

1. $7(x+a)^2 + (4x+b)(x-5)$ 를 간단히 하면 x 의 계수가 1이다. a, b 가 자연수일 때, 상수항은?

① -28 ② -10 ③ 4 ④ 20 ⑤ 35

해설

$7(x^2 + 2ax + a^2) + (4x^2 - 20x + bx - 5b)$
 $= 11x^2 + (14a - 20 + b)x + 7a^2 - 5b$
 x 의 계수는 $14a - 20 + b = 1$
 $14a + b = 21$
 $\therefore a = 1, b = 7$ ($\because a, b$ 는 자연수)
따라서 상수항은 $7a^2 - 5b = 7 - 35 = -28$ 이다.

2. $3x - 2y + 1 = 4x + 3y - 2$ 일 때, $3(2x - 2y) - 2x + 3y - 3$ 을 y 에 관한 식으로 나타내면?

① $7y + 9$

② $17y - 15$

③ $-17y + 15$

④ $-23y + 9$

⑤ $23y + 15$

해설

$3x - 2y + 1 = 4x + 3y - 2$ 를 x 로 정리하면 $x = -5y + 3$

주어진 식에 대입하면

$$3(2x - 2y) - 2x + 3y - 3$$

$$= 6x - 6y - 2x + 3y - 3 = 4x - 3y - 3$$

$$= 4(-5y + 3) - 3y - 3 = -20y + 12 - 3y - 3$$

$$= -23y + 9$$

3. $x + 3y = 2x + y$ 일 때, $\frac{2x}{y}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x + 3y = 2x + y, \quad x = 2y$$

$$\therefore \frac{2x}{y} = \frac{4y}{y} = 4$$

4. $\left(\frac{1}{9}\right)^3 = 3^{x+2} = 9^x \times 3^y$ 을 만족할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\left(\frac{1}{9}\right)^3 = 3^{x+2} = 9^x \times 3^y$$

$$(3^{-2})^3 = 3^{x+2} = (3^2)^x \times 3^y$$

$$3^{-6} = 3^{x+2} = 3^{2x+y}$$

$$x+2 = -6$$

$$\therefore x = -8$$

$$2x+y = -16+y = -6$$

$$\therefore y = 10$$

$$\therefore x+y = -8+10 = 2$$

5. 지수법칙을 이용하여 $2^7 \times 5^5$ 은 몇 자리 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 수

▷ 정답 : 6자리 수

해설

$$2^7 \times 5^5 = 2^5 \cdot 2^2 \times 5^5 = (2 \times 5)^5 \times 4 = 4 \times 10^5$$

6. 다음 식을 간단히 하였을 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.
 $(xy^2)^2 \div (x^2y^3)^2 \times (x^4y^3)^2 = x^Ay^B$

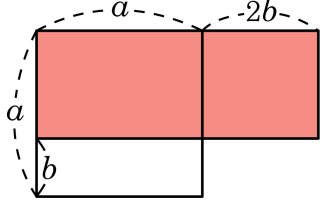
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned} & (xy^2)^2 \div (x^2y^3)^2 \times (x^4y^3)^2 \\ &= x^2y^4 \times \frac{1}{x^4y^6} \times x^8y^6 = x^6y^4 \\ & A = 6, B = 4 \\ & \therefore A + B = 10 \end{aligned}$$

7. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이를 식으로 나타냈을 때, ab 의 계수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$(a + 2b)(a - b) = a^2 + ab - 2b^2$
따라서 ab 의 계수는 1이다.

8. $A = x - y$, $B = -2x + y$ 일 때, $3A - [2B - A - \{3B - (2A - B)\}] = ax + by$ 이다. $a + b$ 의 값은?

① 0

② 2

③ -2

④ 4

⑤ -4

해설

$$3A - [2B - A - \{3B - (2A - B)\}]$$

$$= 3A - \{2B - A - (3B - 2A + B)\}$$

$$= 3A - (2B - A + 2A - 4B)$$

$$= 3A - (A - 2B)$$

$$= 2A + 2B \text{ 이다.}$$

$$A = x - y, B = -2x + y \text{ 를 대입하면}$$

$$2(x - y) + 2(-2x + y) = -2x$$

$$a = -2, b = 0 \quad \therefore a + b = -2$$

9. a 는 10보다 작은 자연수이고 분수 $\frac{a}{70}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, a 의 값이 될 수 있는 수는?

① 2 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\frac{a}{70} = \frac{a}{2 \times 5 \times 7}$ 이고 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 하므로 a 는 7의 배수이어야 한다. 따라서 7이다.

10. $\frac{a}{450}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{A}{B}$ 라고 할 때, 다음과 같은 조건을 만족할 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

- i) $11 \leq a \leq 55$, a 는 정수

ii) A 는 3의 배수

iii) B 는 2의 배수

▶ 답 :

▷ 정답 : 53

해설

i) $\frac{a}{450} = \frac{a}{2 \times 3^2 \times 5^2}$ 가 유한소수이므로 a 는 9의 배수이고,
 $11 \leq a \leq 55$ 를 만족하는 a 의 값은 18, 27, 36, 45, 54이다.

ii) $a = 18$ 이면 $\frac{2 \times 3^2}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{25}$

$a = 27$ 이면 $\frac{3^3}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{3}{50}$

$a = 36$ 이면 $\frac{2^2 \times 3^2}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{2}{25}$

$a = 45$ 이면 $\frac{3^2 \times 5}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{10}$

$a = 54$ 이면 $\frac{2 \times 3^3}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{3}{25}$

기약분수로 나타낸 $\frac{A}{B}$ 에서 A 가 3의 배수, B 가 2의 배수를 만족하는 a 의 값은 27이다.

$\therefore A + B = 50 + 3 = 53$

11. $12^5 = 2^m \times 3^n$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

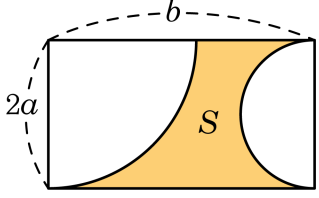
해설

$$12^5 = (2^2 \times 3)^5 = 2^{10} \times 3^5$$

$$m = 10, n = 5$$

$$m + n = 15$$

12. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 S 라 할 때, S 의 값은? (단, S 가 아닌 부분은 각각 사분원과 반원이다.)



- ① $2ab - \frac{1}{2}a\pi$
- ② $2ab - a^2\pi$
- ③ $2ab - \frac{3}{2}a^2\pi$
- ④ $2ab - 2a^2\pi$
- ⑤ $2ab - \frac{5}{2}a^2\pi$

해설

$$\begin{aligned} S &= 2ab - \frac{1}{4} \times \pi \times (2a)^2 - \frac{1}{2} \times \pi \times a^2 \\ &= 2ab - a^2\pi - \frac{1}{2}a^2\pi \\ &= 2ab - \frac{3}{2}a^2\pi \end{aligned}$$

13. 자연수 n 에 대하여 a_n 을 2^n 의 일의 자리의 숫자라고 정의하고, b_n 을 3^n 의 일의 자리의 숫자라고 정의할 때, 소수 $0.a_1b_1a_2b_2a_3b_3\cdots a_nb_n\cdots$ 의 순환마디의 각 자리수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

a_n 에서

$$a_1 = 2, a_2 = 4, a_3 = 8, a_4 = 6(\because 2^4 = 16),$$

$$a_5 = 2(\because 2^5 = 32), a_6 = 4(\because 2^6 = 64), a_7 = 8(\because 2^7 = 128), a_8 = 6(\because 2^8 = 256) \cdots$$

b_n 에서

$$b_1 = 3, b_2 = 9, b_3 = 7(\because 3^3 = 27), b_4 = 1(\because 3^4 = 81),$$

$$b_5 = 3(\because 3^5 = 243), b_6 = 9(\because 3^6 = 729), b_7 = 7(\because 3^7 = 2187), b_8 = 1(\because 3^8 = 6561) \cdots$$

$$\text{따라서 주어진 소수 } 0.a_1b_1a_2b_2a_3b_3\cdots a_nb_n\cdots = 0.2349876123498761\cdots = 0.\dot{2}349876\dot{1}$$

$$\therefore \text{순환마디 각 자리수의 합} = 2 + 3 + 4 + 9 + 8 + 7 + 6 + 1 = 40$$

14. 분수 $\frac{3}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 40 번째 자리에 오는 수를 a ,
62 번째 자리에 오는 수를 b 라고 할 때, $0.\dot{a}b-0.\dot{b}a$ 의 값을 순환소수로
구하면?

① 0.13 ② 0.19 ③ 0.23 ④ 0.27 ⑤ 0.31

해설

$$\begin{aligned}\frac{3}{7} &= 0.428571, 40 = 6 \times 6 + 4 & \therefore a = 5 \\ 62 &= 6 \times 10 + 2 & \therefore b = 2 \\ \therefore 0.\dot{a}b - 0.\dot{b}a &= 0.5\dot{2} - 0.2\dot{5} = 0.2\dot{7}\end{aligned}$$

15. $2^{19} \times 5^{21}$ 은 n 자리의 자연수이다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$2^{19} \times 5^{21} = 2^{19} \times 5^{19} \times 5^2 = 10^{19} \times 5^2 = 25 \times 10^{19}$
따라서 21 자리의 수이므로 $n = 21$ 이다.