

1. 등식 $3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ 이 x 에 대한 항등식이 될 때, $a - b + c$ 의 값은?

① 6 ② 5 ③ 3 ④ 1 ⑤ 0

해설

우변을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면

$$ax^2 - (2a - b)x + a - b + c = 3x^2 + 2x + 1$$

계수를 비교하면

$$a = 3, 2a - b = -2, a - b + c = 1$$

$$a = 3, b = 8, c = 6$$

$$a - b + c = 3 - 8 + 6 = 1$$

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면 $1 = a - b + c$

2. 다항식 $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 2x - k$ 가 $x - 2$ 를 인수로 가질 때, k 의 값은?

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

해설

$$f(2) = 24 - 16 + 4 - k = 0$$

$$\therefore k = 12$$

3. $(3+i)(a+bi) = 1-3i$ 를 만족하는 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 를 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$(3+i)(a+bi) = 1-3i$$

$$(3a-b) + (a+3b)i = 1-3i$$

$$\therefore 3a-b=1, \quad a+3b=-3$$

$$\Rightarrow a=0, \quad b=-1$$

$$\therefore a+b=-1$$

4. $x = 2 - \sqrt{3}i$, $y = 2 + \sqrt{3}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= (2 - \sqrt{3}i)^2 + (2 + \sqrt{3}i)^2 \\ &= 4 - 4\sqrt{3}i - 3 + 4 + 4\sqrt{3}i - 3 \\ &= 2\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\ &= 4^2 - 2 \cdot 7 \\ &= 16 - 14 \\ &= 2\end{aligned}$$

5. 다항식 $2x^3 + x^2 + 3x$ 를 $x^2 + 1$ 로 나눈 나머지는?

① $x - 1$

② x

③ 1

④ $x + 3$

⑤ $3x - 1$

해설

직접 나누어보면

$$(2x + 1) + \frac{x - 1}{x^2 + 1}$$

몫 : $2x + 1$, 나머지 : $x - 1$

6. 다음 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

k 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은 k 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면 $x = 2, y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

7. 다항식 x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 나눌 때, 나머지가 $3x+4$ 가 되도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -7

해설

x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 직접나눈 나머지는
 $(a-b+16)x+4b-8$
 $(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots\text{㉠}$
㉠이 x 에 대한 항등식이므로,
 $a-b+16=3, 4b-8=4$
 $\therefore a=-10, b=3$
 $\therefore a+b=-7$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$ 의 양변의 계수를 비교하여 $a=-10, b=3, p=-4$ 를 구해도 된다.

8. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 을 인수분해 하면?

① $(x+1)(x-2)(x+3)$

② $(x-1)(x+2)(x+3)$

③ $(x-1)(x-2)(x-3)$

④ $(x+1)(x+2)(x-3)$

⑤ $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설

인수정리를 이용하면

$f(1) = 0, f(2) = 0, f(3) = 0$ 이므로

(준식) $= (x-1)(x-2)(x-3)$

9. x 에 대한 이차방정식 $(k^2 - 1)x^2 - 2(k - 1)x + 1 = 0$ 이 허근을 가질 때, $k > m$ 이다. m 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$(k^2 - 1)x^2 - 2(k - 1)x + 1 = 0 \text{이}$$

허근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = (k - 1)^2 - (k^2 - 1) < 0$$

$$(k^2 - 2k + 1) - (k^2 - 1) < 0$$

$$-2k + 2 < 0, k > 1$$

$$\therefore m = 1$$

10. 이차식 $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4$ 가 x 에 대하여 완전제곱식이 될 때, 상수 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차식이 완전제곱식이 되면
이차방정식 $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4 = 0$
이 중근을 갖는다.
따라서, $\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (2k^2 - 6k + 4) = 0$
위의 식을 정리하면
 $-k^2 + 4k - 3 = 0$
 $k^2 - 4k + 3 = 0$
 $(k-1)(k-3) = 0$ 에서
 $k = 1$ 또는 $k = 3$

11. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은?

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 20

해설

근과 계수와의 관계로부터

$$\alpha + \beta = 3, \quad \alpha\beta = 1$$

$$\therefore \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$= 27 - 9 = 18$$

12. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 - i$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 실수)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 0

해설

다른 한 근은 복소수의 쥘레근인 $1 + i$ 이므로
두 근의 합: $(1 + i) + (1 - i) = -a \quad \therefore a = -2$
두 근의 곱: $(1 + i)(1 - i) = b \quad \therefore b = 2$
 $\therefore a + b = -2 + 2 = 0$

13. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + 2i$ 일 때 실수 a, b 를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -2$

▷ 정답: $b = 5$

해설

계수가 실수이므로 한 근이 $1 + 2i$ 이면 다른 한 근은 $1 - 2i$ 이다.
(두 근의 합) = $(1 + 2i) + (1 - 2i) = -a \dots\dots\textcircled{1}$
(두 근의 곱) = $(1 + 2i)(1 - 2i) = b \dots\dots\textcircled{2}$
 $\therefore \textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서
 $a = -2, b = 5$ 이다.

14. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5$, $2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1$ 일 때, 두 다항식 A, B 를 구하면?

① $A = x^3 + x^2 + x + 2$, $B = -2x^3 - 3x^2 + 3x + 3$

② $A = x^3 - x^2 + x + 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$

③ $A = x^3 - x^2 + x - 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 7$

④ $A = x^3 - x^2 - x + 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 5x + 3$

⑤ $A = 3x^3 - 3x^2 + 3x + 6$, $B = -4x^3 + x^2 + x - 1$

해설

$$A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5 \cdots \text{㉠}$$

$$2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1 \cdots \text{㉡}$$

$$(\text{㉠} + \text{㉡}) \div 3 : A = x^3 - x^2 + x + 2$$

$$(2\text{㉠} - \text{㉡}) \div 3 : B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$$

15. $a = 2004, b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

- ① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

해설

준 식은 $(a - b)^3$ 이다.
 $a - b = 2004 - 2001 = 3$
 $\therefore (a - b)^3 = 3^3 = 27$

16. $2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2$ 를 인수분해 하면 $(x + ay + b)(2x + cy + d)$ 이다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - 3y^2 + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - (y - 2)(3y + 1) \\ &= (x - (y - 2))(2x + (3y + 1)) \\ &= (x - y + 2)(2x + 3y + 1) \\ \therefore & a = -1, b = 2, c = 3, d = 1 \end{aligned}$$

17. 이차방정식 $2[x]^2 + 3[x] + 1 = 0$ 의 해를 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① $-1 \leq x < 0$ ② $-1 \leq x < 1$ ③ $-1 \leq x < 2$
④ $0 \leq x < 1$ ⑤ $0 \leq x < 2$

해설

$$2[x]^2 + 3[x] + 1 = ([x] + 1)(2[x] + 1) = 0 \text{ 이므로}$$

$$[x] = -1 \text{ 또는 } [x] = -\frac{1}{2}$$

그런데 $[x]$ 은 정수이므로 $[x] = -1$

$$\therefore -1 \leq x < 0$$

18. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + i$ 일 때, 실수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -2$

▷ 정답: $b = 2$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 1 + i$ 를 대입하여 정리하면
 $1 + 2i - 1 + a(1 + i) + b = 0$ 과
 $a + b + (a + 2)i = 0$ 이다.
위 식을 정리하면 $a + b = 0$ 과 $a + 2 = 0$ 에서
 $a = -2, b = 2$ 이다.

해설

계수가 실수이므로 한 근이 복소수 근이면 켈레복소수 근을 갖는다.

따라서 두 근은 $1 + i, 1 - i$

근과 계수의 관계에서

$$-a = (1 + i) + (1 - i) = 2 \quad \therefore a = -2$$

$$b = (1 + i)(1 - i) = 2 \quad \therefore b = 2$$

19. $x^2 + x - 1 = 0$ 일 때, $x^5 - 5x$ 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -3

해설

$x^5 - 5x$ 를 $x^2 + x - 1$ 로 나누면
즉, $x^5 - 5x = (x^2 + x - 1) \times \text{몫} - 3$
 $x^2 + x - 1 = 0$
 $\therefore x^5 - 5x = -3$

해설

다음과 같이 식의 차수를 낮춰 나갈 수 있다.

$$\begin{aligned}x^2 &= -x + 1 \\x^5 - 5x &= (x^2)^2 \times x - 5x \\&= x(-x + 1)^2 - 5x \\&= x^3 - 2x^2 - 4x \\&= x(-x + 1) - 2(-x + 1) - 4x \\&= -x^2 - x - 2 \\&= -(x^2 + x) - 2 \\&= -1 - 2 = -3\end{aligned}$$

20. 다음 보기 중 $ab(b-a) + ac(c-a) + bc(2a-b-c)$ 의 인수인 것을 모두 고르면?

㉠ $a-b$ ㉡ $b+c$ ㉢ $a-c$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\begin{aligned}
 & ab(b-a) + ac(c-a) + bc(2a-b-c) \\
 &= ab^2 - a^2b + ac^2 - a^2c + 2abc - b^2c - bc^2 \\
 &= -(b+c)a^2 + (b^2 + 2bc + c^2)a - bc(b+c) \\
 &= -(b+c)(a^2 - (b+c)a + bc) \\
 &= -(b+c)(a-b)(a-c) \\
 &= (a-b)(b+c)(c-a)
 \end{aligned}$$