1. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A+B=-x^3-2x^2+4x+5$, $2A-B=4x^3-x^2-x+1$ 일 때, 두 다항식 A, B 를 구하면?

① $A=x^3+x^2+x+2,\ B=-2x^3-3x^2+3x+3$

② $A=x^3-x^2+x+2,\ B=-2x^3-x^2+3x+3$

③ $A=x^3-x^2+x-2,\ B=-2x^3-x^2+3x+7$

④ $A=x^3-x^2-x+2,\ B=-2x^3-x^2+5x+3$

⑤ $A=3x^3-3x^2+3x+6,\ B=-4x^3+x^2+x-1$

해설

$A+B=-x^3-2x^2+4x+5\cdots$ ㉠

$2A-B=4x^3-x^2-x+1\cdots$ ㉡

(㉠ + ㉡) $\div 3$: $A=x^3-x^2+x+2$

(2㉠ − ㉡) $\div 3$: $B=-2x^3-x^2+3x+3$

2. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$일 때, $2A + B$를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 <u>않은</u> 것을 골라라.

$$
\begin{aligned}
2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\
&= (2a + 4b) + (2a + 3b) && \text{㉠ 분배법칙} \\
&= 2a + (4b + 2a) + 3b && \text{㉡ 결합법칙} \\
&= 2a + (2a + 4b) + 3b && \text{㉢ 교환법칙} \\
&= (2a + 2a) + (4b + 3b) && \text{㉣ 교환법칙} \\
&= (2 + 2)a + (4 + 3)b && \text{㉤ 분배법칙} \\
&= 4a + 7b
\end{aligned}
$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$: 결합법칙

3. x^3+x^2+2를 다항식 x^2+2x-1로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 나머지를 $R(x)$라 할 때, $Q(x)+R(x)$의 값은?

① $2x-3$ ② $2x$ ③ $3x+2$

④ $4x$ ⑤ $4x+1$

해설

x^3+x^2+2를 x^2+2x-1로 직접 나누면

$Q(x)=x-1$, $R(x)=3x+1$

$\therefore\ Q(x)+R(x)=4x$

4. 다음 식 중에서 옳지 않은 것을 고르면?

① $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

② $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) = a^3+b^3+c^3-3abc$

③ $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

④ $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

⑤ $(a^2+a+1)(a^2-a+1) = a^4-a^2+1$

해설

⑤ $(a^2+a+1)(a^2-a+1) = (a^2+1)^2-a^2$

$= a^4+a^2+1$

5. $\dfrac{2x+ay-b}{x-y-1}$가 $x-y-1 \neq 0$인 어떤 x, y의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때, $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$\dfrac{2x+ay-b}{x-y-1}=k$라 놓으면

$2x+ay-b=k(x-y-1)$

x, y에 대하여 정리하면,

$(2-k)x+(a+k)y-b+k=0$

위의 식이 x, y에 대한 항등식이어야 하므로

$2-k=0,\ a+k=0,\ -b+k=0$

$\therefore\ k=2,\ a=-2,\ b=2$

$\therefore\ a-b=-4$

6. x에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+3이 x^2+1로 나누어떨어질 때, $a+b$의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^3+ax^2+bx+3=(x^2+1)(x+k)$라 할 수 있다.
여기에서 상수항을 비교하면 $k=3$
$x^3+ax^2+bx+3=(x^2+1)(x+3)$
$=x^3+3x^2+x+3$
$\therefore\ a=3,\ b=1$이므로 $a+b=4$

해설

$x^3+ax^2+bx+3=(x^2+1)Q(x)$
$x^2=-1$을 대입하면
$-x-a+bx+3=0,\ (b-1)x+(3-a)=0$
x에 대한 항등식이므로
$a=3,\ b=1$
$\therefore\ a+b=4$

7. $(4x^2-3x+1)^5(x^3-2x^2-1)^4$ 을 전개했을 때, 계수들의 총합을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 512

해설

$(4x^2-3x+1)^5(x^3-2x^2-1)^4 = ax^{22}+bx^{21}+\cdots+c$
위의 식에 $x=1$을 대입하면, 모든 계수들의 총합이 나온다.
$\therefore$ (계수의 총합) $= 2^5 \times (-2)^4 = 512$

8. 두 다항식 $f(x) = x^2 + 3x + a$, $g(x) = x^3 + ax$를 $x+2$로 나눈 나머지가 같을 때, 상수 a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$f(x) = x^2 + 3x + a$, $g(x) = x^3 + ax$에서

$f(-2) = g(-2)$이므로

$4 - 6 + a = -8 - 2a$

$\therefore\ a = -2$

9. x의 다항식 $f(x)$를 $x-2$로 나누면 -3이 남고, $x+3$으로 나누면 27이 남는다. 이 $f(x)$를 $(x-2)(x+3)$으로 나눌 때, 그 나머지는?

① $6x-9$ ② $-6x+9$ ③ $2x+3$

④ $-2x-3$ ⑤ $2x-3$

해설

$f(x)$를 $(x-2)(x+3)$으로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$라 하면

$f(x)=(x-2)(x+3)Q(x)+ax+b$

문제의 조건으로부터

$f(2)=-3,\ f(-3)=27$이므로

$2a+b=-3,\ \ -3a+b=27$

$\therefore\ a=-6,\ b=9$

따라서 구하는 나머지는 $-6x+9$이다.

10. $(x^2-x)(x^2-x+1)-6$을 인수분해 하면?

① $(x^2-x+2)(x-3)(x+1)$

② $(x^2-x+3)(x-2)(x+1)$

③ $(x^2+x+1)(x-2)(x+3)$

④ $(x^2-x+2)(x+3)(x-1)$

⑤ $(x^2-x+1)(x+2)(x-3)$

해설

$A=x^2-x$로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= A(A+1)-6\\ &= A^2+A-6\\ &= (A+3)(A-2)\end{aligned}$$

즉, $(x^2-x+3)(x^2-x-2)$

$=(x^2-x+3)(x-2)(x+1)$

11. 다음 중 다항식 $x^2+3xy+2y^2-x-3y-2$ 의 인수인 것은?

① $x+y+2$ ② $x-y+2$ ③ $x+2y+1$

④ $x-2y+1$ ⑤ $x+y+1$

해설

$$\begin{aligned}&x^2+3xy+2y^2-x-3y-2\\&=x^2+(3y-1)x+2y^2-3y-2\\&=x^2+(3y-1)x+(2y+1)(y-2)\\&=(x+2y+1)(x+y-2)\end{aligned}$$

12. $ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)$을 인수분해하면?

① $-(a-b)(b-c)(c-a)$ ② $-(a+b+c)(a-b-c)$

③ $-(a+b)(b+c)(c+a)$ ④ $(a+b)(b+c)(c+a)$

⑤ $(a-b)(b-c)(c-a)$

해설

전개하여 a에 대한 내림차순으로 정리한 후, 인수분해 한다.

$$
\begin{aligned}
&ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)\\
&=(b-c)a^2-(b^2-c^2)a+bc(b-c)\\
&=(b-c)a^2-(b+c)(b-c)a+bc(b-c)\\
&=(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}\\
&=(b-c)(a-b)(a-c)\\
&=-(a-b)(b-c)(c-a)
\end{aligned}
$$

13. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 모든 모서리의 길이의 합이 $20\,\mathrm{m}$ 이고 대각선의 길이가 $3\,\mathrm{m}$ 일 때, 이 상자의 겉넓이는 몇 m^2 인가?

① $12\,\mathrm{m}^2$ ② $13\,\mathrm{m}^2$ ③ $14\,\mathrm{m}^2$ ④ $15\,\mathrm{m}^2$ ⑤ $16\,\mathrm{m}^2$

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c 라 하면

$4(a+b+c)=20,\ a+b+c=5$

$\sqrt{a^2+b^2+c^2}=3,\ a^2+b^2+c^2=9$

$$
\begin{aligned}
(\text{겉넓이}) &= 2(ab+bc+ca) \\
&= (a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2) \\
&= 25-9=16(\mathrm{m}^2)
\end{aligned}
$$

14. 3차 이하의 다항식 $f(x)$에 대하여

$$\frac{f(x)}{x(x-1)(x-2)(x-3)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x-2} + \frac{d}{x-3}$$가 성립할 때, 다음 중 d와 같은 것은? (단, a, b, c, d는 실수이다.)

① $f(0)$ ② $f(1)$ ③ $\frac{f(2)}{2}$ ④ $\frac{f(3)}{6}$ ⑤ 0

해설

준 식을 정리하면

$f(x) = a(x-1)(x-2)(x-3) + bx(x-2)(x-3) + cx(x-1)(x-3) + dx(x-1)(x-2)$

$x = 3$일 때,

$f(3) = d \cdot 3(3-1)(3-2)$

$\therefore\ d = \frac{f(3)}{6}$

15. 1999개의 다항식 x^2-2x-1, x^2-2x-2, $\cdots$, $x^2-2x-1999$ 중에서 계수가 정수인 일차식의 곱으로 인수분해 되는 것은 모두 몇 개인가?

① 43개 ② 44개 ③ 45개 ④ 46개 ⑤ 47개

해설

$x^2-2x-n=(x+a)(x-b)$ (a, b는 자연수)라 하면 ($1 \le n \le 1999$인 자연수)

$ab=n$, $a=b-2$

$\therefore n=1\cdot 3,\ 2\cdot 4,\ 3\cdot 5,\ \cdots,\ 43\cdot 45(=1935)$의 43개