1. $\left(\frac{9^{\sqrt{2}}}{27}\right)^{2\sqrt{2}+3}$ 의 값은?

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

해설

$\left(\frac{9^{\sqrt{2}}}{27}\right)^{2\sqrt{2}+3} = \left(\frac{3^{2\sqrt{2}}}{3^3}\right)^{2\sqrt{2}+3}$

$= (3^{2\sqrt{2}-3})^{2\sqrt{2}+3}$

$= 3^{(2\sqrt{2}-3)(2\sqrt{2}+3)}$

$= 3^{8-9} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

2. $5^{\log_5 2+3\log_5 3-\log_5 6}$ 의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$5^{\log_5 2+3\log_5 3-\log_5 6}$
$= 5^{\log_5 2+\log_5 3^3-\log_5 6}$
$= 5^{\log_5 \frac{2\times 3^3}{6}} = 5^{\log_5 3^2} = 9$

3. 다음 <보기> 의 상용로그 중 그 소수 부분이 $\log 55$ 의 소수 부분과 같은 것의 개수를 구하면? (단, $\log 550 = 2.7404$)

보기

㉠ $\log 5.05$	㉡ $\log 0.00055$
㉢ $\log \frac{1}{550}$	㉣ $\log(5.5 \times 10^{10})$
㉤ $\log 5.5^{10}$	

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\log 550$ 의 진수 550과 소숫점의 위치만 다르고 숫자의 배열이 같은 수의 상용로그의 소수 부분은 $\log 550$ 의 소수 부분과 같다. 따라서 <보기> 중 $\log 550$ 과 소수 부분이 같은 것은 ㉡, ㉣ 의 2 개이다.

4. $(\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4})$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\sqrt[3]{3}=a,\ \sqrt[3]{2}=b$ 라고 하면

$(\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4})$

$=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

$=a^3+b^3$

$=3+2=5$

5. 서로소인 두 자연수 a, b에 대하여 $\frac{\sqrt{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{b}{a}}$ 일 때, $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\frac{\sqrt{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{3} = \frac{3^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{2}}} \times 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{12}}$$

따라서 $a+b=13$이다.

6. $a > 0, a \neq 1$ 일 때, $\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a\sqrt[4]{a}}} \times \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{a}}}} = a^k$ 을 만족시키는 유리수 k 의 값은?

① $\frac{1}{2}$　② $\frac{1}{3}$　③ $\frac{1}{4}$　④ $\frac{1}{8}$　⑤ $\frac{1}{9}$

해설

$\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a\sqrt[4]{a}}} \times \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{a}}}}$

$= \sqrt[3]{a\sqrt[3]{a \cdot a^{\frac{1}{4}}}} \times \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt{a^{\frac{1}{2}}}}}$

$= \sqrt[3]{a \cdot \left(a^{\frac{5}{4}}\right)^{\frac{1}{3}}} \times \sqrt[3]{\sqrt[3]{(a^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}}}$

$= \sqrt[3]{a \cdot a^{\frac{5}{12}}} \times \sqrt[3]{(a^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{3}}}$

$= (a^{\frac{17}{12}})^{\frac{1}{3}} \times (a^{\frac{1}{12}})^{\frac{1}{3}}$

$= a^{\frac{17}{36}+\frac{1}{36}} = a^{\frac{18}{36}} = a^{\frac{1}{2}}$

7. 세 수 $A = \sqrt[3]{\sqrt{100}}, B = \sqrt{5}, C = \sqrt[3]{\sqrt{121}}$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $A < B < C$　② $A < C < B$　③ $B < A < C$
④ $B < C < A$　⑤ $C < A < B$

해설

$A = \sqrt[3]{\sqrt{100}} = \sqrt[3]{100^{\frac{1}{2}}} = 100^{\frac{1}{6}}$
$B = \sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}} = (5^3)^{\frac{1}{6}} = 125^{\frac{1}{6}}$
$C = \sqrt[3]{\sqrt{121}} = \sqrt[3]{121^{\frac{1}{2}}} = 121^{\frac{1}{6}}$
이므로 A, B, C 의 대소 관계는 $A < C < B$ 이다

8. $10^{0.31} = 2,\ 10^{1.04} = 11$로 계산할 때, $10^a = 275$를 만족하는 a의 값은?

① 2.34 ② 2.38 ③ 2.42 ④ 2.46 ⑤ 2.50

해설

$5 = \frac{10}{2} = \frac{10}{10^{0.31}} = 10^{1-0.31} = 10^{0.69}$ 이므로

$275 = 5^2 \times 11 = (10^{0.69})^2 \times 10^{1.04}$

$= 10^{1.38} \times 10^{1.04} = 10^{2.42}$

$\therefore\ a = 2.42$

9. $(7^{\frac{1}{4}}-5^{\frac{1}{4}})(7^{\frac{1}{4}}+5^{\frac{1}{4}})(7^{\frac{1}{2}}+5^{\frac{1}{2}})$ 의 값은?

① 2　　② 6　　③ 10　　④ 14　　⑤ 18

해설

$(7^{\frac{1}{4}}-5^{\frac{1}{4}})(7^{\frac{1}{4}}+5^{\frac{1}{4}})(7^{\frac{1}{2}}+5^{\frac{1}{2}})$

$\left\{(7^{\frac{1}{4}})^2-(5^{\frac{1}{4}})^2\right\}(7^{\frac{1}{2}}+5^{\frac{1}{2}})$

$=(7^{\frac{1}{2}}-5^{\frac{1}{2}})(7^{\frac{1}{2}}+5^{\frac{1}{2}})=(7^{\frac{1}{2}})^2-(5^{\frac{1}{2}})^2$

$=7-5=2$

10. 양수 $a,\ b,\ c$가 $abc=9,\ a^x=b^y=c^z=81$을 만족시킬 때, $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}$의 값을 구하면?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$a=81^{\frac{1}{x}},\ b=81^{\frac{1}{y}},\ c=81^{\frac{1}{z}}$

$abc=81^{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}}$

$9=9^{2(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z})}$

$1=2(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z})$

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{2}$

11. 지진이 발생할 때, 지진의 세기를 진도라 하며 보통 리히터수로 나타낸다. 지질학자 C.F.Richer는 강도가 I인 지진의 진도 R을 다음과 같이 정의하였다.

$R = \log\frac{I}{I_0}$(단, I_0는 표준지진의 강도)

리히터수로 진도 6.8인 지진의 강도는 리히터 수로 진도 4.8인 지진의 강도의 몇배인가?

① 1.4배 ② 2배 ③ $\sqrt{10}$배

④ 10배 ⑤ 100배

해설

진도가 4.8, 6.8일 때의 지진의 강도를 각각 I_1, I_2라 하면

$4.8 = \log\frac{I_1}{I_0}$, $6.8 = \log\frac{I_2}{I_0}$이므로

$\therefore\ \log\frac{I_2}{I_1} = \frac{10^{6.8}}{10^{4.8}} = 100$(배)

12. $a>0,\ a\neq 1$이고 $x>0,\ y>0$일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\log_a a = 1$
② $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
③ $\log_a (x-y) = \dfrac{\log_a x}{\log_a y}$
④ $\log_a x^y = y\log_a x$
⑤ $\log_a 5 \cdot \log_5 a = 1$

해설

③ $\log_a (x-y) \neq \dfrac{\log_a x}{\log_a y}$

⑤ $\log_a 5 \cdot \log_5 a = \log_a 5 \cdot \dfrac{1}{\log_a 5} = 1$

13. $\log_a 27 = -2, \log_{\sqrt{3}} b = 3$ 일때, ab 의 값은?

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

해설

$\log_a 27 = -2$ 에서 $a^{-2} = 27 = 3^3$
$\therefore a = 3^{-\frac{3}{2}} (\because a > 0)$
$\log_{\sqrt{3}} b = 3$ 에서 $b = (\sqrt{3})^3 = (3^{\frac{1}{2}})^3 = 3^{\frac{3}{2}}$
$\therefore ab = 3^{-\frac{3}{2}} \cdot 3^{\frac{3}{2}} = 3^{-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}} = 3^0 = 1$

14. $\log \frac{x}{4.71} = 1.9812$를 만족하는 양수 x의 값을 다음 상용로그표를 이용하여 구하여라.

수	0	1	1	3	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
4.5	.6532	.6542	.6551	.6561	$\cdots$
4.6	.6628	.6737	.6647	.6656	$\cdots$
4.7	.6721	.6730	.6739	.6749	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

▶ 답:

▷ 정답: 451

해설

$\log x$의 가수를 구하고, 가수가 같은 로그의 진수를 상용로그표에서 찾는다.

$\log \frac{x}{4.71} = \log x - \log 4.71 = \log x - 0.6730 = 1.9812$이므로

$\log x = 2.6542 = 2 + 0.6542$

로그표에서 $\log 4.51 = 0.6542$이므로 $x = 451$

15. $\log x$ 의 정수 부분이 4 이고, $\log y$ 의 정수 부분이 2 일 때, $\log\sqrt{xy}$ 의 정수 부분을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\log x = 4 + \alpha\ (0 \le \alpha < 1)$
$\log y = 2 + \beta\ (0 \le \beta < 1)$

$\log\sqrt{xy} = \frac{1}{2}(\log^{x} + \log^{y})$

$= \frac{1}{2}(4 + \alpha + 2 + \beta)$

$= 3 + \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$

$0 \le \alpha < 1,\ 0 \le \beta < 1$ 이므로

$0 \le \frac{1}{2}(\alpha + \beta) < 1$

$\therefore \log^{\sqrt{xy}}$ 의 정수 부분은 3

16. $\log 5.36 = 0.7292,\ \log 1.959 = 0.2920$ 일 때, 0.536^{10} 는?

① 0.1959　② 0.01959　③ 0.001959

④ 0.00292　⑤ 0.005364

해설

$\log 0.536^{10}$

$= 10\log 0.536 = 10\log\frac{5.36}{10}$

$= 10(\log 5.36 - 1) = 10(0.7292 - 1)$

$= -2.708 = -3 + (1 - 0.708)$

$= -3 + 0.292 = -3 + \log 1.959$

$= \log\frac{1}{1000} + \log 1.959$

$= \log 0.001959$

17. 다음 <보기> 중 $\log A$와 소수 부분이 항상 같은 것으로 묶어 놓은 것은? (단, 로그는 상용로그)

보기

㉠ $10\log A$　　㉡ $10-\log A$　　㉢ $\log 10A$

㉣ $(\log A)-10$　　㉤ $\log \dfrac{A}{10}$

① ㉠, ㉡, ㉢　　② ㉡, ㉢, ㉣　　③ ㉢, ㉣, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉤　　⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

소수 부분이 같으려면
진수의 숫자의 배열이 같아야하므로
㉢, ㉣, ㉤

18. $\log_{10} N$의 정수 부분과 소수 부분이 이차방정식 $2x^2 - 5x + k = 0$의 두 근일 때, 상수 k의 값은?

① -1　　② 0　　③ 1　　④ 2　　⑤ 3

해설

$\log_{10} N$의 정수 부분과 소수 부분을 $m,\ \alpha\ (0 \le \alpha < 1)$라 하면 $m,\ \alpha$가 이차방정식 $2x^2 - 5x + k = 0$의 두 근이므로 근과 계수와의 관계로부터 $m + \alpha = \frac{5}{2} = 2 + \frac{1}{2}$이다.

따라서, $m = 2,\ \alpha = \frac{1}{2}$

한편, 두 근의 곱 $m\alpha = \frac{k}{2} = 1$이므로 $k = 2$

19. $[\log 1]+[\log 2]+[\log 3]+\cdots+[\log 20]$ 의 값은? (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대 정수)

① 10　　② 11　　③ 12　　④ 13　　⑤ 14

해설

$1 \le k < 10$ 일 때, $[\log_{10} k]=0$
$10 \le k < 100$ 일 때, $[\log_{10} k]=1$
$\therefore 0\times 9+1\times 11=11$

20. 세 수 $\log 3$, $\log(2^x+1)$, $\log(2^x+7)$ 이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $12x$ 의 값을 구하여라. (단, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

세 수 $\log 3$, $\log(2^x+1)$, $\log(2^x+7)$ 이 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$2\log(2^x+1) = \log 3 + \log(2^x+7)$

$\log(2^x+1)^2 = \log 3(2^x+7) \Leftrightarrow (2^x+1)^2 = 3(2^x+7)$

$2^x = t$ 로 치환하면, $(t+1)^2 = 3(t+7) \Leftrightarrow t^2 - t - 20 = 0$

$(t+4)(t-5) = 0 \Leftrightarrow t = 5(\because t > 0)$

$\therefore\ 2^x = 5 \Leftrightarrow x = \log_2 5 = \dfrac{\log 5}{\log 2} = \dfrac{1-0.3}{0.3} = \dfrac{7}{3}$

따라서 구하는 값은 $12x = 28$

21. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라고 할 때, $\log(S_n + 1) = n$이 성립한다. 이때, 다음 중 수열 $\{a_n\}$에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 첫째항이 1 이고, 공차가 10 인 등차수열이다.

② 첫째항이 1 이고, 공비가 10 인 등비수열이다.

③ 첫째항이 9 이고, 공차가 30 인 등차수열이다.

④ 첫째항이 9 이고, 공비가 $\sqrt{10}$ 인 등비수열이다.

⑤ 첫째항이 9 이고, 공비가 10 인 등비수열이다.

해설

$\log(S_n + 1) = n$에서 $S_n + 1 = 10^n$이므로 $S_n = 10^n - 1$

$n = 1$일 때, $a_1 = S_1 = 10 - 1 = 9$

$n \geq 2$일 때,

$a_n = S_n - S_{n-1} = (10^n - 1) - (10^{n-1} - 1)$

$= 9 \cdot 10^{n-1}$

이것은 $n = 1$일 때에도 성립하므로 $a_n = 9 \cdot 10^{n-1}$

따라서 수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 9 이고, 공비가 10 인 등비수열이다.

22. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$이 $a_{n+1} - a_n = \log \frac{b_n}{b_{n+1}}$ 을 만족할 때, a_{100} 의 값과 같은 것은? (단, $a_1 = 0$)

① $\log \frac{b_{101}}{b_1}$ ② $\log \frac{b_{101}}{b_2}$ ③ $\log \frac{b_1}{b_{100}}$
④ $\log \frac{b_1}{b_{101}}$ ⑤ $\log \frac{b_2}{b_{101}}$

해설

수열 $\{a_n\}$의 계차수열이 $\left\{\log \frac{b_n}{b_{n+1}}\right\}$ 이므로

$$\begin{aligned} a_{100} &= a_1 + \sum_{k=1}^{99} \log \frac{b_k}{b_{k+1}} \\ &= \log \frac{b_1}{b_2} \cdot \frac{b_2}{b_3} \cdots \frac{b_{99}}{b_{100}} \\ &= \log \frac{b_1}{b_{100}} \end{aligned}$$

23. $\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}=3$ 일 때, $x\sqrt{x}+\dfrac{1}{x\sqrt{x}}$ 의 값을 구하면?

① 15　　② 18　　③ 21　　④ 24　　⑤ 27

해설

$x\sqrt{x}=x^{1+\frac{1}{2}}=x^{\frac{3}{2}}=(x^{\frac{1}{2}})^3=(\sqrt{x})^3$ 이므로

$x\sqrt{x}+\dfrac{1}{x\sqrt{x}}=(\sqrt{x})^3+\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^3$

곱셈공식에 의하여

$(\sqrt{x})^3+\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^3=\left(\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^3-3\sqrt{x}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{x}}\left(\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)=$

$3^3-3\cdot 3=18$

24. 양의 실수 x가 $x \neq 10^k$(k는 정수) 일 때, $\log x$의 정수 부분과 소수 부분을 각각 $f(x)$, $g(x)$라 정의하자. 이때, 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $f(A^2) > f\left(\frac{1}{A}\right)$

㉡ $g(A^2) > g\left(\frac{1}{A}\right)$

㉢ $\log \frac{A}{10B}$ 의 값이 정수이면 $g(A) = g(B)$ 이다.

① ㉠　② ㉡　③ ㉢

④ ㉠, 3　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ (반례) $0 < A < 1$ 이면 $\log A^2$ 의 정수 부분은 음수,

$\log \frac{1}{A}$ 의 정수 부분은 음이 아닌 정수이다. (거짓)

㉡ (반례) $\log A = \frac{3}{2}$ 일 때,

$\log A^2 = 2\log A = 3 + 0$

$\log \frac{1}{A} = \log A^{-1} = -\log A = -1 - 0.5 = -2 + 0.5$ (거짓)

㉢ $\log \frac{A}{10B} = \log A - \log B - 1$ 이 정수이면

$\log A - \log B$ 도 정수이므로 $\log A$ 와 $\log B$ 의 소수 부분이 같다.

$\therefore g(A) = g(B)$ (참)

따라서 옳은 것은 ㉢이다.

25. 자연수 A에 대하여 A^{20}이 45자리 자연수일 때, $\left(\frac{A}{10}\right)^{10}$의 정수 부분의 자리 수는?

① 13자리 ② 14자리 ③ 15자리
④ 16자리 ⑤ 17자리

해설

$A^{20} = \left(\frac{A}{10}\right)^{20} \times 10^{20}$

$\log A^{20} = \log\left(\frac{A}{10}\right)^{20} + 20 = 2\log\left(\frac{A}{10}\right)^{10} + 20$

$44 \le 2\log\left(\frac{A}{10}\right)^{10} + 20 < 45$

$24 \le 2\log\left(\frac{A}{10}\right)^{10} < 25$

$12 \le \log\left(\frac{A}{10}\right)^{10} < 12.5$

따라서 $\log\left(\frac{A}{10}\right)^{10}$의 지표가 12이므로

$\left(\frac{A}{10}\right)^{10}$은 13자리의 수이다.

26. 3^{100} 은 a 자리 정수이고, 최고 자리의 숫자는 b 이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 51 ② 152 ③ 53 ④ 54 ⑤ 55

해설

$\log 3^{100} = 100\log 3 = 100 \times 0.4771 = 47.71$

$\log 3^{100}$ 의 지표가 47이므로 3^{100} 은 48자리의 정수이다.

이때

$\log 5 = \log \frac{10}{2} = 1 - \log 2 = 0.6990$

$\log 6 = \log(2 \times 3) = \log 2 + \log 3 = 0.7781$ 이므로

$\log 5 < 0.71 < \log 6,\ 47 + \log 5 < 47.71 < 47 + \log 6$

따라서 $\log(5 \times 10^{47}) < \log 3^{100} < (6 \times 10^{47})$

$5 \times 10^{47} < 3^{100} < 6 \times 10^{47}$

3^{100} 의 최고 자리의 숫자는 5이므로

따라서 $a+b=53$

27. $1 < a < 10$인 a에 대하여 $\log_{10} a^3$의 소수 부분과 $\log_{10} \sqrt{a}$의 소수 부분의 합이 1이 될 때, 모든 a의 값의 곱을 $10^{\frac{q}{p}}$이라 하자. 이때, $p+q$의 값을 구하여라. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$1 < a < 10$에서 $\log_{10} a = \alpha(0 < \alpha < 1)$이다.
$\log_{10} a^3$과 $\log_{10} \sqrt{a}$의 소수 부분의 합이 1이므로
$3\alpha + \frac{1}{2}\alpha = \frac{7}{2}\alpha$는 정수이다.
$\alpha = \frac{2}{7}$, $\alpha = \frac{4}{7}$, $\alpha = \frac{6}{7}$이므로
a의 곱은 $10^{\frac{2}{7}} \cdot 10^{\frac{4}{7}} \cdot 10^{\frac{6}{7}} = 10^{\frac{2}{7}+\frac{4}{7}+\frac{6}{7}} = 10^{\frac{12}{7}}$
$\therefore\ 7 + 12 = 19$

28. 실수 a의 n제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(a,\ n)$이라 할 때, 다음 물음에 답하여라. (단, n은 2이상의 자연수 이다.)
다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단 k는 자연수)

보기

㉠ $f(f(3,4),5) = f(5,f(3,4))$

㉡ $f(a,2k+1) + f(a^2,2k) = 3$

㉢ $a < 0$이면 $f(a,2n) < f(a,2n+1)$이다.

① ㉠　② ㉡　③ ㉢　④ ㉠, ㉣　⑤ ㉡, ㉤

해설

㉠ (거짓)
$f(3,4) = 2$이므로
$f(f(3,4),5) = f(2,5) = 1$
$f(5,f(3,4)) = f(5,2) = 2$
㉡ (거짓)
(반례) $a = 0$일 때, $f(a,\ 2k+1) = f(a^2,\ 2k) = 1$
㉢ (참)
(i) $a > 0$일 때, $f(a,\ 2n) = 2, f(a,\ 2n+1) = 1$
$\therefore f(a,\ 2n) > f(a,\ 2n+1)$
(ii) $a = 0$일 때, $f(a,\ 2n) = f(a,\ 2n+1) = 1$
$\therefore f(a,\ 2n) = f(a,\ 2n+1)$
(iii) $a < 0$일 때, $f(a,\ 2n) = 0, f(a,\ 2n+1) = 1$
$\therefore f(a,\ 2n) < f(a,\ 2n+1)$
따라서 $a < 0$이면 $f(a,\ 2n) < f(a,\ 2n+1)$이다.
그러므로 옳은 것은 ㉢뿐이다.

29. 실수 a의 값에 관계없이 로그가 정의될 수 있는 것을 보기에서 모두 고른 것은?

보기

ㄱ $\log_{a^2-a+2}(a^2+1)$ ㄴ $\log_{2|a|+1}(a^2+1)$

ㄷ $\log_{a^2+2}(a^2-2a+1)$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

해설

ㄱ 밑의 조건에서

$$a^2-a+2=\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}>1$$

진수의 조건에서 $a^2+1\geq 1$

따라서, 항상 로그를 정의할 수 있다.

ㄴ (반례) $a=0$일 때, 밑 $2|a|+1=1$ 이므로

로그를 정의할 수 없다.

ㄷ (반례) $a=1$일 때, 진수 $a^2-2a+1=0$이므로

로그를 정의할 수 없다.

따라서, 항상 로그를 정의할 수 있는 것은 ㄱ이다.

30. 다음 두 조건을 모두 만족하는 양수 A에 대하여 $[A]$의 값을 구하여라. (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대 정수이다.)

(가) A의 상용로그와 $\sqrt{10203.04}$의 상용로그의 정수 부분은 같다.
(나) A의 상용로그와 $\frac{43}{8}$의 상용로그의 소수 부분은 같다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 537

해설

$\log 10203.04 = 4 + \alpha (0 < \alpha < 1)$이므로

$\log \sqrt{10203.04} = \frac{1}{2} \log 10203.04 = 2 + \frac{\alpha}{2}$

따라서, $\log A$의 정수 부분이 2이므로 A의 정수 부분은 세 자리이다.

또한, $\log A$와 $\log \frac{43}{8}$의 소수 부분이 같으므로 A와 $\frac{43}{8}$의 숫자의 배열은 같다.

이때, $\frac{43}{8} = 5.375$이므로 $A = 537.5$

$\therefore \ [A] = 537$