

1. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + y)(y + z)(z + x)$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}x + y + z &= 1 \text{ 에서} \\x + y &= 1 - z \\y + z &= 1 - x \\z + x &= 1 - y \\(x + y)(y + z)(z + x) &= (1 - z)(1 - x)(1 - y) \\&= 1 - (x + y + z) + (xy + yz + zx) - xyz \\&= 1 - 1 + 2 - 3 = -1\end{aligned}$$

2. $(-2x^3 + x^2 + ax + b)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 -8 일 때, $a - 2b$ 의 값은?

① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2개씩 나온다.

$$(-2x^3 \times b) \times 2 + (x^2 \times ax) \times 2 = (-4b + 2a)x^3$$

$$2a - 4b = -8$$

$$\therefore a - 2b = -4$$

3. 세 모서리의 길이의 합이 22이고 대각선의 길이가 14인 직육면체의 겉넓이는?

① 144 ② 196 ③ 288 ④ 308 ⑤ 496

해설

세 모서리를 x, y, z 라 하면

$$x + y + z = 22 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 14 \cdots \cdots \textcircled{2} \text{이고}$$

겉넓이는 $2(xy + yz + zx)$ 이다.

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } 22^2 = 14^2 + 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore 2(xy + yz + zx) = 288$$

4. 등식 $(x+1)(x-1)(x^3-x^2+x-1) = x^5-x^4+ax-b$ 가 항상 성립하도록 a, b 값을 정할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

양변에 $x=1$ 을 대입하면, $0=a-b \cdots \textcircled{1}$

양변에 $x=-1$ 을 대입하면, $0=-2-a-b \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $a=b=-1$

$\therefore a+b=-2$

5. 세 실수 a, b, c 에 대하여 $(a, b, c) = ab + bc$ 로 정의한다. 이때, 등식 $(x, a, y) - (2x, b, y) = (x, 2, y)$ 이 임의의 실수 x, y 에 대하여 성립하도록 a, b 의 값을 정하면?

- ① $a = 1, b = 2$
- ② $a = 2, b = 2$
- ③ $a = 2, b = 0$
- ④ $a = 0, b = 2$
- ⑤ $a = 0, b = 0$

해설

기호의 정의에 따라서 주어진 식을 다시 쓰면
 $(ax + ay) - (2bx + by) = 2x + 2y$
이 식을 x, y 에 대하여 정리하면
 $(a - 2b - 2)x + (a - b - 2)y = 0$
이 등식이 임의의 x, y 에 대하여 성립하므로
 $a - 2b - 2 = 0, a - b - 2 = 0$
위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = 2, b = 0$

6. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지가 2이고, $x+2$ 로 나눈 나머지가 5이다. 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x+2)$ 로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(2)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

나머지 정리에 의하여,
 $f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$ 라 할 수 있다.
 $f(1) = a + b = 2$
 $f(-2) = -2a + b = 5$
연립하면, $a = -1$ $b = 3$
 $\therefore R(x) = -x + 3$
 $R(2) = 1$

7. $(x+1)^2 + (x+1)(y+2) - 6(y+2)^2$ 의 인수를 구하면?

① $x - 2y + 3$

② $x - 2y - 3$

③ $x + 2y - 3$

④ $x + 3y - 7$

⑤ $x - 3y + 7$

해설

$x+1=a$, $y+2=b$ 라 하면

$$(x+1)^2 + (x+1)(y+2) - 6(y+2)^2$$

$$= a^2 + ab - 6b^2$$

$$= (a-2b)(a+3b)$$

$$= \{(x+1) - 2(y+2)\} \{(x+1) + 3(y+2)\}$$

$$= (x+1-2y-4)(x+1+3y+6)$$

$$= (x-2y-3)(x+3y+7)$$

8. $16x^4 - 625y^4$ 을 옳게 인수분해한 것은?

① $(x + 5y)(2x - 5y)(4x^2 + 25y^2)$

② $(2x + y)(2x - 5y)(4x^2 + 25y^2)$

③ $(2x + 5y)(2x - 5y)(4x^2 + 25y^2)$

④ $(x + 5y)(x - 5y)(4x^2 + 25y^2)$

⑤ $(2x + 5y)(x - y)(4x^2 + 25y^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (4x^2)^2 - (25y^2)^2 \\ &= (4x^2 + 25y^2)(4x^2 - 25y^2) \\ &= (2x + 5y)(2x - 5y)(4x^2 + 25y^2)\end{aligned}$$

9. $x^4 - 15x^2 + 10x + 24 = (x+a)(x+b)(x+c)(x+d)$ 일 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하면?

- ① -5
- ② 0
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 5

해설

$\pm$ 상수항의 약수 중에서 $x = -1, 2$ 을 대입하면 식의 값이 0이므로
주어진 식은 $x+1, x-2$ 을 인수로 갖는다.
조립제법으로 나누어 보면,

-1	1	0	-15	10	24
		-1	1	14	-24
2	1	-1	-14	24	0
		2	2	-24	
3	1	1	-12	0	
		3	12		
-4	1	4	0		
		-4			
	1	0			

$x^4 - 15x^2 + 10x + 24$
 $= (x+1)(x-2)(x-3)(x+4)$
 $\therefore a+b+c+d = 1 + (-2) + (-3) + 4 = 0$

10. $11 \cdot 13^3 + 33 \cdot 13^2 + 33 \cdot 13 + 11$ 의 인수가 아닌 것을 고르면?

- ① 3 ② 7 ③ 11 ④ 14 ⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} 11 &= a, 13 = b \text{ 라 하면} \\ a \cdot b^3 + 3ab^2 + 3ab + a \\ &= a(b^3 + 3b^2 + 3b + 1) \\ &= a(b+1)^3 = 11 \cdot 14^3 \\ &= 11 \times 2^3 \times 7^3 \end{aligned}$$

11. 복소수 $x = a + bi$ (a, b 는 실수)가 $x^2 = 3 + 4i$, $x^3 = 2 + 11i$ 를 만족할 때 $a + b$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}x^3 &= x^2 \times x \\&= (3 + 4i)(a + bi) \\&= (3a - 4b) + (4a + 3b)i \\(3a - 4b) + (4a + 3b)i &= 2 + 11i \\3a - 4b &= 2, 4a + 3b = 11 \\ \therefore a = 2, b = 1 &\text{ 이므로 } a + b = 3\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{x^3}{x^2} = a + bi \\ \frac{2 + 11i}{3 + 4i} &= \frac{(2 + 11i)(3 - 4i)}{(3 + 4i)(3 - 4i)} \\&= \frac{50 + 25i}{25} \\&= 2 + i \\ \therefore a = 2, b = 1\end{aligned}$$

12. n 이 양의 홀수일 때, $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2n} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2n}$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ -2 ⑤ 100

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2n} &= \left\{\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2\right\}^n = \left(\frac{2i}{2}\right)^n = i^n \\ \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2n} &= \left\{\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2\right\}^n = \left(-\frac{2i}{2}\right)^n = (-i)^n \\ \therefore (\text{준식}) &= i^n + (-i)^n = 0\end{aligned}$$

13. 복소수 z 에 대하여 $3z + \bar{z}(1+i) = 3-i$ 가 성립할 때, $z\bar{z}$ 의 값은?

- ① -3 ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 2 ⑤ 4

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$

이것을 주어진 식에 대입하면

$$3(a + bi) + (a - bi)(1 + i) = 3 - i$$

$$3a + 3bi + a + ai - bi + b = 3 - i$$

$$(4a + b) + (a + 2b)i = 3 - i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $4a + b = 3$, $a + 2b = -1$

$$\begin{cases} 4a + b = 3 & \cdots \textcircled{1} \\ a + 2b = -1 & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \text{에서}$$

$$\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} \text{ 을 하면 } 7a = 7,$$

$$\therefore a = 1$$

$$a = 1 \text{ 을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } b = -1$$

$$\text{따라서 } z = a + bi = 1 - i \text{ 이므로 } z\bar{z} = (1 - i)(1 + i) = 2$$

14. 실수 a, b 에 대하여 $\frac{\sqrt{b-1}}{\sqrt{a+1}} = -\sqrt{\frac{b-1}{a+1}}$ 이 성립할 때, $|a+1| + \sqrt{(b-1)^2}$ 을 간단히 하면?

① $a+b$

② $a-b$

③ $b-a$

④ $a-b+2$

⑤ $b-a-2$

해설

$$\frac{\sqrt{b-1}}{\sqrt{a+1}} = -\sqrt{\frac{b-1}{a+1}} \text{ 이므로}$$

$$a+1 < 0, b-1 \geq 0$$

$$\begin{aligned} |a+1| + \sqrt{(b-1)^2} &= |a+1| + |b-1| \\ &= -(a+1) + (b-1) \\ &= -a-1+b-1 \\ &= b-a-2 \end{aligned}$$

15. $1 < x < 3$ 인 x 에 대하여 방정식 $x^2 - [x]x - 2 = 0$ 의 해를 구하여라.
(단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

① 2

② $1 + \sqrt{2}$

③ $1 + \sqrt{3}$

④ $\sqrt{5} - 1$

⑤ $2\sqrt{2} - 1$

해설

(i) $1 < x < 2$ 일 때, $[x] = 1$

준식은 $x^2 - x - 2 = 0$, $(x - 2)(x + 1) = 0$

$\therefore x = -1$ 또는 $x = 2$

그런데 $1 < x < 2$ 이므로 만족하는 해가 없다.

(ii) $2 \leq x < 3$ 일 때, $[x] = 2$

준식은 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 이고 근의 공식에 의하여 $x = 1 \pm \sqrt{3}$

그런데 $2 \leq x < 3$ 이므로 만족하는 해는

$x = 1 + \sqrt{3}$

16. 이차방정식 $x^2 + ax - a - 7 = 0$ 의 두 근이 모두 정수일 때, 상수 a 의 값이 아닌 것은?

① -7 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

이차방정식의 두 근을 α, β ($\alpha \leq \beta$)라 하면
근과 계수와의 관계에서
 $\alpha + \beta = -a \cdots \cdots$ ①
 $\alpha\beta = -a - 7 \cdots \cdots$ ②
② - ①에서 $\alpha\beta - (\alpha + \beta) = -7$
 $\alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = -6$, $(\alpha - 1)(\beta - 1) = -6$
 α, β 가 정수이므로 $\alpha - 1, \beta - 1$ 은 -6 의 약수이다.
 $\therefore (\alpha - 1, \beta - 1) = (-6, 1), (-3, 2), (-2, 3), (-1, 6)$
 $\therefore (\alpha, \beta) = (-5, 2), (-2, 3), (-1, 4), (0, 7)$
 $a = -\alpha - \beta$ 이므로
이 때, $a = 3, -1, -3, -7$

17. x 의 이차방정식 $x^2 + (a^2 - a - 12)x - a + 3 = 0$ (a 는 실수)의 두 실근은 절대값이 같고 부호가 반대라 한다. 다음 중 a 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

두 근을 α, β 라 할 때,
 $\alpha + \beta = -(a^2 - a - 12) = 0, \alpha\beta = -a + 3 < 0$
 $\therefore a = 4$

18. 이차함수 $y = x^2 - px + q$ 의 그래프가 점 $(1, 1)$ 을 지나고, x 축과 단 한 점에서 만나도록 p, q 의 값을 정할 때, $p + q$ 의 값으로 가능한 수는?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$y = x^2 - px + q \cdots \textcircled{1}$ 의 그래프는
점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = 1 - p + q$
 $\therefore p = q \cdots \textcircled{2}$
또, $\textcircled{1}$ 의 그래프가 x 축과 단 한 점에서 만나므로,
 $\textcircled{1}$ 에서 $y = 0$ 으로 한 이차방정식
 $x^2 - px + q = 0$ 은 중근을 갖는다.
따라서 판별식을 D 라 하면
 $D = p^2 - 4q = 0 \cdots \textcircled{3}$
 $\textcircled{2}, \textcircled{3}$ 에서 $p^2 - 4p = 0$
 $\therefore p(p - 4) = 0 \quad \therefore p = 0, 4$
 $\therefore p = 0, q = 0$ 또는 $p = 4, q = 4$

19. 이차함수 $y = 2x^2 - 3x + 1$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 의 두 교점의 x 좌표가 각각 1, 5일 때, 상수 a , b 의 곱 ab 의 값은?

① -81 ② -45 ③ 0 ④ 5 ⑤ 14

해설

이차방정식 $2x^2 - 3x + 1 = ax + b$, 즉 $2x^2 - (3 + a)x + 1 - b = 0$

의 두 근이 1, 5이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$1 + 5 = \frac{3 + a}{2}, \quad 1 \times 5 = \frac{1 - b}{2}$$

$$\therefore a = 9, \quad b = -9$$

$$\therefore ab = -81$$

20. x 에 대한 방정식 $|x^2 + 2x - 3| = k$ 가 양의 근 2개와 음의 근 2개를 갖도록 하는 상수 k 의 값의 범위는?

① $k \geq 3$

② $k > 4$

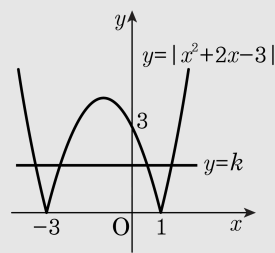
③ $3 \leq k < 4$

④ $0 < k < 3$

⑤ $0 < k < 4$

해설

방정식 $|x^2 + 2x - 3| = k$ 의 근은
 두 함수 $y = |x^2 + 2x - 3|$, $y = k$ 의
 그래프의 교점의 x 좌표와 같다.
 따라서 그림에서 교점의 x 좌표가 양
 수 2개,
 음수 2개가 되려면 $0 < k < 3$



21. 이차방정식 $x^2 + (a+1)x + a+1 = 0$ 의 두 실근 α, β 에 대하여 $\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta$ 의 값이 최소일 때, 상수 a 의 값은?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ 0 ⑤ 3

해설

$x^2 + (a+1)x + a+1 = 0$ 이 실근을 가지므로
 $D = (a+1)^2 - 4(a+1) \geq 0, (a+1)(a-3) \geq 0$
 $\therefore a \leq -1$ 또는 $a \geq 3$
한편, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
 $\alpha + \beta = -(a+1), \alpha\beta = a+1$
 $\therefore \alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta = (\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta$
 $= (a+1)^2 - (a+1)$
 $= a^2 + a = \left(a + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$

이때, $a \leq -1$ 또는 $a \geq 3$ 이므로
 $\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta$ 는 $a = -1$ 일 때 최솟값을 갖는다.

22. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 + (a+2)x^2 + 4ax + 2a^2 = 0$ 이 한 개의 실근과 두 개의 허근을 가질 때, 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $a > \frac{1}{2}$
- ② $a \geq \frac{1}{2}$
- ③ $a > 1$
- ④ $a < \frac{1}{2}$
- ⑤ $\frac{1}{2} < a < 1$

해설

방정식 $x^3 + (a+2)x^2 + 4ax + 2a^2 = 0$ 을 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -a & 1 & a+2 & 4a & 2a^2 \\ & & -a & -2a & -2a^2 \\ \hline & 1 & 2 & 2a & 0 \end{array}$$

$(x+a)(x^2+2x+2a)=0$
이 때, 주어진 방정식이 한 개의 실근과 두 개의 허근을 가지려면 $x^2+2x+2a=0$ 이 허근을 가져야 하므로
 $\frac{D}{4}=1-2a<0 \quad \therefore a>\frac{1}{2}$

23. 삼차방정식 $x^3 - px + 2 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $\frac{\beta+\gamma}{\alpha} + \frac{\gamma+\alpha}{\beta} + \frac{\alpha+\beta}{\gamma}$ 의 값은?

- ① $-p$ ② p ③ 0 ④ 3 ⑤ -3

해설

$\alpha + \beta + \gamma = 0$ 이므로 주어진 식은 $\frac{-\alpha}{\alpha} + \frac{-\beta}{\beta} + \frac{-\gamma}{\gamma} = -3$ 이 된다.

24. 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx - 3 = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}i$ 일 때, 두 실수 a, b 의 곱 ab 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -15 ② -10 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

한 근이 $1 + \sqrt{2}i$ 이므로 켤레근은 $1 - \sqrt{2}i$
세 근이 α, β, γ 일때 $\alpha\beta\gamma = 3$ 이므로, $\alpha = 1 + \sqrt{2}i, \beta = 1 - \sqrt{2}i$
라 하면, $(1 + \sqrt{2}i)(1 - \sqrt{2}i) \cdot \gamma = 3$
 $3 \cdot \gamma = 3$
 $\gamma = 1$
 $\alpha + \beta + \gamma = -a = (1 + \sqrt{2}i) + (1 - \sqrt{2}i) + 1 = 3$
 $a = -3$
 $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\beta = b = 3 + (1 - \sqrt{2}i) \cdot 1 + 1 \cdot (1 + \sqrt{2}i) = 5$
 $b = 5$
 $\therefore ab = (-3) \cdot 5 = -15$

25. 두 다항식 $f(x) = x^3 - 5$, $g(x) = x^3 + 3x + 1$ 에 대하여 $f(x) = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 할 때, $g(\alpha)g(\beta)g(\gamma)$ 의 값은?

① 350 ② 351 ③ 352 ④ 353 ⑤ 354

해설

$f(x) = 0$ 의 세 근이 α, β, γ 라고 하면 $\alpha^3 = 5, \beta^3 = 5, \gamma^3 = 5$ 이다.

$g(\alpha) = \alpha^3 + 3\alpha + 1 = 3\alpha + 6, g(\beta) = \beta^3 + 3\beta + 1 = 3\beta + 6,$

$g(\gamma) = \gamma^3 + 3\gamma + 1 = 3\gamma + 6$ $g(\alpha)g(\beta)g(\gamma)$

$= (3\alpha+6)(3\beta+6)(3\gamma+6) = 351$ ($\because \alpha+\beta+\gamma = 0, \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha = 0, \alpha\beta\gamma = 5$)

26. 연립 방정식
$$\begin{cases} 2x + y - z = 8 \\ x - y + 3z = -4 \\ 3x + 2y + z = 11 \end{cases}$$
 을 만족하는 x, y, z 에 대하여

$3x - 2y - z$ 의 값은 얼마인가?

- ① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{cases} 2x + y - z = 8 & \cdots \textcircled{1} \\ x - y + 3z = -4 & \cdots \textcircled{2} \\ 3x + 2y + z = 11 & \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} : 3x + 2z = 4 \cdots \textcircled{4}$$

$$(2 \times \textcircled{1}) - \textcircled{3} : x - 3z = 5 \cdots \textcircled{5}$$

$$11z = -11 \quad \therefore z = -1$$

$$\textcircled{4} \text{ 식에 } z \text{ 값 대입 : } x = 2$$

$$\textcircled{1} \text{ 식에 } x, z \text{ 값 대입 : } y = 3$$

$$3x - 2y - z = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 - (-1) = 1$$

27. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 7 \\ 4x^2 - 9xy + y^2 = -14 \end{cases}$ 에서 $x + y$ 의 값을 a , b 라 할 때, $a - b$ 의 값은? (단, x , y 는 양수, $a > b$)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - xy + y^2 = 7 \quad \cdots \textcircled{A}$
 $4x^2 - 9xy + y^2 = -14 \quad \cdots \textcircled{B}$
 $\textcircled{B}$ 식 $+2 \times \textcircled{A}$ 식에 대입하면
 $6x^2 - 11xy + 3y^2 = 0 \quad (3x - y)(2x - 3y) = 0$
 $\therefore 3x = y \text{ or } 2x = 3y$
 $\textcircled{B}$: $3x = y$ 를 $\textcircled{A}$ 식에 대입하면
 $7x^2 = 7 \quad x = 1(x > 0), \quad y = 3$
 $\therefore x + y = 4$
 $\textcircled{B}$: $2x = 3y$ 를 $4 \times \textcircled{A}$ 식에 대입하면
 $7y^2 = 28, \quad y^2 = 4, y = 2(y > 0), x = 3$
 $\therefore x + y = 5$
 $a > b$ 이므로 $a = 5, b = 4$
 $\therefore a - b = 1$

28. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $a > b, c > d$ 이면 $a + c > b + d$ 이다.
- ② $a > b, c > 0$ 이면 $ac > bc$, $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ 이다.
- ③ $a > b > 0$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다.
- ④ $a > b, c > d$ 이면 $ac > bd$ 이다.
- ⑤ $a > b, c < 0$ 이면 $ac < bc$, $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ 이다.

해설

④ $a > b, c > d$ 이면 $ac > bd$
반례 : a, b, c, d 가 음수인 경우는 $ac < bd$

29. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 2(a - 5)x + 2(3a - 19)$ 가 양수가 되기 위한 a 의 정수값은 얼마인가?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$x^2 + 2(a - 5)x + 2(3a - 19)$ 가 양수가 되려면

판별식이 $D < 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = (a - 5)^2 - 2(3a - 19) < 0$$

$$a^2 - 10a + 25 - 6a + 38 < 0, a^2 - 16a + 63 < 0$$

$$(a - 9)(a - 7) < 0$$

$$\therefore 7 < a < 9$$

따라서 정수 a 의 값은 8 이다.

30. 이차부등식 $-x^2+ax-3>0$ 의 해가 $1<x<b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} -x^2+ax-3>0 &\Leftrightarrow x^2-ax+3<0 \\ &\Leftrightarrow (x-1)(x-b)<0 \Leftrightarrow x^2-(b+1)x+b<0 \\ b=3, a=4 &\therefore a+b=7 \end{aligned}$$

31. 두 대의 승용차 A, B 가 같은 거리를 가는데 A 는 거리의 반은 시속 $v\text{km}$ 로 달리고, 나머지 거리는 시속 $u\text{km}$ 로 달린다고 한다, 또한 B 는 소요된 시간의 반은 시속 $u\text{km}$ 로 달리고 나머지 소요된 시간은 $v\text{km}$ 로 달린다고 한다. 승용차 A, B 의 평균 속력이 각각 $x\text{km/시}, y\text{km/시}$ 일 때, x 와 y 의 대소 관계를 바르게 나타내 것은?

- ① $x \leq y$ ② $x \geq y$ ③ $x = y$ ④ $x < y$ ⑤ $x > y$

해설

승용차 A 가 달린 거리를 s ,

시간을 t 라 하면 $t = \frac{s}{2u} + \frac{s}{2v}$

평균 속력은

$$\frac{s}{t} = \frac{s}{\frac{s}{2u} + \frac{s}{2v}} = \frac{s}{\frac{su + sv}{2uv}} = \frac{2uv}{u + v} = x$$

승용차 B 의 평균 속력은 $\frac{1}{2}(u + v) = y$

$$y - x = \frac{1}{2}(u + v) - \frac{2uv}{u + v}$$

$$= \frac{(u + v)^2 - 4uv}{2(u + v)} \geq 0$$

따라서 $y - x \geq 0$ 이므로 $x \leq y$ 이다.

32. 연립부등식 $\begin{cases} |x-1| < 3 & \dots \textcircled{㉠} \\ x^2 - 4x - 5 \geq 0 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2 < x \leq 1$

② $x < -2$ 또는 $x \leq 1$

③ $-2 < x \leq -1$

④ $-1 < x \leq 2$

⑤ $-2 < x \leq 3$

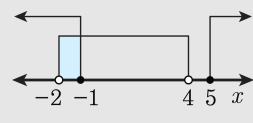
해설

㉠ : $|x-1| < 3$

$\rightarrow -3 < x-1 < 3, -2 < x < 4$

㉡ : $(x-5)(x+1) \geq 0$

$\rightarrow x \leq -1, x \geq 5$



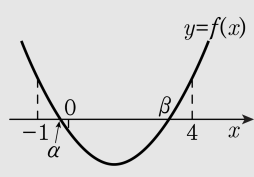
$\therefore -2 < x \leq -1$

33. 이차방정식 $x^2 - 4kx + k^2 - 1 = 0$ 의 해를 α, β 라 할 때, $-1 < \alpha < 0 < \beta < 4$ 를 만족시키는 실수 k 의 값의 범위는?

- ① $-1 \leq k < 1$
- ② $-1 < k < 1$
- ③ $-1 < k < 5$
- ④ $0 < k < 1$
- ⑤ $0 < k < 5$

해설

$f(x) = x^2 - 4kx + k^2 - 1$ 이라 하면
 $f(x) = 0$ 의 근 α, β 가
 $-1 < \alpha < 0 < \beta < 4$ 를 만족시키므로
 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



- (i) $f(-1) > 0$ 에서 $k^2 + 4k > 0$
 $\therefore k < -4$ 또는 $k > 0 \cdots \textcircled{A}$
- (ii) $f(0) < 0$ 에서 $k^2 - 1 < 0$
 $\therefore -1 < k < 1 \cdots \textcircled{B}$
- (iii) $f(4) > 0$ 에서 $k^2 - 16k + 15 > 0$
 $\therefore k < 1$ 또는 $k > 15 \cdots \textcircled{C}$
- $\textcircled{A}, \textcircled{B}, \textcircled{C}$ 의 공통 범위를 구하면
 $0 < k < 1$