

1. 두 자연수 x, y 가 있다. x 를 y 로 나누었더니 몫이 15 , 나머지가 2 이었다. 이때, x 를 5 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x = y \times 15 + 2 = 5 \times y \times 3 + 2$ 이다.
따라서 나머지는 2 이다.

2. 108의 소인수를 바르게 구한 것은?

① $2^2, 3^2$

② 2, 3

③ 1, 3

④ 1, 2, 3

⑤ 1, 2, 2^2 , 3, 3^2 , 3^3

해설

$$108 = 2^2 \times 3^3$$

3. $90, 2^4 \times 3 \times 5^3$ 의 최대공약수는?

- ① $2 \times 3 \times 5$ ② $2^2 \times 3^2 \times 5$ ③ $2^2 \times 3 \times 5^2$
④ $2^3 \times 3 \times 5^2$ ⑤ $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다른 작은 쪽을 택하여 곱한다.

$90 = 2 \times 3^2 \times 5, 2^4 \times 3 \times 5^3$ 의 최대공약수: $2 \times 3 \times 5$

4. 사생대회 상품으로 학용품을 준비했다. 공책 45 권, 샤프 38 개, 지우개 32 개를 될 수 있는 대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 공책 3 권, 샤프 2 개, 지우개 2 개가 남았다. 몇 명의 학생에게 나누어 주었는가?

① 4 명 ② 6 명 ③ 8 명 ④ 10 명 ⑤ 11 명

해설

학생 수는 $45 - 3, 38 - 2, 32 - 2,$
즉 42, 36, 30 의 최대공약수이므로 6 명

5. 세 수 9, 18, 27의 공배수 중 500 이하의 자연수는 모두 몇 개인가?

- ① 3개 ② 5개 ③ 7개 ④ 9개 ⑤ 11개

해설

9, 18, 27의 공배수는 최소공배수 54의 배수이므로 500 이하의 자연수는 $500 \div 54 = 9 \cdots 14$ 이므로 9개이다.

6. $x \times x \times y \times z \times y \times y = x^a \times y^b \times z^c$ 을 만족하는 자연수 a, b, c 에 대하여 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

(준식) $= x^2 \times y^3 \times z$ 이므로 $a = 2, b = 3, c = 1$ 이다.
따라서 $a + b - c = 2 + 3 - 1 = 4$ 이다.

7. 다음 중 소수를 모두 골라라.

1 13 15 24 29 32 33 52 71 98

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 13

▷ 정답: 29

▷ 정답: 71

해설

주어진 수 중에서 소수는 13, 29, 71 이다.

8. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

- ① 15 이하의 소수는 모두 6 개이다.
- ② 7 은 소수이다.
- ③ 모든 소수는 홀수이다.
- ④ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
- ⑤ 1 은 합성수이다.

해설

- ③ 2 는 소수이다.
- ⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

9. 420 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱을 만들려고 한다. 이 때, 곱할 수 있는 가장 작은 네 자리의 자연수는?

① 1024 ② 1280 ③ 1440 ④ 1680 ⑤ 2048

해설

$420 \times n = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times n = m^2$ 이라 하면

가장 작은 $n = 3 \times 5 \times 7$

따라서 n 은

$$3 \times 5 \times 7 \times 1^2 = 105$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 2^2 = 420$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 3^2 = 945$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 4^2 = 1680$$

그러므로 가장 작은 네 자리의 자연수 n 은 1680 이다.

10. 다음 중 63의 약수가 아닌 것을 고르면?

- ① 1 ② 3^2 ③ 7 ④ 3×7 ⑤ 7^2

해설

$$63 = 3^2 \times 7$$

11. 사과 24 개와 배 36 개를 될 수 있는대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 몇 명에게 나누어 줄 수 있는가?

- ① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명 ④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36 \ 24} \\ 2 \overline{) 18 \ 12} \\ 3 \overline{) 9 \ 6} \\ \quad 3 \ 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 3 = 12$$

13. 소인수분해를 이용하여 세 수 12, 36, 40 의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 360

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ \quad 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ \quad \quad 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2 \overline{) 40} \\ 2 \overline{) 20} \\ 3 \overline{) 10} \\ \quad \quad \quad 5 \end{array}$$

$$\therefore 12=2^2 \times 3 \quad \therefore 36=2^2 \times 3^2 \quad \therefore 40=2^3 \times 5$$

따라서 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$ 이다.

14. 두 자연수 A, B 의 최대공약수는 8, 최소공배수는 280 이고, $A+B=96$ 일 때, $A-B$ 는? (단, $A > B$)

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$$A = 8a, B = 8b$$

(단, a, b 는 서로소, $a > b$)라 하면

최소공배수 $280 = 8 \times 35 = 8 \times a \times b$ 이다.

$a \times b = 35$ 이므로

$a = 35, b = 1$ 일 때 $A = 280, B = 8$ 이고,

$a = 7, b = 5$ 일 때 $A = 56, B = 40$ 이다.

$A + B = 96$ 이므로 $A = 56, B = 40$ 이다.

$\therefore A - B = 16$

15. 두 자연수 x, y 에 대하여 $2^x \times 3 \times 5^y$ 의 약수의 개수가 36일 때, $x+y$ 의 값으로 알맞은 것을 모두 구하면?

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$(x+1) \times (1+1) \times (y+1) = 36$
 $(x+1) \times (y+1) = 18$
 $18 = 2 \times 9$ 또는 $18 = 3 \times 6$ 이므로
 $x+1 = 2, y+1 = 9$ 또는 $x+1 = 9, y+1 = 2$ 일 때,
 $x = 1, y = 8$ 또는 $x = 8, y = 1$
그러므로 $x+y = 9$
 $x+1 = 3, y+1 = 6$ 또는 $x+1 = 6, y+1 = 3$ 일 때,
 $x = 2, y = 5$ 또는 $x = 5, y = 2$
그러므로 $x+y = 7$

16. 세 수 60, 90, 150 의 공약수 중에서 소수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

60, 90, 150 의 최대공약수 : 30

공약수 중 소수 : 2, 3, 5

(소수의 합) = $2 + 3 + 5 = 10$

17. 세 자연수 $5 \times a$, $6 \times a$, $9 \times a$ 의 최소공배수가 810 일 때, 세 수의 최대공약수는?

- ① 8 ② 9 ③ 15 ④ 24 ⑤ 27

해설

세 수의 최대공약수는 a 이고,
 $5 \times a$, $2 \times 3 \times a$, $3^2 \times a$ 의 최소공배수는
 $2 \times 3^2 \times 5 \times a = 810 = 2 \times 3^4 \times 5$ 이다.
따라서 $a = 3^2 = 9$ 이다.

18. 가로와 세로의 길이, 높이가 각각 4cm, 12cm, 8cm인 직육면체 모양의 나무토막이 여러 개 있다. 이것을 빈틈없이 쌓아서 될 수 있는 대로 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 할 때, 필요한 나무토막의 개수는?

① 24개 ② 36개 ③ 48개 ④ 60개 ⑤ 72개

해설

4, 12, 8의 최소공배수는 24이므로
(필요한 나무토막의 개수)
 $= (24 \div 4) \times (24 \div 12) \times (24 \div 8)$
 $= 6 \times 2 \times 3 = 36(\text{개})$

19. 7로 나누면 나머지가 6, 6으로 나누면 나머지가 5, 5로 나누면 나머지가 4, 4로 나누면 나머지가 3, 3으로 나누면 나머지가 2가 되는 최소의 자연수에서 각자리 숫자의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

조건을 만족하는 수는
(7, 6, 5, 4, 3의 공배수)-1의 꼴이고
7, 6, 5, 4, 3의 최소공배수는 420이다.
따라서 최소의 자연수는 $420 - 1 = 419$ 이다.
 $\therefore 4 + 1 + 9 = 14$

20. 두 자연수 A, B 에서 $A \times B$ 의 값이 1440 이고, 최대공약수가 12 일 때, 차가 가장 작은 두 자연수의 합은?

- ① 11 ② 36 ③ 72 ④ 84 ⑤ 108

해설

최소공배수를 L 이라 하면 $1440 = 12 \times L$ 이므로 $L = 120$

$$12) \frac{A}{a} \quad \frac{B}{b}$$

$$12 \times a \times b = 120$$

$a \times b = 10$ (단, a, b 는 서로소)

$A = 12 \times a, B = 12 \times b$ 이고 $A > B$ 라 하면

$$a = 10, b = 1 \text{ 또는 } a = 5, b = 2$$

(i) $a = 10, b = 1$ 일 때

$$A - B = 10 \times 12 - 1 \times 12 = 108$$

(ii) $a = 5, b = 2$ 일 때

$$A - B = 5 \times 12 - 2 \times 12 = 36$$

따라서, 차가 가장 작은 두 자연수는 60, 24 이다.

21. 7의 배수를 작은 순서부터 a_1, a_2, a_3, \dots 이라 할 때, $a_1 + a_{12} + a_{32} + a_{42} + a_{52} + a_{62}$ 의 일의 자리 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

7의 배수를 차례대로 나열해 보면,
7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91,
→ 일의 자리의 수가 7, 4, 1, 8, 5, 2, 9, 6, 3, 0으로 순환하는 것을 알 수 있다.
 $\therefore a_1 + a_{12} + a_{32} + a_{42} + a_{52} + a_{62} = a_1 + a_2 + a_2 + a_2 + a_2 + a_2 = 7 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 27$
따라서 일의 자리의 수는 7이다.

23. $a \times 3^2 \times 5^3$ 과 360 의 약수의 개수가 같을 때, a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \rightarrow 360$ 의 약수의 개수 = $4 \times 3 \times 2 = 24$

$a = x^n$ 이라 두면,

$a \times 3^2 \times 5^3$ 의 약수의 개수 = $(n+1) \times 3 \times 4 \rightarrow n = 1$

$\therefore a$ 의 최솟값 = 2

24. 다음 중 서로소인 것은?

① (14, 21)

② (36, 72)

③ (8, 90)

④ (11, 121)

⑤ (9, 19)

해설

서로소는 최대공약수가 1인 두 자연수를 말하므로 (9, 19)이다.

25. 두 자연수 p, q 의 최대공약수를 $[p, q]$ 로 정의할 때,
 $[[\frac{p}{[p, q]}, q], [\frac{q}{[p, q]}, p]]$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} & [[\frac{p}{[p, q]}, q], [\frac{q}{[p, q]}, p]] \\ &= [[\frac{p}{[p, q]}, q], [\frac{q}{[p, q]}, p]] \\ &= [[\frac{p}{[p, q]}, q], [\frac{q}{[p, q]}, p]] \quad (\frac{p}{[p, q]}, q \text{는 서로소}) \\ &= [1, 1] \\ &= 1 \end{aligned}$$