

1. 연립부등식  $\begin{cases} x^3 - 2x^2 + x - 2 \geq 0 \\ x^2 - x - 6 < 0 \end{cases}$  의 해는?

①  $-2 \leq x < 3$

②  $-2 < x < 3$

③  $2 \leq x < 3$

④  $2 < x \leq 3$

⑤  $2 \leq x \leq 3$

해설

$x^2 - 2x + x - 2 \geq 0$ 에서

$x^2(x-2) + (x-2) \geq 0$

$\therefore (x-2)(x^2+1) \geq 0$

$x^2+1 > 0$ 이므로  $x-2 \geq 0$

$\therefore x \geq 2 \cdots (가)$

$x^2 - x - 6 < 0$ 에서  $(x-3)(x+2) < 0$

$\therefore -2 < x < 3 \cdots (나)$

따라서 (가), (나)의 공통 범위를 구하면

$2 \leq x < 3$ 이다.

2. 이차부등식  $x^2 - 2x - 3 > 3|x - 1|$ 의 해가 이차부등식  $ax^2 + 2x + c < 0$ 의 해와 같을 때, 실수  $a, c$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

1)  $x \geq 1$  일 때,

$$x^2 - 2x - 3 > 3x - 3, \quad x^2 - 5x > 0$$

$$x(x - 5) > 0, \quad x < 0 \text{ 또는 } x > 5$$

$$\therefore x > 5$$

2)  $x < 1$  일 때,

$$x^2 - 2x - 3 > -3x + 3, \quad x^2 + x - 6 > 0$$

$$(x + 3)(x - 2) > 0, \quad x < -3 \text{ 또는 } x > 2$$

$$\therefore x < -3$$

1), 2)에서  $x < -3$  또는  $x > 5$

한편  $ax^2 + 2x + c < 0$ 의 해가

$x < -3$  또는  $x > 5$  이므로

$a < 0$ 이고,  $ax^2 + 2x + c = a(x + 3)(x - 5)$ 이다.

$$ax^2 + 2x + c = ax^2 - 2ax - 15a \text{에서}$$

$$a = -1, c = 15 \quad \therefore a + c = 14$$

3. 두 부등식  $x^2 - x - 2 > 0$ ,  $x^2 - (a-3)x - 3a < 0$ 를 동시에 만족하는 정수가  $-2$ 뿐일 때,  $a$ 의 값의 범위를 구하면  $m < a \leq n$ 이다.  $mn$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

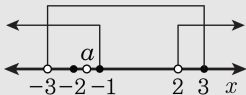
▷ 정답 :  $-6$

해설

$$x^2 - x - 2 > 0 \text{에서 } x < -1, x > 2$$

$$x^2 - (a-3)x - 3a < 0 \text{에서}$$

$$(x+3)(x-a) < 0$$



그림에서와 같이 동시에 만족하는 정수값이  $-2$ 뿐이려면  $-2 < a \leq 3$ 이다.

$$\therefore -2 < a \leq 3$$

4. 세 변의 길이가  $x$ ,  $x+1$ ,  $x+2$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되는  $x$ 의 범위가  $\alpha < x < \beta$ 일 때,  $\alpha + \beta$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

### 해설

$$x > 0 \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$$

$x+2$ 가 최대변이므로

$$x+2 < (x+1) + x \quad \therefore x > 1 \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$$

둔각삼각형이 되는 조건은

$$(x+2)^2 > (x+1)^2 + x^2$$

$$\therefore -1 < x < 3 \dots\dots \textcircled{\text{㉢}}$$

$\textcircled{\text{㉠}}$ ,  $\textcircled{\text{㉡}}$ ,  $\textcircled{\text{㉢}}$ 에서 공통범위를 구하면

$$1 < x < 3$$

$$\therefore \alpha = 1, \beta = 3$$

$$\therefore \alpha + \beta = 4$$

5. 모든 내각의 크기가  $180^\circ$  보다 작은 육각형의 각 변의 길이가 10, 2, 2, 1,  $2x$ ,  $y$  일 때,  $x^2 + y^2$  의 최솟값은? (단,  $x$ ,  $y$  는 자연수)

① 2

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 13

해설

다각형의 결정조건에 의해  $2x + y > 5$

$x$ ,  $y$  는 자연수이므로,

$x = 2$ ,  $y = 2$  일 때 최소가 된다.

$$\therefore x^2 + y^2 = 8$$

6. 이차방정식  $x^2 - 2ax + a + 2 = 0$ 의 두 근이 모두 1보다 클 때 실수  $a$ 의 값의 범위는?

①  $0 \leq a < 1$

②  $1 \leq a < 2$

③  $2 \leq a < 3$

④  $3 \leq a < 4$

⑤  $4 \leq a < 5$

해설

$$f(x) = x^2 - 2ax + a + 2 = (x - a)^2 - a^2 + a + 2$$

i)  $D/4 = a^2 - a - 2 \geq 0, \quad a \leq -1 \text{ or } a \geq 2$

ii)  $f(1) = 1 - 2a + a + 2 > 0 \quad \therefore a < 3$

iii) 대칭축  $x = a > 1$

i), ii), iii)에서  $2 \leq a < 3$

7. 이차방정식  $x^2 - 2x + k = 0$  의 두 근이 각각 0 과 1 및 1과 2사이에 있도록  $k$  값의 범위를 구하면?

①  $k < 0, k > 1$

②  $k \leq 0, k \geq 2$

③  $0 < k < 1$

④  $0 \leq k \leq 1$

⑤  $0 < k < 2$

해설

$$x^2 - 2x + k = f(x) \text{라 하면}$$

$$f(0) > 0, f(1) < 0, f(2) > 0$$

$$\therefore k > 0, k < 1$$

$$\therefore 0 < k < 1$$

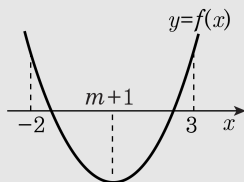
8. 이차방정식  $x^2 - 2(m+1)x + m+3 = 0$ 의 두 실근이  $-2$ 와  $3$  사이에 있을 때, 정수  $m$ 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

개

▷ 정답 : 2개

해설



$f(x) = x^2 - 2(m+1)x + m+3$  으로 놓으면

(i)  $\frac{D}{4} = (m+1)^2 - (m+3) \geq 0$  에서

$$(m-1)(m+2) \geq 0$$

$$\therefore m \leq -2 \text{ 또는 } m \geq 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{\text{A}}$$

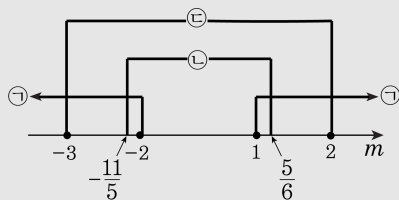
(ii)  $f(-2) = 5m+11 > 0$  에서

$$m > -\frac{11}{5},$$

$$f(3) = 6-5m > 0 \text{ 에서 } m < \frac{6}{5}$$

$$\therefore -\frac{11}{5} < m < \frac{6}{5} \quad \cdots \cdots \textcircled{\text{B}}$$

(iii) 대칭축의 위치



$$-2 < m+1 < 3$$

$$\therefore -3 < m < 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{\text{C}}$$

㉠, ㉡, ㉢에서  $-\frac{11}{5} < m \leq -2$  또는  $1 \leq m < \frac{6}{5}$

따라서, 정수  $m$ 은  $-2, 1$  두 개다.

9. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근은  $-1$ 과  $0$  사이에 있고, 다른 근은  $0$ 과  $2$  사이에 있을 때 정수  $a, b$ 에 대하여,  $a + b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-2$

해설

$f(x) = x^2 + ax + b$  라고 놓을 때

$$\begin{cases} f(-1) = 1 - a + b > 0 & \cdots \textcircled{1} \\ f(0) = b < 0 & \cdots \textcircled{2} \\ f(2) = 4 + 2a + b > 0 & \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 2 + \textcircled{3}$ 하면  $6 + 3b > 0$

$$\therefore b > -2$$

이것과  $\textcircled{2}$ 에서  $-2 < b < 0$

$$\therefore b = -1 (\because b \text{는 정수})$$

이 값을  $\textcircled{1}, \textcircled{3}$ 에 대입하면

$$1 - a - 1 > 0, 4 + 2a - 1 > 0$$

$$\therefore -\frac{3}{2} < a < 0$$

$$\therefore a = -1 (\because a \text{는 정수})$$

$$\therefore a = -1, b = -1, a + b = -2$$

10.  $|p| < 2$ 를 만족하는 모든 실수  $p$ 에 대하여 부등식  $x^2 + px + 1 > 2x + p$ 가 성립하도록 하는  $x$ 의 값의 범위는?

①  $x \leq -3, x = -1, x \geq 1$

②  $x \leq -1, x = 1, x \geq 3$

③  $x \leq -3, x \geq 1$

④  $x \leq -1, x \geq 3$

⑤  $-3 \leq x \leq -1$

### 해설

$$x^2 + px + 1 > 2x + p, (x-1)p + x^2 - 2x + 1 > 0$$

$f(p) = (x-1)p + x^2 - 2x + 1$ 이라 하면,  $f(p) > 0$ 이다.

$-2 < p < 2$ 에서  $f(p) > 0$ 이기 위한 조건은  $f(-2) \geq 0$ 이고  $f(2) \geq 0$  이어야 한다.

$$f(-2) \geq 0 \text{ 에서 } x^2 - 4x + 3 \geq 0$$

$$\therefore (x-1)(x-3) \geq 0$$

$$\therefore x \leq 1, x \geq 3 \dots\dots \textcircled{\Gamma}$$

$$f(2) \geq 0 \text{ 에서 } x^2 - 1 \geq 0$$

$$\therefore (x+1)(x-1) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -1, x \geq 1 \dots\dots \textcircled{\Delta}$$

$$\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\Delta} \text{에서 } \therefore x \leq -1, x = 1, x \geq 3$$

그런데  $x = 1$  일 때  $f(p) = 0 \cdot p + 1^2 - 2 \cdot 1 + 1 = 0$  이므로 주어진 조건을 만족하지 않는다.

따라서 구하는  $x$ 값의 범위는  $x \leq -1, x \geq 3$