

1. 다음 안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (\text{□}x^2 + \text{□}x + \text{□}) = x + 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 +$ $x +$ = A 라 하면

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div A = x + 2$$

$$\therefore A = (x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (x + 2)$$

$$\therefore A = x^2 + 2x - 1 \text{ 이므로}$$

안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, -1이다.

2. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

3. $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7) + a$ 가 이차식의 완전제곱이 되도록 a 의 값을 정하면?

① 4

② 8

③ 12

④ 15

⑤ 16

해설

$$(\text{준식}) = (x^2 - 8x + 7)(x^2 - 8x + 15) + a$$

여기서, $x^2 - 8x + 7 = X$ 로 놓으면

$$(\text{준식}) = X(X + 8) + a$$

$$= X^2 + 8X + a = (X + 4)^2 + a - 16$$

따라서 $a = 16$

4. $(10^5 + 2)^3$ 의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

① 15

② 18

③ 21

④ 26

⑤ 28

해설

준식을 전개하면

$$\begin{aligned} & 10^{15} + 2^3 + 3 \times 2 \times 10^5 (10^5 + 2) \\ &= 10^{15} + 2^3 + 6 \times 10^{10} + 12 \times 10^5 \\ &= 10^{15} + 10^{10} \times 6 + 10^5 \times 12 + 8 \\ \therefore & 1 + 6 + 1 + 2 + 8 = 18 \end{aligned}$$

5. $x + y = 4$, $xy = 3$ 일 때, $x^2 - xy + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x^2 - xy + y^2 = (x + y)^2 - 3xy = 7$$

6. 다음 중에서 겉넓이가 22, 모든 모서리의 길이의 합이 24인 직육면체의 대각선의 길이는?

① $\sqrt{11}$

② $\sqrt{12}$

③ $\sqrt{13}$

④ $\sqrt{14}$

⑤ 유일하지 않다.

해설

겉넓이 : $2xy + 2xz + 2yz = 22$

모서리 : $4x + 4y + 4z = 24$

$$\begin{aligned} \text{대각선 : } d^2 &= x^2 + y^2 + z^2 & \therefore d &= \sqrt{14} \\ &= (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx) \\ &= 6^2 - 22 = 14 \end{aligned}$$

7. 두 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2 = 7$, $x + y = 3$ 일 때, $x^5 + y^5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 123

해설

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy \text{에서 } 3^2 = 7 + 2xy, xy = 1$$

$$(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y) \text{에서 } x^3 + y^3 = 18$$

$$\begin{aligned} x^5 + y^5 &= (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x + y) \\ &= 7 \times 18 - 1^2 \times 3 \\ &= 123 \end{aligned}$$

8. $\frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{bx+c}{x^2+x+1}$ 가 $x \neq 1$ 인 모두 실수 x 에 대해 항상 성립 하도록 a, b, c 를 구할 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2

② -2

③ 1

④ -1

⑤ 0

해설

우변의 분모를 통분하면

$$\frac{a(x^2+x+1) + (bx+c)(x-1)}{x^3-1}$$

$$= \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^3-1}$$

$$\therefore \frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^3-1}$$

분자의 계수를 비교하면

$$a+b=0, a-b+c=2, a-c=1$$

세 식을 연립하여 풀면 $a=1, b=-1, c=0$

$$\therefore a+b+c=0$$

9. $f(x)$ 가 x 의 다항식일 때 $(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b$ 가 x 에 대한 항등식이 될 때 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -7

해설

$(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b$ 에서

$x^2 = 2$ 를 대입하면 $0 = 16 + 4a + b \cdots \textcircled{1}$

$x^4 = -1$ 을 대입하면 $0 = 1 - a + b \cdots \textcircled{2}$

①, ②를 연립하여 풀면 $a = -3, b = -4$

$\therefore a + b = -7$

10. 다항식 $2x^3 + ax^2 + x + b$ 가 $x^2 - x + 1$ 로 나누어떨어질 때, $a - b$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 2

④ 3

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^3 + ax^2 + x + b \\ &= (x^2 - x + 1)(2x + c) \\ &= 2x^3 + (c - 2)x^2 + (2 - c)x + c \\ \therefore & a = c - 2, 1 = 2 - c, b = c \\ & c = 1 \text{ 이므로 } a = -1, b = 1 \\ \therefore & a - b = -2 \end{aligned}$$

11. 임의의 실수 x 대하여 $(1+2x-x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{20}x^{20}$ 이 항상 성립할 때, $2a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{20}$ 의 값은?

① 1023

② 1024

③ 1025

④ 2046

⑤ 2050

해설

$$x = 0 \text{ 대입, } a_0 = 1$$

$$x = 1 \text{ 대입, } 2^{10} = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{20}$$

$$2a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{20} = 1 + 1024 = 1025$$

12. 다항식 $x^{22} + x^{11} + 22x + 11$ 을 $x + 1$ 로 나눈 나머지는?

① -33

② -22

③ -11

④ 11

⑤ 33

해설

$f(x) = x^{22} + x^{11} + 22x + 11$ 이라 하면,

$f(x) = (x + 1)Q(x) + R$ 에서 $f(-1) = R$ 이므로

$$f(-1) = (-1)^{22} + (-1)^{11} - 22 + 11 = -11$$

13. x 에 관한 삼차식 $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을 $x+1$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수 $m-n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

나머지 정리를 이용한다.

주어진 식에 $x = -1$, $x = 2$ 를 각각 대입하면,

$$(-1)^3 + m(-1)^2 + n(-1) + 1 = 5 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$(2)^3 + m(2)^2 + n \cdot 2 + 1 = 3 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하면,

$$m = \frac{2}{3}, n = -\frac{13}{3}$$

$$\therefore m - n = 5$$

14. x 에 관한 삼차식 $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을 $x+1$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수 $m-n$ 의 값은?

① 4

② $\frac{13}{3}$

③ $\frac{14}{3}$

④ 5

⑤ $\frac{16}{3}$

해설

나머지 정리를 이용한다.

주어진 식에 $x = -1, x = 2$ 를 각각 대입하면

$x = -1$ 일 때,

$$(-1)^3 + m(-1)^2 + n(-1) + 1 = 5 \cdots \textcircled{1}$$

$$x = 2\text{일 때, } (2)^3 + m(2)^2 + n \cdot 2 + 1 = 3 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하면

$$m = \frac{2}{3}, n = -\frac{13}{3}$$

$$\therefore m - n = 5$$

15. 다항식 $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 2$ 를 $x-1$ 로 나누면 나누어떨어지고, $x+1$ 로 나누면 나머지가 2 라고 한다. mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$f(1) = 1 + m + n + 2 = 0, m + n = -3$$

$$f(-1) = -1 + m - n + 2 = 2, m - n = 1$$

두 식을 연립하여 풀면 $m = -1, n = -2$

$$\therefore mn = 2$$

16. 다항식 $f(x)$ 를 $x-3, x-4$ 로 나눈 나머지가 각각 3, 2이고, 다항식 $f(x+1)$ 을 x^2-5x+6 으로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(1)$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(3) = 3, f(4) = 2$$

$R(x) = ax + b$ 라 하면

$$f(x+1) = (x-2)(x-3)Q(x) + ax + b$$

$x = 2$ 대입,

$$f(3) = 2a + b = 3$$

$x = 3$ 대입,

$$f(4) = 3a + b = 2$$

$$a = -1, b = 5$$

$$R(x) = -x + 5,$$

$$R(1) = -1 + 5 = 4$$

17. 정식 $f(x)$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때 3이 남고, $x^2 - 4x + 3$ 으로 나눌 때 3x가 남는다. $f(x)$ 를 $x^2 - 5x + 6$ 으로 나눌 때, 나머지를 구하면?

① $6x - 1$

② $6x - 2$

③ $6x - 3$

④ $6x - 5$

⑤ $6x - 9$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 3x + 2)Q_1(x) + 3 \\ &= (x - 1)(x - 2)Q_1(x) + 3 \cdots \cdots \text{㉠} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4x + 3)Q_2(x) + 3x \\ &= (x - 1)(x - 3)Q_2(x) + 3x \cdots \cdots \text{㉡} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 5x + 6)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 2)(x - 3)Q(x) + ax + b \cdots \cdots \text{㉢} \end{aligned}$$

㉠, ㉢에서 $f(2) = 3 = 2a + b \cdots \cdots \text{㉤}$

㉡, ㉤에서 $f(3) = 9 = 3a + b \cdots \cdots \text{㉥}$

$\therefore \text{㉤}, \text{㉥}$ 에서 $a = 6, b = -9$

\therefore 나머지는 $6x - 9$

18. $x^5 + x + 1$ 을 $x + 1$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라고 할 때, $Q(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$x^5 + x + 1 = (x + 1)Q(x) + R$$

$x = -1$ 을 양변에 대입하면 $R = -1$

$$\therefore x^5 + x + 1 = (x + 1)Q(x) - 1 \cdots \text{㉠}$$

$Q(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 나머지는 $Q(1)$

$$\text{㉠에 } x = 1 \text{을 대입하면 } 3 = 2Q(1) - 1$$

$$\therefore Q(1) = 2$$

19. 다항식 $f(x)$ 를 $x - 3$ 으로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 1이고, 또 $Q(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -2 이다. $f(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = (x - 3)Q(x) + 1$$

$$Q(2) = -2$$

$f(x)$ 를 $x - 2$ 로 나눈 나머지는 $f(2)$ 이다.

$$\begin{aligned} f(2) &= (2 - 3)Q(2) + 1 \\ &= -1 \times (-2) + 1 = 3 \end{aligned}$$

20. 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f(x) + g(x)$ 를 $x^2 + 3x - 15$ 으로 나누면 나머지가 12이다. 또 $f(x) - g(x)$ 를 $x^2 + 3x - 15$ 로 나누면 나머지가 -2이다.

이때, $f(x)$ 를 $x^2 + 3x - 15$ 으로 나눈 나머지는?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 24

해설

$$f(x) + g(x) = (x^2 + 3x - 15) Q_1(x) + 12 \cdots \text{㉠}$$

$$f(x) - g(x) = (x^2 + 3x - 15) Q_2(x) - 2 \cdots \text{㉡}$$

㉠ + ㉡을 하면

$$2f(x) = (x^2 + 3x - 15) (Q_1(x) + Q_2(x)) + 10$$

$$f(x) = \frac{1}{2} (x^2 + 3x - 15) (Q_1(x) + Q_2(x)) + 5$$

\therefore 나머지는 5

21. 다항식 $f(x) = -4x^3 + kx + 1$ 가 일차식 $x - 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$f(x) = -4x^3 + kx + 1 = (x - 1)Q(x)$$

$$f(1) = -4 + k + 1 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

22. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 - x + b$ 를 $x-3$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. $a + b + c + d + k$ 의 값을 구하면?

k	1	a	-1	b
		c	d	33
1	4	11		37

① 19

② 20

③ 21

④ 22

⑤ 23

해설

다항식 $x^3 + ax^2 - x + b$ 를 $x-3$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

3	1	a	-1	b
		3	$3a + 9$	$9a + 24$
1	$a + 3$	$3a + 8$		$9a + b + 24$

이때 $k = 3$, $c = 3$, $a + 3 = 4$, $3a + 9 = d$, $9a + b + 24 = 37$
 이므로

$$k = 3, c = 3, a = 1, d = 12, b = 4$$

$$\text{따라서 } a + b + c + d + k = 1 + 4 + 3 + 12 + 3 = 23$$

23. 1999개의 다항식 $x^2 - 2x - 1, x^2 - 2x - 2, \dots, x^2 - 2x - 1999$ 중에서 계수가 정수인 일차식의 곱으로 인수분해 되는 것은 모두 몇 개인가?

- ① 43 개 ② 44 개 ③ 45 개 ④ 46 개 ⑤ 47 개

해설

$x^2 - 2x - n = (x+a)(x-b)$ (a, b 는 자연수)라 하면 ($1 \leq n \leq 1999$ 인 자연수)

$$ab = n, a = b - 2$$

$\therefore n = 1 \cdot 3, 2 \cdot 4, 3 \cdot 5, \dots, 43 \cdot 45 (= 1935)$ 의 43개

24. 다음 식을 인수분해 하면 $(x+py)(x+qy+r)^2$ 이다. 이 때, $p^2+q^2+r^2$ 의 값을 구하여라.

$$[x^3 - y^3 + x^2y - xy^2 + 2x^2 - 2y^2 + x - y]$$

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$\begin{aligned} & x^3 - y^3 + x^2y - xy^2 + 2x^2 - 2y^2 + x - y \\ &= (x-y)(x^2 + xy + y^2) + xy(x-y) + 2(x+y)(x-y) + (x-y) \\ &= (x-y)\{(x+y)^2 + 2(x+y) + 1\} \\ &= (x-y)(x+y+1)^2 \\ & p = -1, q = 1, r = 1 \\ & \therefore p^2 + q^2 + r^2 = 3 \end{aligned}$$

25. $(x^2 - 8x + 12)(x^2 - 7x + 12) - 6x^2$ 을 인수분해하면?

① $(x^2 - x + 2)(x^2 - 5x + 2)$

② $(x^2 - 5x + 12)(x^2 - 10x + 12)$

③ $(x^2 - 3x + 4)(x^2 - x + 2)$

④ $(x^2 + 3x + 12)(x^2 - 5x + 12)$

⑤ $(x^2 + x + 12)(x^2 - 2x + 12)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \{(x^2 + 12) - 8x\}\{(x^2 + 12) - 7x\} - 6x^2 \\ &= (x^2 + 12)^2 - 15x(x^2 + 12) + 50x^2 \\ &= (x^2 + 12 - 5x)(x^2 + 12 - 10x) \\ &= (x^2 - 5x + 12)(x^2 - 10x + 12)\end{aligned}$$

26. $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - k$ 가 이차식의 완전제곱식으로 인수분해될 때, 상수 k 의 값을 정하면?

① -1

② 1

③ 0

④ 2

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - k \\ &= (x+1)(x+4)(x+2)(x+3) - k \\ &= (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) - k \\ & x^2 + 5x = X \text{로 치환하면} \\ & (\text{준식}) = (X+4)(X+6) - k \\ & \quad = X^2 + 10X + 24 - k \\ & \text{완전제곱식이 되려면 } 24 - k = 25 \\ & \therefore k = -1 \end{aligned}$$

27. $a^2 - b^2 + c^2 - d^2 + 2(ac + bd)$ 를 바르게 인수분해 한 것은?

① $(a + b - c - d)(a - b + c + d)$

② $(a + b + c + d)(a - b + c - d)$

③ $(a + b + c - d)(a - b + c + d)$

④ $(a - b + c - d)(a - b + c + d)$

⑤ $(a + b + c + d)(a - b - c + d)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - b^2 + c^2 - d^2 + 2(ac + bd) \\ &= (a^2 + 2ac + c^2) - (b^2 - 2bd + d^2) \\ &= (a + c)^2 - (b - d)^2 \\ &= (a + b + c - d)(a - b + c + d) \end{aligned}$$

28. 다음 □안에 들어갈 식이 바르게 연결되지 않은 것은?

$$\begin{aligned}
 & a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\
 &= (b-c)a^2 - \boxed{\text{(가)}}a + \boxed{\text{(나)}}(b-c) \\
 &= \boxed{\text{(다)}} \{a^2 - \boxed{\text{(라)}}a + \boxed{\text{(나)}}\} \\
 &= (b-c)(a-b)\boxed{\text{(마)}}
 \end{aligned}$$

- ① (가) $(b^2 - c^2)$ ② (나) bc ③ (다) $(b - c)$
 ④ (라) $(b + c)$ ⑤ (마) $(c - a)$

해설

$$\begin{aligned}
 & a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\
 &= (b-c)a^2 + b^2c - ab^2 + c^2a - bc^2 \\
 &= (b-c)a^2 - \boxed{(b^2 - c^2)}a + \boxed{bc}(b-c) \\
 &= \boxed{(b-c)} \{a^2 - \boxed{(b+c)}a + \boxed{bc}\} \\
 &= (b-c)(a-b)\boxed{(a-c)}
 \end{aligned}$$

29. x 에 대한 다항식 $x^3 - 2x^2 - x + 2$ 가 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 로 인수분해될 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x+1)(x-1)(x-2)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = (-1)^2 + 1^2 + 2^2 = 6$$

30. $a + b + c = 0$ 일 때, $a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 의 값을 구하면?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$a + b + c = 0$ 이면 $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ 이다.

$$\begin{aligned}
 (\text{준식}) &= \frac{a(b+c)}{bc} + \frac{b(a+c)}{ac} + \frac{c(a+b)}{ab} \\
 &= \frac{a^2(-a) + b^2(-b) + c^2(-c)}{abc} \\
 &= \frac{-(a^3 + b^3 + c^3)}{abc} \\
 &= \frac{-3abc}{abc} = -3
 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}
 &a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \\
 &= \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{b}\right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{a}{c}\right) + \left(\frac{b}{a} + \frac{c}{a}\right) \\
 &= \frac{a+c}{b} + \frac{b+a}{c} + \frac{b+c}{a} \\
 &= \frac{-b}{b} + \frac{-c}{c} + \frac{-a}{a} \quad (\because a+b+c=0) \\
 &= -3
 \end{aligned}$$

31. 세 변의 길이가 a, b, c 인 삼각형에 대하여 $(a^2 + b^2)c + (a + b)c^2 = (a + b)(a^2 + b^2) + c^3$ 이 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① $b = c$ 인 이등변 삼각형

② a 가 빗변인 직각삼각형

③ $a = c$ 인 이등변 삼각형

④ c 가 빗변인 직각삼각형

⑤ 정삼각형

해설

준식을 c 에 관한 내림차순으로 정리하면

$$c^3 - (a + b)c^2 - (a^2 + b^2)c + (a + b)(a^2 + b^2) \text{에서}$$

$$c^2\{c - (a + b)\} - (a^2 + b^2)\{c - (a + b)\}$$

$$= \{c - (a + b)\}\{c^2 - (a^2 + b^2)\}$$

$$= (c - a - b)(c^2 - a^2 - b^2) = 0$$

a, b, c 는 삼각형의 세변이므로

$$c - a - b \neq 0 \text{이고 } c^2 - a^2 - b^2 = 0$$

즉 $c^2 = a^2 + b^2$ 이므로 c 가 빗변인 직각 삼각형이다.

32. 등식 $(x + yi)(z - i) = 10$ 을 만족하는 자연수 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구하여라. (단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답: 개

▷ 정답: 3 개

해설

$$(xz + y) + (yz - x)i = 10$$

$$xz + y = 10 \cdots \textcircled{㉠}, yz - x = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡을㉠에 대입

$$y(z^2 + 1) = 10$$

z 를 기준으로 하여 순서쌍을 구해보면

$(5, 5, 1), (4, 2, 2), (3, 1, 3)$ 3개

33. $x = 2007$, $y = 4331$ 일 때, $\frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi}$ 의 값은?

① 0

② 1

③ -1

④ i

⑤ $-i$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi} \\ &= \frac{(x+yi)^2 + (y-xi)^2}{(y-xi)(x+yi)} \\ &= \frac{x^2 + 2xyi - y^2 + y^2 - 2xyi - x^2}{(y-xi)(x+yi)} \\ &= 0 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi} \\ &= \frac{i(y-xi)}{y-xi} + \frac{-i(x+yi)}{x+yi} \\ &= i + (-i) \\ &= 0 \end{aligned}$$

34. $j^2 = -\sqrt{-1}$ 라 할 때, j^{2012} 의 값은?

① 1

② -1

③ $\sqrt{-1}$

④ $-\sqrt{-1}$

⑤ 두 개의 값을 갖는다.

해설

$$j^4 = (-\sqrt{-1})^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1$$

$$\therefore j^{2012} = (j^4)^{503} = (-1)^{503} = -1$$

35. x, y 가 실수이고, 복소수 $z = x + yi$ 와 쥘레복소수 $\bar{z} = x - yi$ 와의 곱이 $z \cdot \bar{z} = 1$ 일 때, $\frac{1}{2} \left(z - \frac{1}{z} \right) i$ 의 값은?

① $\frac{y}{2}$

② $-y$

③ $2x$

④ $\frac{-x}{2}$

⑤ 100

해설

$z \cdot \bar{z} = 1$ 에서 $\bar{z} = \frac{1}{z}$ 이다.

$$\begin{aligned} \text{그러므로 } \frac{1}{2} \left(z - \frac{1}{z} \right) i &= \frac{1}{2} (z - \bar{z}) i \\ &= \frac{1}{2} (x + yi - x + yi) i \\ &= \frac{1}{2} (2yi) i = -y \end{aligned}$$

36. 복소수 z 의 실수 부분이 음수일 때 $z^2 = 4i$ 를 만족하는 z 에 대하여 $\left(\frac{z}{\bar{z}}\right)^{4k+1}$ 의 값을 구하면? (단, k 는 양의 정수)

① 1

② -1

③ i

④ $-i$

⑤ $\frac{1}{2}i$

해설

$z = a + bi$ (단, a, b : 실수)라 하면

$$z^2 = a^2 + 2abi - b^2 = 4i$$

$$\therefore a^2 - b^2 = 0, ab = 2 \rightarrow (a+b)(a-b) = 0, ab = 2$$

i) $a + b = 0$ 이면 $ab = 2$ 에서 $-a^2 = 2$

$$\therefore a = \pm\sqrt{2}i \text{ (부적합)}$$

ii) $a - b = 0$ 이면 $ab = 2$ 에서 $a^2 = 2$

$$\therefore a = \pm\sqrt{2}, a < 0 \text{ 이므로}$$

$$a = -\sqrt{2} \quad \therefore b = -\sqrt{2}$$

$$\therefore z = a + bi = -\sqrt{2}(1 + i), \quad \bar{z} = -\sqrt{2}(1 - i)$$

$$\therefore \frac{z}{\bar{z}} = \frac{1+i}{1-i} = i$$

$$\therefore \left(\frac{z}{\bar{z}}\right)^{4k+1} = i^{4k+1} = (i^{4k}) \cdot i = i$$

37. $z = \frac{2}{1 - \sqrt{3}i}$ 일 때 $z^5 + 3z$ 를 간단히 하면?

① $1 + \sqrt{3}i$

② $2 + \sqrt{3}i$

③ $3 + \sqrt{3}i$

④ $2 + 2\sqrt{3}i$

⑤ $3 + 3\sqrt{3}i$

해설

$$z = \frac{2}{1 - \sqrt{3}i} \text{ 에서 } z^2 - z + 1 = 0 \therefore z^3 = -1$$

$$z^5 + 3z = -z^2 + 3z = -(z - 1) + 3z = 1 + 2z$$

$$z = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} \text{ 이므로 } 1 + 2z = 2 + \sqrt{3}i$$

38. $2|x-1| + x - 4 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 2

▷ 정답: -2

해설

i) $x < 1$ 일 때,

$$-2(x-1) + (x-4) = 0$$

$$\therefore x = -2$$

ii) $x \geq 1$ 일 때,

$$2(x-1) + x - 4 = 0$$

$$\therefore x = 2$$

따라서 구하는 해는 $x = -2$ 또는 $x = 2$ 이다.

39. 다음 방정식의 해는?

$$x^2 + 3|x| - 4 = 0$$

① 0

② ± 1

③ $\pm\sqrt{2}$

④ $\pm\sqrt{3}$

⑤ ± 2

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때 $|x| = x$ 이므로 주어진 방정식은

$$x^2 + 3x - 4 = 0, (x+4)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 1$$

이 때, $x \geq 0$ 이므로 $x = -4$ 는 부적합

$$\therefore x = 1$$

(ii) $x < 0$ 일 때 $|x| = -x$ 이므로 주어진 방정식은

$$x^2 - 3x - 4 = 0, (x-4)(x+1) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -1$$

그런데 $x < 0$ 이므로 $x = -1$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -1$$

이 때, $x < 0$ 이므로 $x = 4$ 는 부적합

(i), (ii)에서 $x = \pm 1$

40. 이차방정식 $x^2 + ax + 2b = 0$ 의 한 근이 $2 + ai$ 일 때 실수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은? (단 $a \neq 0$)

① -9

② -5

③ 3

④ 6

⑤ 12

해설

한 근이 $2 + ai$ 이므로 다른 한 근은 $2 - ai$ 이다.

\therefore 두 근의 합 $-a = 4 \quad \therefore a = -4$

두 근의 곱 $(2 - 4i)(2 + 4i) = 4 + 16 = 2b$

$\therefore b = 10$

$\therefore a + b = 10 - 4 = 6$