, 0)

㉡ (-1, 2)

㉢ (0, 1)

㉣  $y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2$  이므로 (-1, 2)

㉤  $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3 = \frac{1}{2}(x + 2)^2 + 1$  이므로 (-2, 1)

따라서 제 2 사분면에 있는 그래프는 ㉡, ㉣, ㉤이다.

6. 이차함수  $y = f(x)$  에서  $f(x) = -x^2 + 2x + 5$  일 때,  $f(2)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x$  에 2 를 대입한다.

$$f(2) = -4 + 4 + 5 = 5$$

7. 이차함수  $y = \frac{3}{2}x^2$  의 그래프와  $x$  축 대칭인 이차함수의 그래프가 점  $(2a, -a-5)$  를 지날 때, 모든  $a$  의 값의 합은?

- ①  $-1$       ②  $\frac{5}{2}$       ③  $\frac{1}{6}$       ④  $-\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{2}{3}$

해설

$$-a-5 = -\frac{3}{2}(2a)^2$$

$$6a^2 - a - 5 = 0$$

근과 계수의 관계에 의해 모든  $a$  의 값의 합은  $\frac{1}{6}$  이다.

8. 다음 중 이차함수  $y = -\frac{3}{4}x^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① (2, -3)을 지난다.
- ② 축의 방정식은  $y = 0$ 이다.
- ③  $y$ 의 값의 범위는  $y \leq 0$ 이다.
- ④ 제 3,4 사분면을 지난다.
- ⑤  $x$ 의 값이 증가할 때,  $y$ 값도 증가한다.

해설

- ① (2, -3)을 대입하면 식을 만족하므로 지난다.
- ② 축은  $x = 0$ 이므로 옳지 않다.
- ③ 위로 볼록하고 꼭짓점이 원점이므로  $y \leq 0$
- ④ 위로 볼록, 꼭짓점이 원점인 그래프를 그리면 제 3,4분면을 지난다.
- ⑤  $a > 0$ 이면  $x$ 값이 증가하면  $y$ 값도 증가하고,  $a < 0$ 이면  $x$ 값이 증가하면  $y$ 값은 감소한다.

9. 다음 중 이차함수  $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$  의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① 점 (1, 0)을 꼭짓점으로 한다.
- ② 대칭축은  $x = 1$  이다.
- ③ 점 (2, 3)을 지난다.
- ④ 위로 볼록한 포물선이다.
- ⑤  $y = \frac{2}{3}x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-1$ 만큼 평행이동한 것이다.

**해설**

이차함수  $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$  의 그래프는  $y = \frac{2}{3}x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-1$ 만큼 평행이동한 그래프로 꼭짓점은  $(-1, 0)$ , 축의 방정식은  $x = -1$  이다. 점 (2, 6)을 지나고 아래로 볼록한 그래프이다.

10. 이차함수  $y = x^2 - 4$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $p$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $q$  만큼 평행이동하면 두 점  $(1, 13)$ ,  $(-1, 5)$  를 지날 때,  $p + q$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$y = x^2 - 4$  를  $x$  축,  $y$  축의 방향으로 각각  $p$ ,  $q$  만큼 평행이동한 식을

$y = x^2 + ax + b$  라고 하면

$(1, 13)$ ,  $(-1, 5)$  를 대입하면

$$1 + a + b = 13, \quad a + b = 12 \cdots \text{㉠}$$

$$1 - a + b = 5, \quad -a + b = 4 \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서  $a = 4$ ,  $b = 8$

$$y = x^2 + 4x + 8 = (x + 2)^2 + 4$$

$$= (x - p)^2 - 4 + q$$

$$p = -2, \quad -4 + q = 4, \quad q = 8$$

$$\therefore p + q = -2 + 8 = 6$$



12. 이차함수  $y = -\frac{1}{4}x^2$  의 그래프를  $y$  축 방향으로  $a$  만큼 평행이동하면 점  $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$  을 지난다고 할 때,  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = -\frac{1}{4}x^2 + a$  에 점  $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$  을 대입하면

$$\frac{1}{2} = -\frac{1}{4}(-\sqrt{2})^2 + a$$

$$\therefore a = 1$$

13. 이차함수  $y = 3(x+4)^2 - 2$  의 그래프에서 꼭짓점의 좌표를  $(a, b)$  ,  
축을  $x = c$  라 할 때,  $a + b - c$  의 값을 구하면?

① -1      ② -2      ③ -3      ④ -4      ⑤ -5

해설

$y = 3(x+4)^2 - 2$  의 꼭짓점의 좌표는  
 $(-4, -2) = (a, b)$   
축은  $x = c = -4$   
 $\therefore a + b - c = -4 + (-2) - (-4) = -2$

14. 이차함수  $y = \frac{1}{2}(x+a)^2 + b$  의 그래프는  $x < -2$  이면  $x$  의 값이 증가할 때,  $y$  의 값은 감소하고,  $x > -2$  이면  $x$  의 값이 증가할 때,  $y$  의 값도 증가한다. 이 그래프가 점  $(-1, 3)$  을 지날 때, 꼭짓점의 좌표를 구하면?

- ①  $(-2, 1)$                       ②  $(3, 5)$                       ③  $(-2, \frac{5}{2})$

- ④  $(2, 5)$                       ⑤  $(-1, \frac{2}{5})$

**해설**

$x = -2$ 를 기준으로  $x$  값에 따른  $y$  값의 변화가 달라지므로, 축의 방정식은  $x = -2$ ,  $\therefore a = 2$

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + b$  의 그래프가 점  $(-1, 3)$  을 지나므로  $3 =$

$$\frac{1}{2}(-1+2)^2 + b, \therefore b = \frac{5}{2}$$

따라서  $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + \frac{5}{2}$  에서 꼭짓점의 좌표는  $(-2, \frac{5}{2})$  이다.

15. 이차함수  $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프와 직선  $y = 48$  사이에 둘러싸인 도형 내부의 좌표 중,  $x, y$ 좌표의 값이 모두 자연수인 점의 개수를 구하여라.

▶ 답:                    개

▷ 정답: 170 개

**해설**

$y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프와 직선  $y = 48$ 이 만나는 두 점은 각각  $(-6, 48), (6, 48)$

둘러싸인 부분의  $x$ 좌표의 범위는  $-6 \leq x \leq 6$ 이므로 이 범위 안의 자연수는 1, 2, ..., 6의 6개가 있다.

(1)  $y = 16$  위에 있는 자연수인 점은  $(1, 16), (2, 16), \dots, (6, 16)$ 로 6개가 있다.

(2)  $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프 위에 있는 자연수인 점은  $(3, 12), (6, 48)$ 의 2개가 있다.

따라서

$x$ 좌표가 6일 때: 1개

$x$ 좌표가 5일 때:

$y$ 좌표는 34부터 48까지이므로 15개

$x$ 좌표가 4일 때:

$y$ 좌표는 22부터 48까지이므로 27개

$x$ 좌표가 3일 때:

$y$ 좌표는 12부터 48까지이므로 37개

$x$ 좌표가 2일 때:

$y$ 좌표는 6부터 48까지이므로 43개

$x$ 좌표가 1일 때:

$y$ 좌표는 2부터 48까지이므로 47개

$\therefore 1 + 15 + 27 + 37 + 43 + 47 = 170$  (개)