

1. $(2x^3 - 3x + 1) \div (x^2 + 2)$ 의 계산에서 나머지는?

① $-5x + 1$

② $-x + 1$

③ $5x + 1$

④ $x + 1$

⑤ $-7x + 1$

해설

$2x^3 - 3x + 1$ 을 $x^2 + 2$ 로 직접 나누어서 구한다.
몫 : $2x$, 나머지 : $-7x + 1$

2. $(2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2$ 의 값은?

- ① $8\sqrt{3}i$ ② $4\sqrt{3}i$ ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & (2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2 \\ &= (4 + 4\sqrt{3}i + 3i^2) + (4 - 4\sqrt{3}i + 3i^2) \\ &= 1 + 4\sqrt{3}i + 1 - 4\sqrt{3}i = 2 \end{aligned}$$

3. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 은?

① -9

② -2

③ 0

④ 5

⑤ 13

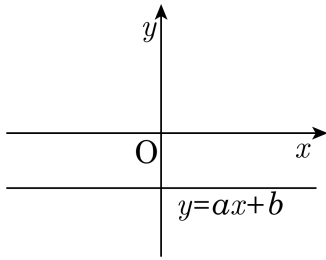
해설

$$\alpha + \beta = 3, \quad \alpha\beta = 2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 - 4 = 5$$

4. 다음 그림과 같이 $y = ax + b$ 의 그래프가 x 축에 평행인 직선일 때, $y = bx + a - 2$ 의 그래프가 반드시 지나는 사분면을 모두 고르면?

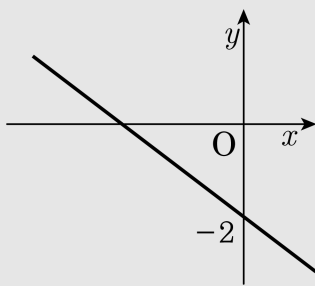
- ㉠ 제1사분면 ㉡ 제2사분면
㉢ 제3사분면 ㉣ 제4사분면



- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉠, ㉡, ㉣
④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉣ ⑤ ㉡, ㉣, ㉣

해설

주어진 직선 $y = ax + b$ 의 그래프가 x 축과 평행하면서 x 축 아래쪽에 놓여 있으므로 $a = 0$, $b < 0$ 이다.
이 때, $y = bx + a - 2$ 에서
가울기: $b < 0$, y 절편: $a - 2 = -2 < 0$ 이므로
직선 $y = bx + a - 2$ 의 그래프는
다음 그림과 같다.
따라서 이 직선의 그래프가 반드시 지나는
사분면은 제 2, 3, 4사분면이다.



5. 직선 $(a-2)y = 3(a-1)x - 1$ 이 실수 a 의 값에 관계없이 반드시 지나는 사분면은?

- ① 제 1사분면
② 제 1사분면 또는 제 2사분면
③ 제 2사분면
④ 제 3사분면
⑤ 제 4사분면

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면

$$(3x-y)a - 3x + 2y - 1 = 0$$

따라서, $3x-y=0$, $-3x+2y-1=0$ 에서

$$x = \frac{1}{3}, y = 1$$

주어진 직선은 항상 제 1 사분면 위의 점 $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ 을 지난다.

6. 점 $(4, 1)$ 과 직선 $4x - 3y - 9 = 0$ 사이의 거리를 구하면?

- ① 1 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점과 직선 사이의 거리 구하는 공식을

이용하면, $\Rightarrow \frac{|4 \times 4 + 1 \times (-3) - 9|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{4}{5}$

7. 다음 사차방정식의 실근의 합을 구하여라.

$$x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x - 6 = 0$ 에서 $x = -1, x = 2$ 를 대입하면 성립하므로
조립제법을 이용하여 인수분해하면

-1	1	-3	3	1	-6
		-1	4	7	6
2	1	-4	7	-6	0
		2	-4	6	
	1	-2	3	0	

$(x+1)(x-2)(x^2-2x+3) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = 2$ 또는 $x = 1 \pm \sqrt{2}i$
따라서 실수근은 $-1, 2$ 이므로 $-1 + 2 = 1$ 이다.

8. 다음 연립방정식을 만족하는 (x, y, z) 가 바르게 짝지어진 것은?

$3x - y = y + z = 3x - z = 1$

- ① $(1, 1, 1)$

② $(-1, 1, 2)$

③ $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
- ④ $\left(1, \frac{1}{2}, 1\right)$

⑤ $\left(0, \frac{1}{2}, 1\right)$

해설

$3x - y = 1, y + z = 1, 3x - z = 1$
변변끼리 모두 더하면, $6x = 3, x = \frac{1}{2}$
각각 대입하면, $y = \frac{1}{2}, z = \frac{1}{2}$
 $\therefore (x, y, z) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

9. 다음 연립방정식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x + 2y = 8 \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 2y + 3z = 9 \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ 3z + x = 5 \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $y = 3$

▷ 정답 : $z = 1$

해설

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} + \textcircled{㉢}$ 에서 $x + 2y + 3z = 11 \cdots \cdots \textcircled{㉤}$

$\textcircled{㉤} - \textcircled{㉠}$ 에서 $3z = 3 \therefore z = 1$

$\textcircled{㉤} - \textcircled{㉡}$ 에서 $x = 2$

$\textcircled{㉤} - \textcircled{㉢}$ 에서 $y = 3$

10. 연립부등식 $\begin{cases} 2x \leq x + 4 \\ x^2 - 4x - 5 < 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 5 개

해설

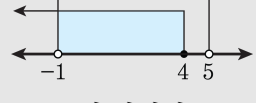
$$\textcircled{1} \ 2x \leq x + 4,$$

$$\therefore x \leq 4$$

$$\textcircled{2} \ x^2 - 4x - 5 < 0$$

$$\Rightarrow (x - 5)(x + 1) < 0$$

$$\therefore -1 < x < 5$$



$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 의 범위의

공통범위는 $-1 < x \leq 4$

$\therefore x = 0, 1, 2, 3, 4$ 총 5 개

11. 수직선 위의 두 점 A(-1), B(5)에 대하여 $\overline{AB}$ 를 2 : 1로 내분하는 점을 P, 3 : 2로 외분하는 점을 Q라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하면?

① 14 ② 10 ③ 16 ④ 7 ⑤ 18

해설

P(x)로 놓으면

$$x = \frac{2 \cdot 5 + 1 \cdot (-1)}{2 + 1} = 3,$$

$$y = \frac{3 \cdot 5 - 2 \cdot (-1)}{3 - 2} = 17$$

$$\therefore \overline{PQ} = 17 - 3 = 14$$

12. 두 점 A(1,3) B(4,0) 을 잇는 선분 AB 를 2 : 1 로내분하는 점 P 와
외분하는 점 Q라 할 때 선분 PQ의 거리를 구하면?

① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

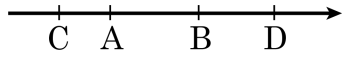
내분점, 외분점을 구하는 공식을 이용한다.

$$P = \left(\frac{2 \times 4 + 1 \times 1}{2 + 1}, \frac{2 \times 0 + 1 \times 3}{2 + 1} \right) = (3, 1) \quad Q =$$

$$\left(\frac{2 \times 4 - 1 \times 1}{2 - 1}, \frac{2 \times 0 - 1 \times 3}{2 - 1} \right) = (7, -3)$$

$$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$$

13. 다음 빈칸에 알맞은 부등호를 써 넣어라.



m, n 이 양수라고 할 때, 선분 AB 를 $m : n$ 으로 외분하는 점은

i) m () n 일 때 반직선 $\overrightarrow{BD}$ 위에 있고,

ii) $m(\quad) n$ 일 때 반직선 $\overrightarrow{AC}$ 위에 있다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답 : >

▶ 정답 : <

해설

외분점을 P 라고 하면

$$\overline{AP} : \overline{PB} = m : n \quad \circlearrowleft \text{므로}$$

$m > n$ 일 때 반직선 $\overrightarrow{BD}$ 위에 있고,

$m < n$ 일 때 반직선 $\overrightarrow{AC}$ 위에 있다.

14. 길이가 3인 선분을 같은 방향으로 2 : 1로 내분하는 점과 외분하는 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

길이가 3인 선분을 OA 라 하고,
O를 원점으로 잡으면 A는 A(3)
이 선분을 2 : 1로 내분하는 점을 P(x_1)라 하면

$$x_1 = \frac{2 \times 3 + 1 \times 0}{2 + 1} = 2$$

2 : 1로 외분하는 점 Q(x_2) 라 하면

$$x_2 = \frac{2 \times 3 - 1 \times 0}{2 - 1} = 6$$

따라서 $\overline{PQ} = 6 - 2 = 4$

15. 직선 $y = -x + 1$ 의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

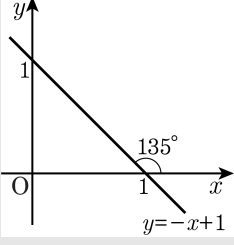
▷ 정답 : 기울기 -1

▷ 정답 : y 절편 1

▷ 정답 : x 축의 양의 방향 135°

해설

기울기 -1 , y 절편 1 ,
 x 축의 양의 방향과
이루는 각 135°



16. 원 $x^2 + y^2 - 2x - 4ay + b = 0$ 이 점 $(-3, 4)$ 를 지나고, x 축에 접하도록 a, b 의 값을 정할 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 + y^2 - 2x - 4ay + b = 0$
이 점 $(-3, 4)$ 를 지나므로
 $9 + 16 + 6 - 16a + b = 0$
 $\therefore 16a - b = 31 \dots\dots\textcircled{\text{A}}$
 $x^2 + y^2 - 2x - 4ay + b = 0$ 은
 $(x - 1)^2 + (y - 2a)^2 = 4a^2 - b + 1$ 이고
원이 x 축에 접하므로
 $2a = \sqrt{4a^2 - b + 1}, 4a^2 = 4a^2 - b + 1$
 $\therefore b = 1 \dots\dots\textcircled{\text{B}}$
 $\textcircled{\text{A}}$ 을 $\textcircled{\text{B}}$ 에 대입하면 $16a - 1 = 31$
 $\therefore a = 2 \quad \therefore a + b = 2 + 1 = 3$

17. 다항식 $f(x)$ 를 다항식 $g(x)$ 로 나눈 나머지를 $r(x)$ 라 할 때, $f(x) - g(x) - 2r(x)$ 를 $g(x)$ 로 나눈 나머지는?

① $-2r(x)$

② $-r(x)$

③ 0

④ $r(x)$

⑤ $2r(x)$

해설

$f(x)$ 를 $g(x)$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라 하면

$$f(x) = g(x)Q(x) + r(x)$$

$$\therefore f(x) - g(x) - 2r(x)$$

$$= g(x)Q(x) + r(x) - g(x) - 2r(x)$$

$$= g(x)\{Q(x) - 1\} - r(x)$$

여기서 $g(x)$ 의 차수는 $-r(x)$ 의 차수보다 높으므로 구하는 나머지는 $-r(x)$ 이다.

18. $(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4(2x - 1)^7$ 을 전개했을 때, 모든 계수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4 \cdot (2x - 1)^7$
 $= a_0x^{19} + a_1x^{18} + a_2x^{17} + \cdots + a_{19}$ 로 놓으면
계수들의 총합 $a_0 + a_1 + \cdots + a_{19}$ 는 양변에 $x = 1$ 을 대입한
결과와 같으므로 항등식의 성질에서
 $(1 + 2 - 3 + 2)^4 \cdot (2 - 1)^7 = 2^4 = 16$

19. $\frac{2010^3 - 1}{2010 \times 2011 + 1}$ 의 값을 구하면?

① 2007

② 2008

③ 2009

④ 20010

⑤ 2011

해설

$a = 2010$ 로 놓으면,

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \frac{a^3 - 1}{a(a+1) + 1} \\&= \frac{(a-1)(a^2 + a + 1)}{a^2 + a + 1} = a - 1 \\&= 2009\end{aligned}$$

20. x 에 관한 삼차방정식 $2x^3 + ax^2 - bx + 3 = 0$ 의 한 근이 1이고, $a + b + 1 = 0$ 일 때, 나머지 근을 모두 구하면?

① -3

② $-1, 2$

③ $-1, 3$

④ $-1, \frac{3}{2}$

⑤ $-\frac{1}{2}, 3$

해설

한 근이 1이므로 주어진 식에 $x = 1$ 을 대입하면

$$2 + a - b + 3 = 0, a - b = -5$$

주어진 조건인 $a + b + 1 = 0$ 과 연립하여 풀면

$$a = -3, b = 2$$

$$\therefore 2x^3 - 3x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$(x - 1)(2x^2 - x - 3) = 0$$

$$(x - 1)(2x - 3)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 1, \frac{3}{2}, -1$$

21. 다음 연립방정식의 근 x, y 가 양수가 되도록 a 의 범위를 정할 때, a 의 최대 정수 값을 구하면?

$x + y = 10, y + z = 16, z + x = a$

- ① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 29

해설

$$\begin{aligned} x + y &= 10 \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ y + z &= 16 \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ z + x &= a \cdots \cdots \textcircled{㉢} \\ \textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} + \textcircled{㉢} &: 2(x + y + z) = a + 26 \\ x + y + z &= \frac{a}{2} + 13 \cdots \cdots \textcircled{㉣} \\ \textcircled{㉣} - \textcircled{㉡} &: x = \frac{a}{2} - 3 > 0 \quad \therefore a > 6 \cdots \cdots \textcircled{㉤} \\ \textcircled{㉣} - \textcircled{㉢} &: y = -\frac{a}{2} + 13 > 0 \quad \therefore a < 26 \cdots \cdots \textcircled{㉥} \\ \textcircled{㉤}, \textcircled{㉥} &\text{에서 } 6 < a < 26 \end{aligned}$$

22. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 3일 때, 방정식 $f(2x + 1) = 0$ 의 두 근의 합을 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 2 ③ $\frac{1}{3}$ ④ 3 ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근을

α, β 라 하면, $\alpha + \beta = 3$

한편, $f(2x + 1) = 0$ 에서

$2x + 1 = \alpha, 2x + 1 = \beta$ 이므로

$$x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$$

따라서, $\frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2}$

$$= \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}$$

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면, $\alpha + \beta = 3$

$f(x) = k(x - \alpha)(x - \beta)$ 라 하면

$f(2x + 1) = k(2x + 1 - \alpha)(2x + 1 - \beta)$

$\therefore f(2x + 1) = 0$ 의 두 근은 $x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$

$$\therefore \frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2} = \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}$$

23. 두 직선 $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ 과 $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ 이 서로 수직이 되려면 다음 중 어떤 조건을 만족해야 하는가?

- ① $a_1b_1 + a_2b_2 = 0$
- ② $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$
- ③ $a_1b_2 + a_2b_1 = 0$
- ④ $a_1a_2 + b_1b_2 = -1$
- ⑤ $a_1b_1 + a_2b_2 = -1$

해설

(i) $b_1b_2 \neq 0$ 일 때,
두 직선의 기울기는 각각 $-\frac{a_1}{b_1}, -\frac{a_2}{b_2}$ 이다.
두 직선이 수직이 되기 위해서는 기울기의 곱이 -1 이 되어야 하므로
 $\left(-\frac{a_1}{b_1}\right) \times \left(-\frac{a_2}{b_2}\right) = -1$ 이고,
 $\therefore a_1a_2 + b_1b_2 = 0$
(ii) $b_1b_2 = 0$ 일 때,
 $b_1 = 0$ 이면 $a_1x + c_1 = 0$
 $\therefore x = -\frac{c_1}{a_1}$
이 때, $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ 은
y 축에 수직인 직선 이 되어야 하므로
 $a_2 = 0$ 같은 방법으로 $b_2 = 0$ 이면 $a_1 = 0$ 이어야한다.
즉, $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$

해설

$a_1a_2 + b_1b_2 = 0$ 이면, $a_1a_2 = -b_1b_2$ 이므로
 $-\frac{a_1}{b_1} \times -\frac{a_2}{b_2} = -1$ 이다.
 $-\frac{a_1}{b_1}, -\frac{a_2}{b_2}$ 는 두 직선의 기울기이고
곱이 -1 이므로 두 직선은 수직이다.
따라서 두 직선이 서로 수직이려면
 $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$ 이다.

24. x, y 는 $|x| < 1$, $|y| < 1$, $(x+y)(x-y) \neq 0$ 인 실수이고
 $\left(\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} + \frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}}\right)(\sqrt{x+y}\sqrt{x-y} + \sqrt{x^2-y^2}) = 0$ 을 만족할 때,
 점 (x, y) 가 존재하는 영역의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$(x+y)(x-y) \neq 0$ 에서
 $x+y \neq 0$ 이고 $x-y \neq 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$
 또한,
 $\left(\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} + \frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}}\right)(\sqrt{x+y}\sqrt{x-y} + \sqrt{x^2-y^2}) = 0$ 에서
 $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} + \frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}} = 0$ 또는
 $\sqrt{x+y}\sqrt{x-y} + \sqrt{x^2-y^2} = 0$
 $\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}} = -\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}$ 또는
 $\sqrt{x+y}\sqrt{x-y} = -\sqrt{x^2-y^2}$
 (i) $\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}} = -\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}$ 일 때,
 $x+y > 0, x-y < 0$ ($\because \textcircled{1}$)
 (ii) $\sqrt{x+y}\sqrt{x-y} = -\sqrt{x^2-y^2}$ 일 때,
 $\sqrt{x+y}\sqrt{x-y} = -\sqrt{(x+y)(x-y)}$ 이므로
 $x+y < 0, x-y < 0$ ($\because \textcircled{1}$)
 (i), (ii) 에서 $x+y > 0, x-y < 0$ 또는
 $x+y < 0, x-y < 0$

 따라서, 두 부등식
 $|x| < 1, |y| < 1$ 과 위의 두 부등식을 모
 두 만족하는 영역은 다음 그림의 색칠된
 부분으로 이 부분의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 =$
 2

(단, 경계선 제외)

25. $\frac{2^{40} - 2^{35} - 2^5 + 1}{2^{35} - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

$2^5 = x$ 라 두면

$$\begin{aligned}\frac{2^{40} - 2^{35} - 2^5 + 1}{2^{35} - 1} &= \frac{x^8 - x^7 - x + 1}{x^7 - 1} \\ &= \frac{(x-1)(x^7-1)}{x^7-1} \\ &= x-1 = 2^5-1 = 31\end{aligned}$$

26. 이차방정식 $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근에 대한<보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $k > 1$ 이면 두 근은 실근이다.
- ㉡ $k = 1$ 이면 두 근은 같다.
- ㉢ 두 근의 곱은 실수이다.
- ㉣ $0 < k < 1$ 이면 두 근은 순허수이다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉣
- ④ ㉡, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

근의 공식을 이용하여 $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근을 구하면 $x = i \pm \sqrt{-1+k}$
㉠ $k > 1$ 이어도 x 는 허수이다.<거짓>
㉡ $k = 1$ 이면 $x = i$ 로 두 근은 같다.<참>
㉢ 두 근의 곱 $-k$ 는 허수일 수도 있다.<거짓>
㉣ $0 < k < 1$ 이면 $-1 < -1+k < 0$ 이므로 $\sqrt{-1+k} = ai$ 의 형태가 되어 x 는 순허수이다.<참>

27. x, y 에 대한 이차식 $f(x, y) = x^2 + 2(y - 1)x + y^2 + ky - 3$ 이 x, y 의 두 일차식으로 인수분해될 때, 실수 k 의 값을 구하면?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차방정식 $x^2 + 2(y - 1)x + y^2 + ky - 3 = 0$ 의 두 근을 구하면
근의 공식에 의하여
$$x = -(y - 1) \pm \sqrt{(y - 1)^2 - (y^2 + ky - 3)}$$
$$= -(y - 1) \pm \sqrt{-(2 + k)y + 4} \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$
한편, $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 α, β 이면
 $x^2 + ax + b = (x - \alpha)(x - \beta)$ 이고
준식이 x, y 의 일차식으로 인수분해되므로
 x 의 두 근 $\textcircled{1}$ 에서 $-(2 + k)y + 4$ 가 완전제곱 꼴이 되어야 한다.
따라서 근호 안의 판별식 D 는 0이어야 한다.
 $\therefore D = (2 + k)^2 - 4 \cdot 0 \cdot 4 = 0$
 $2 + k = 0$
 $\therefore k = -2$

28. x 에 관한 방정식 $\frac{x^2 - bx}{ax - c} = \frac{m - 1}{m + 1}$ 에서 두 근의 절대값은 같고 부호만 다를 때, m 의 값은? (단, $a \neq \pm b$)

- ① ab ② $\frac{a+b}{a-b}$ ③ $\frac{a-b}{a+b}$ ④ $a+b$ ⑤ $a-b$

해설

$$(m+1)(x^2 - bx) = (m-1)(ax - c)$$

$$mx^2 - bmx + x^2 - bx = amx - cm - ax + c$$

$(m+1)x^2 + (a-b-am-bm)x + cm - c = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면,

$$\alpha + \beta = 0$$

$$\therefore \frac{a-b-am-bm}{m+1} = 0, \quad am + bm = a - b$$

$$m(a+b) = a - b, \quad a \neq -b \text{ 이므로 } a+b \neq 0$$

$$\therefore m = \frac{a-b}{a+b}$$

29. 방정식 $x^4 + Ax^3 - 7x^2 - Ax + 3B = 0$ 의 두 근이 -1 과 -2 일 때, 다른 두 근을 α, β 라 하자. 이 때, $A + B - \alpha\beta$ 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ 1 ⑤ 2

해설

$f(x) = x^4 + Ax^3 - 7x^2 - Ax + 3B$ 라 하면 $-1, -2$ 가 근이므로
 $f(-1) = 1 - A - 7 + A + 3B = 0$
 $\therefore B = 2$
 $f(-2) = 16 - 8A - 28 + 2A + 3B = 0, -6A + 3B - 12 = 0 \quad \therefore A = -1$
 $\therefore A + B = -1 + 2 = 1 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
 $\therefore (x+1)(x+2)(x^2 - 4x + 3) = 0$
따라서, 다른 두 근은 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 의 근이다.
 $\therefore \alpha\beta = 3 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
 $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 에서 $A + B - \alpha\beta = 1 - 3 = -2$

30. 직선 $(k-3)x + (k-1)y + 2 = 0$ 은 k 의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다. 이 점과 직선 $x + 2y - 4 = 0$ 사이의 거리는?

- ① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

$(k-3)x + (k-1)y + 2 = 0$ 을 k 에 대하여
정리하면 $k(x+y) + (-3x-y+2) = 0$ 이 식이
 k 의 값에 관계없이 항상 성립해야 하므로
 $x+y=0$, $-3x-y+2=0$
두 식을 연립하여 풀면 $x=1$, $y=-1$
따라서 점 $(1, -1)$ 과 직선 $x+2y-4=0$
사이의 거리는
$$\frac{|1 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) - 4|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$