

1. 다음 중 50 의 소인수로만 이루어진 모임은?

① 2, 5

② 1, 2, 5

③ 1, 2, 5, 10

④ 2, 5, 10, 25

⑤ 1, 2, 5, 10, 25, 50

해설

50 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$2 \overline{) 50}$$

$$5 \overline{) 25}$$

5

이므로 50 의 소인수는 2, 5 이다.

2. 75 에 가능한 한 작은 자연수 x 로 나누어서 어떤 자연수 y 의 제곱이 되게 하려고 한다. y 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 9

⑤ 15

해설

75 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 75} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \end{array}$$

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{3 \times 5^2}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 작은 자연수는 3 이다. 따라서 $y = 5$ 이다.

3. 두 수 $2^4 \times 5^4$, $2^3 \times 5^m \times 7$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 일 때, m 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 이고

$2^4 \times 5^4$ 에서 5 의 지수가 4 이므로

$2^3 \times 5^m \times 7$ 에서 5 의 지수가 3 이어야 한다.

따라서 $m = 3$

4. 두 자연수 a, b 의 최소공배수가 32 일 때, 다음 중 a, b 의 공배수인 것을 모두 찾아라.

24 , 32 , 48 , 56 , 64 , 78 , 96

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

▷ 정답 : 64

▷ 정답 : 96

해설

두 수의 최소공배수인 32 의 배수들이 두 수의 공배수이므로,
<보기>에서의 공배수는 32 , 64 , 96 이다.

5. 세 자연수 4, 5, 6 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 세 자리 자연수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 60

② 61

③ 120

④ 181

⑤ 121

해설

구하는 수는 (4, 5, 6 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수이다.

4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이고, 세 수의 공배수 중에서 세 자리인 가장 작은 자연수는 120 이다.

$$\therefore 120 + 1 = 121$$

6. 어떤 자연수 x 를 7 로 나누었더니 몫이 6 이고, 나머지는 4 보다 큰 소수였다. 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

$x = 7 \times 6 + y$ ($0 \leq y < 7$) 이고 y 는 4 보다 큰 소수이므로 $y = 5$ 가 되어 $x = 7 \times 6 + 5 = 47$ 이다.

7. 72 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱을 만들려고 한다. 이때, 곱할 수 있는 가장 작은 두 자리의 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$72 \times n = 2^3 \times 3^2 \times n = m^2$ 이라 하면

가장 작은 $n = 2$ 이므로

따라서 n 은

$$n = 2 \times 1^2 = 2$$

$$n = 2 \times 2^2 = 8$$

$$n = 2 \times 3^2 = 18$$

$$n = 2 \times 4^2 = 32$$

그러므로 가장 작은 두 자리의 자연수 n 은 18 이다.

8. 108 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$ 이므로 곱해야할 가장 작은 자연수는 3

9. 40과 a 의 공약수가 8의 약수와 같을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 16

② 24

③ 56

④ 72

⑤ 120

해설

공약수는 최대공약수의 약수이고, 40과 a 의 공약수가 8의 약수와 같으므로 두 수의 최대공약수는 8이어야 한다.

40과 16, 40과 24, 40과 56, 40과 72의 최대공약수는 8이다.
한편, 40과 120의 최대공약수는 40이므로 120은 a 의 값이 될 수 없다.

10. 보람이는 친구들에게 금붕어 12 마리와 거북이 18 마리를 각각 똑같이 나누어 주려고 한다.

되도록 많은 친구들에게 나누어 줄 때, 나누어 줄 수 있는 친구는 몇 명인가?

① 2 명

② 3 명

③ 4 명

④ 5 명

⑤ 6 명

해설

똑같이 나누어 주려면 인원수는 12 와 18 의 공약수이어야 하고, 되도록 많은 친구들에게 나누어 주려고 하므로 12 와 18 의 최대 공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \quad 18} \\ 3 \overline{) \quad 6 \quad 9} \end{array} \quad \therefore 2 \times 3 = 6 \text{ 명}$$

2 3

11. 어떤 수로 33 을 나누면 나누어 떨어지고, 25 를 나누면 3이 남고, 51 을 나누면 4 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수는?

① 3

② 7

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

어떤 수는 33 , $25 - 3 = 22$, $51 + 4 = 55$ 의 공약수이다.
이 중 가장 큰 수는 세 수의 최대공약수이므로 11 이다.

12. 소인수분해를 이용하여 세 수 12, 36, 40 의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 360

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 40} \\ 2 \overline{) 20} \\ 3 \overline{) 10} \\ \hline 5 \end{array}$$

$$\therefore 12 = 2^2 \times 3 \quad \therefore 36 = 2^2 \times 3^2 \quad \therefore 40 = 2^3 \times 5$$

따라서 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$ 이다.

13. 어느 출판사에서 소설책과 시집을 각각 6 일, 14 일마다 출판한다고 한다. 소설책과 시집을 같은 날에 동시에 출판하였다면, 그 이후에 처음으로 동시에 출판하는 날은 몇 일 후인가?

① 20 일 후

② 24 일 후

③ 30 일 후

④ 37 일 후

⑤ 42 일 후

해설

6 과 14 의 최소공배수는 42 이므로 42 일마다 동시에 출판한다.

14. 가로 길이가 8cm, 세로 길이가 16cm, 높이가 20cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 놓이도록 쌓아서 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이와 필요한 벽돌의 개수를 옳게 구한 것은?

① 8cm, 80 개

② 16cm, 80 개

③ 36cm, 100 개

④ 40cm, 200 개

⑤ 80cm, 200 개

해설

벽돌의 한 모서리의 길이는 8, 16, 20 의 최소공배수이므로 80 이다.

한 모서리의 길이는 80cm 이고, 필요한 벽돌의 개수는

$(80 \div 8) \times (80 \div 16) \times (80 \div 20) = 10 \times 5 \times 4 = 200$ (개) 이다.

15. 720 의 약수가 아닌 것은?

① $2^3 \times 3 \times 5$

② 2×5

③ $3^2 \times 5$

④ $2^4 \times 3^3$

⑤ 2×3^2

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 720 의 약수는 $(2^4 \text{ 의 약수}) \times (3^2 \text{ 의 약수}) \times (5 \text{ 의 약수})$ 이다.

16. 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 자연수를 구하면?

① 12

② 18

③ 24

④ 36

⑤ 60

해설

$12 = 2 \times 2 \times 3$ 이므로

$(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1)$ 에서 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$

17. 504 의 약수의 개수와 $3^x \times 7^2 \times 13^y$ 의 약수의 개수가 같다고 한다.
이때, $x - y$ 의 값을 구하여라. (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $x = 3$,
 $y = 1$ 이어야 한다. ($\because x > y$)

$$\therefore x - y = 3 - 1 = 2$$

18. 합이 32 이고 최소공배수가 60 인 두 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 20

해설

두 자연수를 a, b 라 두면,

$a + b = 32$ 이고 a, b 는 60 의 약수이다.

60 의 약수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 이므로
더해서 32 가 되는 두 수는 (2, 30), (12, 20) 이다.

하지만 2, 30 의 최소공배수는 30 이므로
두 자연수는 12, 20 이다.

19. 1 에서 100 까지 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다. 이 때, 세 수의 합이 12 의 배수인 것은 모두 몇 쌍인가?

(1, 2, 3) , (2, 3, 4) , (3, 4, 5) , $\cdots$, (98, 99, 100)

① 19쌍

② 24쌍

③ 30쌍

④ 32쌍

⑤ 36쌍

해설

세 수는 $n-1, n, n+1$ 로 이루어져 있으므로 세 수의 합은 $3 \times n$,
12 의 배수가 되기 위해서 n 은 4 의 배수가 되어야 한다.

즉 가운데 수가 4 의 배수인 쌍의 갯수는 $96 = 4 \times 24$ 개이다.

20. $\frac{12}{n}, \frac{56}{n}, \frac{32}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 곱하면?

① 12

② 10

③ 8

④ 7

⑤ 6

해설

n 은 12, 56, 32 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
12, 56, 32 의 최대공약수는 4 이다.

4 의 약수는 1, 2, 4 이다.

따라서 8 이다.

21. $3^3 = a$, $11^b = 121$ 을 만족하는 자연수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

① 29

② 30

③ 32

④ 34

⑤ 46

해설

$3^3 = 27$, $11^2 = 121$ 이므로 $a = 27$, $b = 2$ 이다.
따라서 $a + b = 29$ 이다.

22. $a \times 3^2 \times 5^3$ 과 360 의 약수의 개수가 같을 때, a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \rightarrow 360 \text{ 의 약수의 개수} = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

$a = x^n$ 이라 두면,

$$a \times 3^2 \times 5^3 \text{ 의 약수의 개수} = (n+1) \times 3 \times 4 \rightarrow n = 1$$

$\therefore a$ 의 최솟값 = 2

23. 분모가 24 인 기약분수 중 2 보다 크고 3 보다 작은 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$\frac{48}{2} < \frac{x}{24} < \frac{72}{24}, 24 = 2^3 \times 3$$

→ x 는 48 보다 크고 72 보다 작은 수 중 2×3 과 서로소인 수이다.

$$\rightarrow x = 49, 53, 55, 59, 61, 65, 67, 71$$

∴ 분모가 24 인 기약분수 중 2 보다 크고 3 보다 작은 수의

$$\text{합} = \frac{(49 + 53 + 55 + 59 + 61 + 65 + 67 + 71)}{24} = 20$$

24. 300 이하의 자연수 중 12의 배수와 15의 배수를 제외한 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

300 이하의 자연수 중 12의 배수의 개수는 25개, 15의 배수의 개수는 20개, 12와 15의 공배수의 개수는 5개이다. 따라서 $300 - 25 - 20 + 5 = 260$ 이다.

25. 자연수 x, y 에 대하여 x, y 의 최대공약수는 (x, y) , 최소공배수는 $[x, y]$ 로 나타내기로 한다. $(a, b, c) = 7$, $(a, b) = 14$, $[a, b] = 84$, $(b, c) = 21$, $[b, c] = 126$ 일 때, $[a, b, c]$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 252

해설

$(a, b, c) = 7 \rightarrow a, b, c$ 는 인수 7 을 가진다.

$(a, b) = 14 \rightarrow a, b$ 는 인수 2, 7 을 가진다.

$(b, c) = 21 \rightarrow b, c$ 는 인수 3, 7 을 가진다.

$\rightarrow b$ 는 인수 2, 3, 7 을 가진다.

$[b, c] = 126 \rightarrow b$ 의 인수 2 의 지수는 1 이다.

$[a, b] = 84 \rightarrow a = 2^2 \times 7$, $b = 2 \times 3 \times 7$,

$(b, c) = 21$, $[b, c] = 126 \rightarrow c = 3^2 \times 7$

$\therefore [a, b, c] = 2^2 \times 3^2 \times 7 = 252$