

1.  $x$ 에 관한 삼차식  $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을  $x+1$ 로 나누면 나머지가 5이고,  $x-2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수  $m-n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

### 해설

나머지 정리를 이용한다.

주어진 식에  $x = -1$ ,  $x = 2$ 를 각각 대입하면,

$$(-1)^3 + m(-1)^2 + n(-1) + 1 = 5 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$(2)^3 + m(2)^2 + n \cdot 2 + 1 = 3 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하면,

$$m = \frac{2}{3}, n = -\frac{13}{3}$$

$$\therefore m - n = 5$$

2.  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 을 인수분해 하면?

①  $(x + 1)(x - 2)(x + 3)$

②  $(x - 1)(x + 2)(x + 3)$

③  $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$

④  $(x + 1)(x + 2)(x - 3)$

⑤  $(x - 1)(x - 2)(x + 3)$

해설

인수정리를 이용하면

$$f(1) = 0, f(2) = 0, f(3) = 0 \text{ 이므로}$$

$$(\text{준식}) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$$

3.  $(1 - 3i)x + (3 + 2i)y = 1 + 8i$ 를 만족하는 실수  $x, y$ 에 대하여  $x + y$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(1 - 3i)x + (3 + 2i)y = 1 + 8i ,$$

$$(x + 3y) + (-3x + 2y)i = 1 + 8i \text{ 에서}$$

복소수의 상등에 의하여

$$x + 3y = 1, \quad -3x + 2y = 8 \text{ 이고}$$

$$\text{연립하여 풀면 } y = 1, \quad x = -2$$

$$\therefore x + y = -1$$

4. 이차방정식  $x^2 + 2(k - a)x + k^2 + a^2 + b - 2 = 0$ 이 실수  $k$ 의 값에 관계없이 중근을 가질 때,  $a + b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{D}{4} = (k - a)^2 - (k^2 + a^2 + b - 2) = 0$$

$$\therefore -2ka - b + 2 = 0$$

이 식은  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립하므로  $k$ 에 대한 항등식이다.

$$a = 0, b = 2$$

$$\therefore a + b = 2$$

5. 방정식  $x^4 - 4x + 3 = 0$ 의 해를 구하면?

①  $x = 1, x = -1 \pm 2i$

②  $x = -1, x = 1 \pm 2i$

③  $x = 1, x = -1 \pm \sqrt{2}i$

④  $x = -1, x = 1 \pm \sqrt{2}i$

⑤  $x = 1$

해설

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 0 & 0 & -4 & 3 \\ & & 1 & 1 & 1 & -3 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & -3 & 0 \\ & & 1 & 2 & 3 & \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 0 & \end{array}$$

$$(x-1)^2(x^2+2x+3) = 0, x = 1, -1 \pm \sqrt{2}i$$

6. 방정식  $x^3 - x^2 + ax - 1 = 0$ 의 한 근이  $-1$ 일 때, 상수  $a$ 의 값과 나머지 두 근을 구하면?

①  $a = 3, 1 \pm \sqrt{2}$

②  $a = -3, 1 \pm \sqrt{2}$

③  $a = 3, 1 \pm \sqrt{3}$

④  $a = -3, 1 \pm \sqrt{3}$

⑤  $a = -1, 1 \pm \sqrt{2}$

### 해설

$x = -1$ 이 근이므로  $-1 - 1 - a - 1 = 0$ 에서  $a = -3$

인수정리와 조립제법을 이용하면

$$(\text{좌변}) = (x + 1)(x^2 - 2x - 1) = 0$$

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 근은  $1 \pm \sqrt{2}$

$\therefore a = -3$ , 나머지 근은  $1 \pm \sqrt{2}$

7. 모든 실수  $x, y$ 에 대하여  $\sqrt{mx^2 - mx + 2}$ 가 0이 아닌 실수가 될 실수  $m$ 의 값의 범위는?

①  $0 < m < 4$

②  $4 \leq m \leq 8$

③  $0 \leq m < 8$

④  $4 < m \leq 8$

⑤  $m \geq 8$

### 해설

$\sqrt{mx^2 - mx + 2}$ 가 0이 아닌 실수가 되려면  $mx^2 - mx + 2 > 0$ 이어야 한다.

i)  $m = 0$ 일 때  $0 \cdot x^2 - 0 \cdot x + 2 > 0$ 이므로  
모든 실수  $x$ 에 대하여 항상 성립한다.

ii)  $m \neq 0$ 일 때  $mx^2 - mx + 2 > 0$ 가  
모든 실수  $x$ 에 대하여 항상 성립하려면  
 $m > 0 \dots \textcircled{\text{㉠}}$

또 이차방정식  $mx^2 - mx + 2 = 0$ 의 판별식을  
 $D$ 라 할 때

$$D = (-m)^2 - 8m < 0, m(m - 8) < 0$$

$$\therefore 0 < m < 8 \dots \textcircled{\text{㉡}}$$

$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 의 공통 범위를 구하면  $0 < m < 8$

i), ii)에서  $0 \leq m < 8$

8. 다음 부등식을 동시에 만족하는 정수  $x$ 의 개수는?

$$x^2 < 3x + 40, 3x^2 - 7x \geq 40$$

① 4개

② 5개

③ 6개

④ 7개

⑤ 8개

해설

$$x^2 < 3x + 40, \quad x^2 - 3x - 40 < 0,$$

$$(x - 8)(x + 5) < 0, \quad -5 < x < 8$$

$$3x^2 - 7x \geq 40, \quad 3x^2 - 7x - 40 \geq 0$$

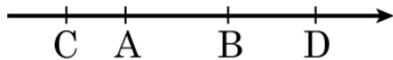
$$(3x + 8)(x - 5) \geq 0,$$

$$x \geq 5 \text{ 또는 } x \leq -\frac{8}{3} \rightarrow$$

$$\text{공통범위는 } -5 < x \leq -\frac{8}{3}, \quad 5 \leq x < 8$$

정수는  $-4, -3, 5, 6, 7$  : 5개이다.

9. 다음 빈칸에 알맞은 부등호를 써 넣어라.



$m, n$  이 양수라고 할 때, 선분  $AB$  를  $m : n$  으로 외분하는 점은

- i)  $m$  ( )  $n$  일 때 반직선  $\overrightarrow{BD}$  위에 있고,  
ii)  $m$  ( )  $n$  일 때 반직선  $\overrightarrow{AC}$  위에 있다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : >

▷ 정답 : <

### 해설

외분점을  $P$  라고 하면

$$\overline{AP} : \overline{PB} = m : n \text{ 이므로}$$

$m > n$  일 때 반직선  $\overrightarrow{BD}$  위에 있고,

$m < n$  일 때 반직선  $\overrightarrow{AC}$  위에 있다.

10. 두 직선  $3x - 2y - 4 = 0$ ,  $x + 2y - 4 = 0$  의 교점과 점  $(1, -4)$  를 지나는 직선의 방정식은?

①  $5x - y - 9 = 0$

②  $5x + y - 9 = 0$

③  $x - 2y - 1 = 0$

④  $2x - 3y - 1 = 0$

⑤  $2x - y + 3 = 0$

해설

$$\begin{cases} 3x - 2y - 4 = 0 \cdots \textcircled{㉠} \\ x + 2y - 4 = 0 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} : x = 2, y = 1$$

$\therefore$  교점 :  $(2, 1)$

$$\therefore \text{구하는 직선은 } y - 1 = \frac{-4 - 1}{1 - 2}(x - 2) = 5(x - 2)$$

$$\therefore 5x - y - 9 = 0$$

11. 포물선  $y = x^2 - x + 1$  위의 점 중에서 직선  $y = x - 3$  에의 거리가 최소인 점을  $(a, b)$  라 할 때,  $a + b$  의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

직선  $y = x - 3$  에 평행인 직선  $y = x + k$  와  
포물선  $y = x^2 - x + 1$  과의 접점이 구하는 점이다.

$$x^2 - x + 1 = x + k \text{ 에서 } \frac{D}{4} = 1 - (1 - k) = 0$$

$$\therefore k = 0$$

이때,  $x = 1, y = 1$  이므로

구하는 점은  $(1, 1)$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

12. 원  $x^2 + y^2 + 4x - 10y + 28 = 0$ 의 중심과 점  $(4, -1)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식을  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 이라고 할 때,  $a + b + r^2$ 의 값은?

① 13

② 15

③ 17

④ 19

⑤ 21

해설

$$x^2 + y^2 + 4x - 10y + 28 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 1$$

$\therefore$  구하는 원은  $(-2, 5)$ 와  $(4, -1)$ 을 지름의 양 끝으로 하는 원이다.

$$\text{이 원은 중심이 } \left( \frac{-2+4}{2}, \frac{5-1}{2} \right) = (1, 2)$$

$$\text{반지름이 } \frac{1}{2} \sqrt{(4+2)^2 + (-1-5)^2} = 3\sqrt{2}$$

이므로 원의 방정식은

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = (3\sqrt{2})^2 = 18$$

$$\therefore a = 1, b = 2, r^2 = 18$$

$$\therefore a + b + r^2 = 21$$

13. 점(2, 1) 을 중심으로 하고, 직선  $x + y - 5 = 0$  에 접하는 원의 반지름은?

① 1

②  $\sqrt{2}$

③  $\sqrt{3}$

④ 4

⑤  $\sqrt{5}$

해설

원의 반지름  $r$  은 점 (2, 1) 에서  
직선  $x + y - 5 = 0$  까지의 거리이므로

$$r = \frac{|2 + 1 - 5|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

14. 점  $(2, 4)$  를  $x$  축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 다음 직선  $x = 3$  에 대하여 대칭이동 점의 좌표를 구하면?

①  $(1, 3)$

②  $(2, 4)$

③  $(3, 5)$

④  $(4, 6)$

⑤  $(5, 7)$

### 해설

점  $(2, 4)$  를 다시  $x$  축의 방향으로  
2 만큼 평행이동한 점의 좌표는

$(2 + 2, 4)$  , 즉  $(4, 4)$

점  $(4, 4)$  를 다시 직선  $x = 3$  에 대하여  
대칭이동한 점의 좌표는

$(2 \cdot 3 - 4, 4)$  , 즉  $(2, 4)$

15. 좌표평면에서 연립부등식  $y < x$ ,  $x + y < 2$ ,  $y > ax$ 의 영역이 삼각형의 내부를 나타내도록 실수  $a$ 의 값의 범위를 정하면?

①  $-3 < a < -1$

②  $-2 < a < 0$

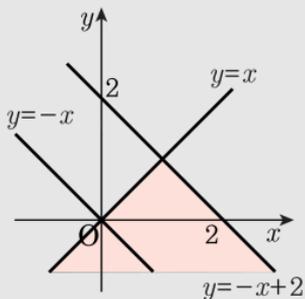
③  $-1 < a < 1$

④  $0 < a < 2$

⑤  $1 < a < 3$

해설

연립부등식  $y < x$ ,  $x + y < 2$ 의 영역은 다음 그림의 어두운 부분과 같다.



$y > ax$ 의 영역은 직선  $y = ax$ 의 위쪽 부분이므로 세 영역으로 둘러싸인 부분이 삼각형의 내부가 되려면  $a$ 의 범위는  $-1 < a < 1$ 이 된다.

16.  $x$  에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 2$  를  $x^2 - x + 1$  로 나눈 나머지가  $x + 3$  이 되도록  $a, b$  의 값을 정할 때,  $ab$  값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $ab = -6$

### 해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

17. 복소수  $z = (1 + i)x + 1 - 2i$ 에 대하여  $z^2$ 이 음의 실수일 때, 실수  $x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $x = -1$

해설

$$z = (1 + i)x + 1 - 2i = (x + 1) + (x - 2)i$$

$z^2$ 의 음의실수  $\Leftrightarrow z$ 가 순허수

$$\therefore x + 1 = 0, \quad x = -1$$

18. 두 실수  $a, b$  에 대하여 복소수  $z = a + bi$  와 쥘레복소수  $\bar{z} = a - bi$  의 곱  $z \cdot \bar{z} = 9$  일 때,  $\frac{1}{2} \left( z + \frac{9}{z} \right)$  를 간단히 하면?

①  $b$

②  $2b$

③  $0$

④  $5a$

⑤  $a$

해설

$$z \cdot \bar{z} = 9 \text{ 이므로 } \bar{z} = \frac{9}{z}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \left( z + \frac{9}{z} \right) = \frac{1}{2} (z + \bar{z})$$

$$z + \bar{z} = a + bi + a - bi = 2a \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{2} (z + \bar{z}) = \frac{1}{2} \times 2a = a$$

19.  $x = 1 + \sqrt{2}i$ ,  $y = 1 - \sqrt{2}i$  일 때,  $x^3 - y^3$  의 값을 구하면?

①  $2\sqrt{2}i$

②  $-2\sqrt{2}i$

③  $\sqrt{2}i$

④  $-\sqrt{2}i$

⑤  $2i$

해설

$$x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y)$$

$$x - y = 2\sqrt{2}i, xy = (1 + \sqrt{2}i)(1 - \sqrt{2}i) = 3$$

$$x^3 - y^3 = (2\sqrt{2}i)^3 + 3 \cdot 3 \cdot (2\sqrt{2}i)$$

$$= -16\sqrt{2}i + 18\sqrt{2}i$$

$$= 2\sqrt{2}i$$

20.  $x^2 - 4kx + (5 - k^2) = 0$ 이 두 실근  $\alpha, \beta$ 를 가질 때,  $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$D/4 = 4k^2 - (5 - k^2) \geq 0$$

$$4k^2 - 5 + k^2 \geq 0, 5k^2 \geq 5, \therefore k^2 \geq 1$$

$$\alpha + \beta = 4k, \quad \alpha\beta = 5 - k^2$$

$$\begin{aligned} \therefore \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 16k^2 - 10 + 2k^2 \\ &= 18k^2 - 10 \end{aligned}$$

$$18k^2 \geq 18, 18k^2 - 10 \geq 18 - 10$$

$$\alpha^2 + \beta^2 \geq 8, \therefore (\text{최솟값}) = 8$$

21. 이차방정식  $x^2 + (k-4)x + 1 = 0$ 의 두 근이 모두 양수가 되도록 상수  $k$ 의 값의 범위를 구하면?

①  $k \leq 2$

②  $k \geq 2$

③  $-2 \leq k < 2$

④  $4 < k \leq 6$

⑤  $2 \leq k < 4$

해설

양수이려면 판별식이 0보다 크거나 같고, 두근의 합, 곱이 양수이다.

(i)  $D = (k-4)^2 - 4 \geq 0, k^2 - 8k + 12 \geq 0$

$(k-2)(k-6) \geq 0$

$k \leq 2$  또는  $k \geq 6$

(ii) 두 근의 합 :  $-(k-4) > 0, k < 4$

(i), (ii)의 공통부분을 구하면  $k \leq 2$

22. 이차함수  $y = -x^2 + 4|x| - 3$  이 최댓값을 갖도록 하는 실수  $x$  의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 0 개

⑤ 무수히 많다.

### 해설

( i )  $x \geq 0$  일 때,

$$y = -x^2 + 4x - 3 = -(x - 2)^2 + 1$$

( ii )  $x < 0$  일 때,

$$y = -x^2 - 4x - 3 = -(x + 2)^2 + 1$$

이상에서  $x = -2, 2$  일 때,  $y$  는 최댓값을 가지므로 구하는 실수  $x$  의 개수는 2 개이다.

23.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+2}{3}$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$  일 때  $x^2 - y^2 + z^2$  의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -40

해설

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+2}{3} = t \text{ 라 하면}$$

$x = 2t - 1$ ,  $y = 5t + 3$ ,  $z = 3t - 2$  이므로

$$x^2 - y^2 + z^2 = (2t - 1)^2 - (5t + 3)^2 + (3t - 2)^2 = -12t^2 - 46t - 4 \dots \textcircled{1}$$

$x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$  이므로

$$t \geq \frac{1}{2}, t \geq -\frac{3}{5}, t \geq \frac{2}{3}$$

$$\therefore t \geq \frac{2}{3}$$

이 범위에서  $\textcircled{1}$ 은 감소하므로

$t = \frac{2}{3}$  일 때 최대이고 최댓값은

$$-12 \left( \frac{2}{3} \right)^2 - 46 \cdot \frac{2}{3} - 4 = -40$$

24. 두 원  $x^2 + (y-2)^2 = 4$ ,  $(x-a)^2 + (y-1)^2 = 1$ 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠  $a = \sqrt{3}$ 이면 두 원은 서로 다른 원의 내부에 있다.  
 ㉡  $a = 0$ 이면 두 원은 서로 접한다.  
 ㉢  $a$ 의 값에 관계없이 한 원이 다른 원의 내부에 놓일 수 없다.

① ㉠

② ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

두 원  $x^2 + (y-2)^2 = 4$ ,  $(x-a)^2 + (y-1)^2 = 1$ 의 중심 사이의 거리는  $\sqrt{a^2+1}$ 이고 반지름의 길이는 각각 2, 1이다.

㉠  $a = \sqrt{3}$ 이면  $2-1 < \sqrt{a^2+1} < 2+1$ 이므로 두 원은 서로 다른 두 점에서 만난다. (거짓)

㉡  $a = 0$ 이면  $\sqrt{a^2+1} = 2-1$ 이므로 두 원은 서로 내접한다. (참)

㉢  $\sqrt{a^2+1} \geq 1$ 이므로  $\sqrt{a^2+1} < 2-1$ 이 될 수 없다. 즉, 한 원이 다른 원의 내부에 놓을 수 없다. (참)

따라서, 옳은 것은 ㉡, ㉢이다.

25. 함수  $f(x) = x^2 - 4x$  에 대하여 좌표평면 위의 점  $(a, b)$  가 부등식  $y > f(x)$  의 영역에 속할 때, 보기에서 항상 성립하는 부등식을 모두 고르면?

㉠  $\frac{b}{2} > f\left(\frac{a}{2}\right)$       ㉡  $2b > f(2a)$       ㉢  $-b < f(-a)$

- ① ㉠      ② ㉠      ③ ㉠, ㉡      ④ ㉠, ㉢      ⑤ ㉡, ㉢

### 해설

점  $(a, b)$  가  $y > x^2 - 4x$  를 만족하는 점이므로

$$b > a^2 - 4a \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\textcircled{1} \quad f\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{1}{4}a^2 - 2a < \frac{1}{2}a^2 - 2a$$

$$\textcircled{1} \text{에서 } \frac{b}{2} > \frac{1}{2}a^2 - 2a \text{ 이므로}$$

$$\frac{b}{2} > f\left(\frac{a}{2}\right) \text{ (참)}$$

$$\textcircled{2} \quad a = 3, b = 0 \text{ 일 때, } 0 > 3^2 - 4 \cdot 3 \text{ 이므로}$$

점  $(3, 0)$  은  $\textcircled{1}$  의 영역을 만족하는 점이다.

$$\text{그런데 } 2b = 0, f(2a) = f(6) = 6^2 - 24 = 12 \text{ 이므로}$$

$2b > f(2a)$  가 성립하지 않는다. (거짓)

$$\textcircled{3} \quad \textcircled{1} \text{에서 } b > a^2 - 4a$$

$$-b < -a^2 + 4a < a^2 + 4a = f(-a)$$

$$\therefore -b < f(-a) \text{ (참)}$$

따라서, 보기 중 옳은 것은  $\textcircled{1}, \textcircled{3}$ 이다.