

1. $240 \times a = b^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 에 대하여 $b - a$ 의 값은?

① 45 ② 60 ③ 75 ④ 90 ⑤ 105

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$ 이므로 $a = 3 \times 5$

$2^4 \times 3 \times 5 \times (3 \times 5) = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$, $b = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$

$a = 15$, $b = 60$

$\therefore b - a = 45$

2. 다음 중 약수의 개수가 다른 것은?

① 2^{11}

② $3^5 \times 7$

③ 84

④ 132

⑤ 180

해설

① $11 + 1 = 12$ (개)

② $(5 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

③ $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ 이므로

$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

④ $132 = 2^2 \times 3 \times 11$ 이므로

$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

⑤ $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이므로

$(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)

3. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 0 은 양수도 음수도 아니다.
- ② 정수는 자연수, 0 , 음의 정수로 이루어져 있다.
- ③ 유리수는 분모가 0 이 아닌 분수의 꼴로 나타낼수 있는 수를 말한다.
- ④ 양의 유리수와 음의 유리수를 통틀어 유리수라고 한다.
- ⑤ 모든 정수는 유리수이다.

해설

④ 양의 유리수, 0 , 음의 유리수를 통틀어 유리수라고 한다.

4. $\left(+\frac{2}{5}\right) - (+1.4) - \left(-\frac{7}{6}\right)$ 를 계산한 값으로 옳은 것은?

① $+\frac{1}{15}$

② $+\frac{1}{6}$

③ $-\frac{1}{15}$

④ $-\frac{1}{6}$

⑤ $-\frac{7}{30}$

해설

$$\begin{aligned} & \left(+\frac{2}{5}\right) - (+1.4) - \left(-\frac{7}{6}\right) \\ &= \left(+\frac{12}{30}\right) + \left(-\frac{42}{30}\right) + \left(+\frac{35}{30}\right) \\ &= +\frac{5}{30} \\ &= +\frac{1}{6} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

5. 다음 중 옳은 것은?

- ① 5 보다 -2 만큼 큰 수는 6 이다.
- ② 2 보다 -7 만큼 큰 수는 5 이다.
- ③ -5 보다 2 만큼 큰 수는 3 이다.
- ④ 7 보다 -4 만큼 큰 수는 3 이다.
- ⑤ -2 보다 -4 만큼 큰 수는 2 이다.

해설

- ① $(+5) + (-2) = +3$
- ② $(+2) + (-7) = -5$
- ③ $(-5) + (+2) = -3$
- ⑤ $(-2) + (-4) = -6$

6. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ㉠ 83은 소수이다.
- ㉡ 모든 합성수는 약수가 2개이다.
- ㉢ 1은 소수이다.
- ㉣ 15 이하의 소수의 개수는 6개이다.
- ㉤ 소수가 아닌 자연수는 모두 합성수이다.

해설

- ㉡ 모든 합성수는 약수가 3개 이상이다.
- ㉢ 1은 소수도 합성수도 아니다.
- ㉤ 소수가 아닌 자연수는 1, 합성수이다.

7. 216 을 소인수분해하면 $2^a \times b^c$ 이다. 이때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$216 = 2^3 \times 3^3$
따라서 $a = 3, b = 3, c = 3$
 $a + b + c = 9$

8. 다음 중 360 의 약수가 아닌 것은?

① 3^2

② 2×3

③ $2^3 \times 5$

④ $2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $2 \times 3^3 \times 5$

해설

⑤ $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $2 \times 3^3 \times 5$ 는 360 의 약수가 아니다.

9. 소인수가 2개인 어떤 자연수가 있다. 이 자연수를 소인수분해한 결과 $\square \times 5^4$ 이고, 약수의 개수가 20개 일 때, 가장 작은 자연수이다. $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\square \times 5^4$ 에서 $\square = a^x$ 이라 하면 약수의 개수는 $(x+1) \times (4+1) = 20$ (개) 이므로
 $(x+1) \times (4+1) = (x+1) \times 5 = 20$
 $x+1 = 4 \quad \therefore x = 3$
 a 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로
 $\square = 2^3 = 8$

10. 두 수 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$, $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 의 최대공약수가 315 일 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

최대공약수가 $315 = 3^2 \times 5 \times 7$ 이고
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 5 이므로
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
같은 방식으로
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 5 의 지수가 5 이므로
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 5 의 지수가 1 이어야 한다.
또한,
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 7 의 지수가 6 이므로
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 1 이어야 한다.
따라서 $a = 2$, $b = 1$, $c = 1$
 $a + b - c = 2 + 1 - 1 = 2$

11. 학교에서 성적이 우수한 학생들에게 도서상품권 48장, 공책 72권, 볼펜 36자루를 준비하여 똑같이 나누어 주었다. 이때 성적이 우수한 학생들은 최대 몇 명인가?

① 10명 ② 11명 ③ 12명 ④ 13명 ⑤ 14명

해설

48, 72, 36 의 최대공약수 : 12

12. 가로, 세로, 높이가 각각 18, 10, 6 인 벽돌이 있다. 이 벽돌을 쌓아 가장 작은 정육면체를 만들 때, 필요한 벽돌의 개수는?

① 90 개

② 450 개

③ 545 개

④ 675 개

⑤ 735 개

해설

정육면체의 한 모서리의 길이는 18, 10, 6 의 최소공배수이므로 90 이다.

필요한 벽돌의 개수는

$(90 \div 18) \times (90 \div 10) \times (90 \div 6) = 5 \times 9 \times 15 = 675(\text{개})$ 이다.

13. 6으로 나누면 5가 남고, 8로 나누면 7이 남고, 9로 나누면 8이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 작은 수는?

① 101 ② 111 ③ 123 ④ 143 ⑤ 153

해설

어떤 자연수를 x 라고 할 때,
 $x = 6 \times \Delta + 5 = 8 \times \square + 7 = 9 \times \bigcirc + 8$
 x 는 (6, 8, 9의 공배수) - 1 이다.
6, 8, 9의 최소공배수는 72 이므로
세 자리의 자연수 중 가장 작은 수는
 $(72 \times 2) - 1 = 144 - 1 = 143$ 이다.

14. $A = \frac{3}{2} - \left(-\frac{7}{4}\right) \times 12$, $B = \frac{20}{3} \times \left\{(-5)^2 - \frac{31}{4}\right\} \div 23$ 일 때, $A + B$ 를 구하여라.

- ① $\frac{45}{2}$ ② $\frac{55}{2}$ ③ 14 ④ $\frac{55}{3}$ ⑤ 20

해설

$$A = \frac{3}{2} - (-21) = \frac{3}{2} + 21 = \frac{45}{2},$$

$$B = \frac{20}{3} \times \left(25 - \frac{31}{4}\right) \div 23$$

$$= \frac{20}{3} \times \frac{69}{4} \div 23$$

$$= \frac{20}{3} \times \frac{69}{4} \times \frac{1}{23} = 5$$

$$\therefore A + B = \frac{45}{2} + 5 = \frac{55}{2}$$

15. 약수의 개수가 24 개이고, $2^a \times 3^b \times 5^c$ 으로 소인수분해되는 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라. (단 a, b, c 는 자연수)

▶ 답: 개

▶ 정답 : 9 개

해설

$$\begin{aligned} 24 &= 2 \times 2 \times 6 = 2 \times 4 \times 3 = 4 \times 2 \times 3 = 4 \times 3 \times 2 \\ &= 2 \times 6 \times 2 = 2 \times 3 \times 4 = 3 \times 4 \times 2 = 3 \times 2 \times 4 \\ &= 6 \times 2 \times 2 \end{aligned}$$

이므로 자연수는 9 개이다.

16. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 54 cm, 90 cm, 108 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체를 최대한 적게 사용하려고 할 때, 정육면체의 개수는?
- ① 180 개 ② 90 개 ③ 36 개
④ 24 개 ⑤ 15 개

해설

정육면체가 가장 적을 때 정육면체 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 54, 90, 108 의 최대공약수인 18cm 이다.
따라서 상자의 개수는
 $(54 \div 18) \times (90 \div 18) \times (108 \div 18) = 90$ (개)

17. 수직선 위에서 두 정수 A , B 로부터 같은 거리에 있는 좌표가 4 이고 A 의 절댓값의 크기가 5 일 때, B 가 될 수 있는 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

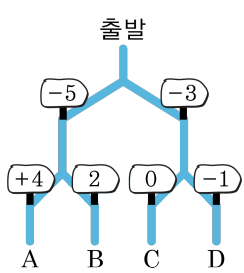
▷ 정답 : 3 또는 +3

▷ 정답 : 13 또는 +13

해설

A 의 절댓값의 크기가 5 일 때, A 의 값은 5 와 -5 이다.
먼저, A 가 5 라고 할 때 같은 거리에 있는 좌표 4와의 거리가 1 이므로 B 의 값은 4 에서 왼쪽으로 1 만큼 이동한 3 이 된다. 또, A 가 -5 라고 할 때 같은 거리에 있는 좌표와 거리가 9 이므로 B 의 값은 4 에서 오른쪽으로 9 만큼 이동한 13 이 된다. 따라서 B 가 될 수 있는 값은 3 과 13 이 된다.

18. 다음 그림과 같은 도로가 있다. 각 갈림길에는 정수가 적힌 표지판이 있고 매번 큰 수가 적힌 표지판을 따라갈 때, 도착점은 어디인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : C

해설

19. $y = -[\{(-1)^{100} + 7^2\} \div (-5)]$ 이고, x 는 $|x| < 4$ 인 정수일 때, x 중에서 y 의 약수가 아닌 것은 모두 몇 개인가?(단, $x > 0$)

① 1

② 2

③ 5

④ 7

⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} y &= -[\{(-1)^{100} + 7^2\} \div (-5)] \\ &= -[\{(+1) + 49\} \div (-5)] \\ &= -\{50 \div (-5)\} \\ &= -(-10) \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$$

y 의 약수는 1, 2, 5, 10 이므로

$\therefore -3, -2, -1, 0, 3$ 총 5개

20. 다음 조건을 만족하는 세 정수 a, b, c 에 대하여 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

조건

㉠ $a \times b = -2$

㉡ $b \div c = -1$

㉢ $a > c$

㉣ $b > c$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

조건 ㉠, ㉡에서

(1) $a = 1, b = -2, c = 2$

(2) $a = -1, b = 2, c = -2$

(3) $a = 2, b = -1, c = 1$

(4) $a = -2, b = 1, c = -1$

조건 ㉢, ㉣ 에서 $a = -1, b = 2, c = -2$

$\therefore a + b - c = -1 + 2 - (-2) = 3$

21. 자연수 N 을 170 으로 나누면 몫이 2 이고 나머지가 R 이다. R 의 약수의 개수가 3 개일 때, N 은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 6개

해설

$N = 170 \times 2 + R$ 이고 R 의 약수가 3 개이므로,
 R 은 170 보다 작은 수 중 약수가 3 개인 수이다.
 약수가 3 개이려면 반드시 같은 수의 제곱이 포함되므로,
 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169 중 약수가 3 개인
 수는 4, 9, 25, 49, 121, 169 이다.
 $\therefore N$ 의 개수=6 (개)

22. 다음 주어진 수 중에서 소인수가 다른 것은?

- ① 144 ② 216 ③ 72 ④ 96 ⑤ 98

해설

- ① $2^4 \times 3^2$
② $2^3 \times 3^3$
③ $2^3 \times 3^2$
④ $2^5 \times 3$
⑤ 2×7^2

23. a 와 b 의 거리는 9 이고, 수직선에서 두 수 a 와 b 에 대응하는 점의 가운데 있는 점이 $\frac{1}{2}$ 일 때, $2a + b$ 의 값은?(단, $a < b$)

- ① $-\frac{9}{2}$ ② -4 ③ -3 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

해설

$$a = \frac{1}{2} - \frac{9}{2} = -4, b = \frac{1}{2} + \frac{9}{2} = 5$$

$$\therefore a = -4, b = +5$$

$$\therefore 2a + b = 2 \times (-4) + (+5) = -3$$

24. 한 자리 자연수 a, b 와 두 자리 자연수 c, d 에 대하여 $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{7}$, $\frac{1}{b} + \frac{1}{d} = \frac{1}{8}$ 일 때, $\frac{c}{a} + \frac{d}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{7}$ 를 만족하는 두 자리 수 c 는 반드시 7 의 배수이어야 한다.

따라서 $a = 8$, $c = 56$ 이다.

$\frac{1}{b} + \frac{1}{d} = \frac{1}{8}$ 를 만족하는 두 자리 수 d 는 반드시 8 의 배수이어야 한다.

따라서 $b = 9$, $d = 72$ 이다.

$$\therefore \frac{c}{a} + \frac{d}{b} = 7 + 8 = 15$$

25. 수직선 위의 두 점 $A\left(-\frac{5}{12}\right)$, B 가 있다. 두 점의 중점 $H\left(-\frac{1}{24}\right)$ 과 두 점을 $1:2$ 로 내분하는 P 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{8}$

해설

$$\frac{A+B}{2} = M \text{ 이므로, } -\frac{5}{12} + B = -\frac{1}{12}, B = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$-\frac{5}{12} \text{ 와 } \frac{4}{12} \text{ 를 } 1:2 \text{ 로 내분하는 점 } P = -\frac{2}{12} = -\frac{1}{6} \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 M 과 P 의 거리는 } \left| -\frac{1}{24} - \left(-\frac{1}{6}\right) \right| = \frac{1}{8} \text{ 이다.}$$