

1. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x-2)(x+4)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① (1, 3)

② (1, -3)

③ (-1, -3)

④ (-1, 3)

⑤ (-3, 3)

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{3}(x-2)(x+4) \\ &= -\frac{1}{3}(x^2 + 2x - 8) \\ &= -\frac{1}{3}(x^2 + 2x + 1 - 1) + \frac{8}{3} \\ &= -\frac{1}{3}(x+1)^2 + \frac{1}{3} + \frac{8}{3} \\ &= -\frac{1}{3}(x+1)^2 + 3\end{aligned}$$

2. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 와 $y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치할 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 12x + 1 \\ &= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\ &= 3(x-2)^2 - 11\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (2, -11) 이고,

$y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치하므로

$$\begin{aligned}y &= 2(x-2)^2 - 11 \\ &= 2x^2 - 8x - 3\end{aligned}$$

이므로 $p = -8$, $q = -3$ 이다.

$$\therefore p - q = -5$$

3. 이차함수 $y = 4x^2 + 8x + 6$ 의 꼭짓점의 좌표는?

- ① (1, 1) ② (1, 2) ③ (-1, 2)
④ (-1, -2) ⑤ (2, 3)

해설

$$\begin{aligned}y &= 4x^2 + 8x + 6 \\ &= 4(x^2 + 2x + 1 - 1) + 6 \\ &= 4(x + 1)^2 + 2\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (-1, 2) 이다.

4. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 의 그래프의 축의 방정식은?

① $x = 2$

② $x = -2$

③ $x = 4$

④ $x = -4$

⑤ $x = 6$

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 12x + 1 \\ &= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\ &= 3(x - 2)^2 - 11 \end{aligned}$$

따라서 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

5. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 4x + 3$ 의 그래프는 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 것이다. k 의 값은?

- ① -13 ② -5 ③ 3 ④ 11 ⑤ 13

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{2}x^2 - 4x + 3 \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 8x + 16 - 16) + 3 \\ &= -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 8 + 3 \\ &= -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 11\end{aligned}$$

따라서 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축으로 4 만큼

y 축으로 11 만큼 평행이동한 것이다.

$$\therefore k = 11$$

6. 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 $x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 가졌다. 이 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -1$

▷ 정답: $b = 1$

해설

$y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면

$$y = (x + 1 - a)^2 + 2 + b = (x + 2)^2 + 3$$

$$\therefore a = -1, b = 1$$

7. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 없는 것을 모두 고르면?

① $y = -2x^2 - 4x - 1$

② $y = -2(x-1)^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$

④ $y = x^2 - 2x - (1 + 3x^2)$

⑤ $y = -(2-x)(2+x) + 1$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행 이동하여 두 이차 함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.
따라서 $a = -2$ 가 아닌 것은 ③,⑤이다.

8. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 1$ 에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x < -1$

② $x > -1$

③ $x < 1$

④ $x > 1$

⑤ $x > 0$

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 2x + 1 \\ &= -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= -(x+1)^2 + 2 \end{aligned}$$

대칭축이 $x = -1$ 이고 위로 볼록한 포물선이다.

9. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 16$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 3$

② $x > 2$

③ $x < 3$

④ $x < 2$

⑤ $x < -3$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 12x + 16 \\ &= 2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 16 \\ &= 2(x-3)^2 - 2 \end{aligned}$$

대칭축이 $x = 3$ 이고 아래로 볼록한 포물선이다.

10. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x-4)^2$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점의 y 좌표는?

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

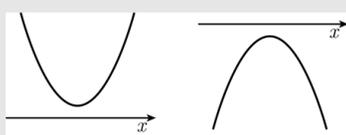
해설

$$y = \frac{1}{2}(0-4)^2 = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8$$

11. 다음 이차함수의 그래프 중 x 축과 만나지 않는 것은?

- ① $y = -x^2 + 4x - 3$ ② $y = 4x^2 - 8x + 9$
③ $y = -2x^2 + 8x + 1$ ④ $y = -x^2 + 6x + 3$
⑤ $y = -x^2 - 8x + 5$

해설



- ① $y = -x^2 + 4x - 3 = -(x-2)^2 + 1$
② $y = 4x^2 - 8x + 9 = 4(x-1)^2 + 5$
따라서 x 축과 만나지 않는다.
③ $y = -2x^2 + 8x + 1 = -2(x-2)^2 + 9$
④ $y = -x^2 + 6x + 3 = -(x-3)^2 + 12$
⑤ $y = -x^2 - 8x + 5 = -(x+4)^2 + 21$

12. 이차함수 $y = x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위한 k 의 범위를 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k > 4$

해설

$$D/4 = (-2)^2 - k < 0 \quad \therefore k > 4$$

13. $y = -x^2 + 6x + k$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나고, 두 교점 사이의 거리가 8일 때, k 의 값을 구하여라.

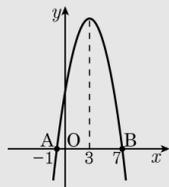
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 6x + k \\ &= -(x^2 - 6x + 9 - 9) + k \\ &= -(x-3)^2 + 9 + k \end{aligned}$$

축의 방정식은 $x = 3$



그림에서 보면 $\overline{AB} = 8$ 이므로 A, B는 축 $x = 3$ 에서 각각 4만큼 떨어져 있어야 한다.

따라서 A, B의 x 좌표는 각각 $-1, 7$ 이다.

즉 x 절편이 $-1, 7$ 이므로 식은 $y = -(x+1)(x-7)$

전개하면 $y = -x^2 + 6x + 7 \quad \therefore k = 7$

해설

x 축과의 교점의 x 좌표를 각각 α, β 라 하면 α, β 는 $0 = -x^2 + 6x + k$ 의 두 근이다.

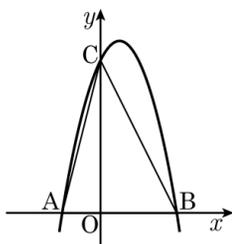
근과 계수와의 관계에 의해 $\alpha + \beta = 6, \alpha\beta = -k$

두 점 사이의 거리

$$|\alpha - \beta| = 8, |\alpha - \beta|^2 = 8^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$64 = 36 + 4k, 4k = 28 \quad \therefore k = 7$$

14. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 8$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?

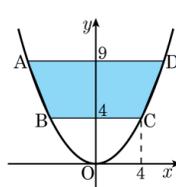


- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

해설

$y = -x^2 + 2x + 8$ 의 C 의 좌표 (0, 8)
 $-x^2 + 2x + 8 = 0$, $(x - 4)(x + 2) = 0$
 $x = 4$ 또는 $x = -2$
A(-2, 0), B(4, 0) 이므로
 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

15. 다음 그림에서 사각형 ABCD는 네 꼭짓점이 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있는 사다리꼴이다. $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$y = ax^2$ 에 점 $C(4, 4)$ 를 대입하면

$$4 = a \times 4^2$$

$$a = \frac{1}{4}$$

$y = \frac{1}{4}x^2$ 에서 A, D의 y좌표가 9이므로

$$9 = \frac{1}{4}x^2$$

$$x^2 = 36$$

$$x = \pm 6$$

$\overline{AD} = 12$, $\overline{BC} = 8$ 이므로

$$\therefore (\square ABCD \text{의 넓이}) = (12 + 8) \times 5 \times \frac{1}{2} = 50$$

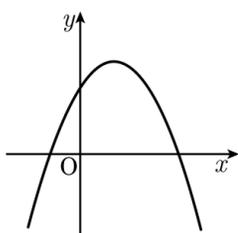
16. 이차함수 $y = (x+3)^2 - 9$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -9)$ 이다.
- ② 대칭축은 $x = -3$ 이다.
- ③ 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.
- ④ x 축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면을 모두 지난다.

해설

⑤ 제 4 사분면을 지나지 않는다.

17. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 직선 $ax + by + c = 0$ 의 그래프가 지나가는 사분면은?



- ① 제 1, 2, 3 사분면 ② 제 1, 3, 4 사분면
 ③ 제 1, 2, 4 사분면 ④ 제 2, 3, 4 사분면
 ⑤ 제 1, 3 사분면

해설

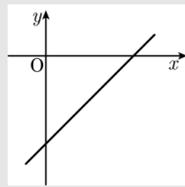
그래프에서 위로 볼록이므로 $a < 0$,

축 $x = -\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b > 0$, y 절편 $c > 0$ 이다.

$$ax + by + c = 0 \leftrightarrow y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

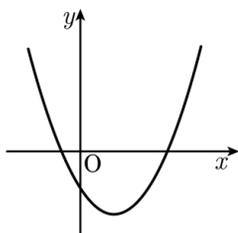
기울기 $-\frac{a}{b} > 0$, y 절편 $-\frac{c}{b} < 0$

따라서 직선의 모양은 다음과 같다.



∴ 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.

18. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 중에서 양수인 것을 모두 고른 것은?



- ① a ② b ③ c ④ a, b ⑤ a, c

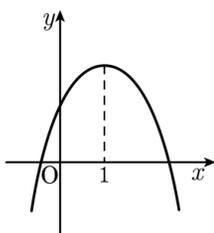
해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편이 음수이므로 $c < 0$

19. 함수 $y = ax^2 + bx + 1$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $a, b, a+b+1$ 의 부호로 바른 것은?

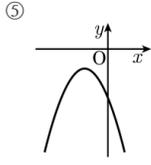
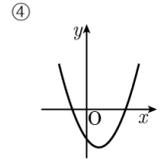
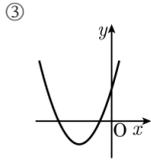
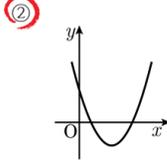
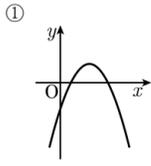
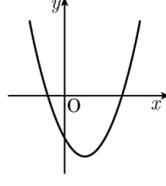


- ① $a > 0, b < 0, a + b + 1 > 0$
- ② $a > 0, b < 0, a + b + 1 < 0$
- ③ $a < 0, b < 0, a + b + 1 < 0$
- ④ $a < 0, b > 0, a + b + 1 < 0$
- ⑤ $a < 0, b > 0, a + b + 1 > 0$

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$
축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다.
 $x = 1$ 일 때, $a + b + 1 > 0$ 이다.

20. 이차함수 $y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?



해설

$y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이다.
 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다.
 따라서, $b < 0$ 이다.
 y 절편이 음수이므로 $-c < 0, c > 0$ 이다.
 $y = cx^2 + bx + a$ 에서
 $c > 0$ 이므로 아래로 볼록한 그래프이다.
 $b < 0$ 이므로 축은 y 축의 오른쪽에 있다.
 $a > 0$ 이므로 y 절편은 양수이다.
 따라서 구하는 그래프는 ②이다.