

1. 다음 중 이차방정식인 것은?

① $2x^2 = 2(x^2 - 3)^2$

② $x^2 = -2x - 1$

③ $(x - 3)^2 = (3 - x)^2$

④ $x(x - 4) = x^2 - 4$

⑤ $x - 4 = 5x$

해설

② 모든 항을 좌변으로 이항하면 $x^2 + 2x + 1 = 0$ 이다.

2. 다음 중 이차방정식 $(x-3)(x+7)=0$ 의 해를 구하면?

① $x=3$ 또는 $x=7$

② $x=-3$ 또는 $x=7$

③ $x=-3$ 또는 $x=-7$

④ $x=3$ 또는 $x=-7$

⑤ $x=0$ 또는 $x=3$

해설

$(x-3)(x+7)=0$,
 $x-3=0$ 또는 $x+7=0$,
따라서 $x=3$ 또는 $x=-7$ 이다.

3. 이차방정식 $x^2 - 2x - 15 = 0$ 의 근을 구하면?

① $x = 5, x = -3$

② $x = -5, x = 3$

③ $x = 15, x = 1$

④ $x = -3, x = -5$

⑤ $x = -5, x = -3$

해설

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$(x + 3)(x - 5) = 0 ,$$

$$\therefore x = 5 , x = -3$$

4. 이차방정식 $2x^2 + (k+2)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때, k 의 값을 구하여라.

① $-1 \pm \sqrt{2}$

② $1 \pm \sqrt{2}$

③ $-2 \pm \sqrt{2}$

④ $-1 \pm 2\sqrt{2}$

⑤ $-2 \pm 2\sqrt{2}$

해설

이차방정식의 판별식을 D 라고 할 때

$2x^2 + (k+2)x + 1 = 0$ 이 중근을 가지려면 $D = 0$

$$D = (k+2)^2 - 4 \times 2 \times 1 = 0$$

$$(k+2)^2 = 8, k+2 = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore k = -2 \pm 2\sqrt{2}$$

5. $x^2 + 6x - 5 = 0$ 을 $(x + A)^2 = B$ 의 꼴로 나타낼 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 6x - 5 &= 0, \quad x^2 + 6x = 5 \\(x + 3)^2 &= 5 + 9, \quad (x + 3)^2 = 14 \\A &= 3, \quad B = 14 \\\therefore A + B &= 17\end{aligned}$$

6. x 가 $-1, 0, 1$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 의 해를 구하면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ $-1, 4$ ⑤ 4

해설

$$x^2 - 3x - 4 = 0, (x - 4)(x + 1) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -1$$

7. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 의 한 근이 2일 때, a 의 값을 구하면?

① 14 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

해설

이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면,

$$2 \times 2^2 - 11 \times 2 + a = 0$$

$$8 - 22 + a = 0$$

$$\therefore a = 14$$

8. 두 이차방정식 $x^2 - 3x + a = 0$, $x^2 - 5x - b = 0$ 의 공통인 근이 2일 때, $a - b$ 의 값은?

① 4

② -6

③ -8

④ 8

⑤ -4

해설

2는 두 이차방정식의 공통인 근이므로 각각의 이차방정식에 $x = 2$ 를 대입하면

$$2^2 - 3 \times 2 + a = 0$$

$$\therefore a = 2$$

$$2^2 - 5 \times 2 - b = 0$$

$$\therefore b = -6 \therefore a - b = 2 - (-6) = 8$$

9. 이차방정식 $(x-3)^2 = a$ 의 두 근의 합을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(x-3)^2 = a$$

$$x = 3 \pm \sqrt{a}$$

$$(3 + \sqrt{a}) + (3 - \sqrt{a}) = 6$$

10. 이차방정식 $x^2 - 4x + a = 0$ 의 해를 완전제곱식을 이용하여 풀었을 때, 유리수 해를 가지는 a 의 값을 모두 구하여라.(단, $a \geq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

해설

$x^2 - 4x = -a$ 이고 완전제곱식이 되도록 양변에 4 를 더하면
 $x^2 - 4x + 4 = -a + 4, (x - 2)^2 = -a + 4, x - 2 = \pm \sqrt{4 - a}, x = 2 \pm \sqrt{4 - a}$
유리수 해를 가져야 하므로 $4 - a$ 가 4, 1, 0 이어야 한다.
따라서 $4 - a = 0$ 일 때, $a = 4$ 이고, $4 - a = 1$ 일 때, $a = 3$ 이다.
또한, $4 - a = 4$ 일 때, $a = 0$ 이다.

11. 이차방정식 $x^2 - 16x + a = 0$ 의 해가 $x = 8 \pm \sqrt{59}$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x = 8 \pm \sqrt{64 - a}$$

$$\therefore a = 5$$

12. 다음 이차방정식 중에서 서로 다른 두 개의 근을 갖는 것은?

① $x^2 - 2x + 1 = 0$

② $x^2 - 6x + 9 = 0$

③ $x^2 + x + 2 = 0$

④ $x^2 - 4x + 5 = 0$

⑤ $x^2 - 3x + 1 = 0$

해설

① $D = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$: 중근

② $D = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$: 중근

③ $D = 1^2 - 4 \times 1 \times 2 < 0$: 근이 없다.

④ $D = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 5 = -4 < 0$: 근이 없다.

⑤ $D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 5 > 0$: 서로 다른 두 근

13. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 한 근일 때, 상수 k 의 값은?

① -12 ② -4 ③ 2 ④ 4 ⑤ 12

해설

근과 계수와의 관계에 의해
 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합은 2
 $x = 2$ 를 $x^2 - 4x + k = 0$ 에 대입하면
 $4 - 8 + k = 0$
 $\therefore k = 4$

14. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근이 $-1, 2$ 이고, $bx^2 + ax + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$

해설

두 근이 $-1, 2$ 이므로

$$(x+1)(x-2) = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$\therefore a = -1, b = -2$$

$-2x^2 - x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 $\alpha\beta = -\frac{1}{2}$ 이다.

15. $x^2 - \sqrt{7}x + 1 = 0$ 의 한 근을 α 라 할 때, $\alpha - \frac{1}{\alpha}$ 의 값은?

① ± 1

② 0

③ $\pm \sqrt{3}$

④ $\pm \sqrt{2}$

⑤ $\pm \sqrt{7}$

해설

α 가 주어진 방정식의 근이므로

$x = \alpha$ 를 대입하면 $\alpha^2 - \sqrt{7}\alpha + 1 = 0$

양변을 α 로 나누면 $\alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{7}$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 - 4$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 7 - 4 = 3$$

$$\therefore \alpha - \frac{1}{\alpha} = \pm \sqrt{3}$$

16. 두 방정식 $x^2 - 0.3x - 0.1 = 0$, $\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} = 0$ 에 대해 공통근은?

- ① $-\frac{1}{5}$ ② -3 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 2

해설

i) $x^2 - 0.3x - 0.1 = 0$

$$10x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$(5x + 1)(2x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{5} \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

ii) $\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} = 0$

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -3$$

따라서 공통근은 $x = \frac{1}{2}$ 이다.

17. 다음은 이차방정식 $x^2 - 6x + a = 0$ 에 대한 설명이다. 옳은 것은 몇 개인가?

- ㉠ $a = 0$ 이면 중근을 갖는다.

㉡ $a = 9$ 이면 근은 없다.

㉢ $a \leq 9$ 이면 적어도 하나의 근을 갖는다.

㉣ $a > 9$ 이면 근이 2개이다.

㉤ a 의 값에 관계없이 두 근을 갖는다.

① 5개 ② 4개 ③ 3개 ④ 2개 ⑤ 1개

해설

$D = 36 - 4a$ 이므로

㉠ $a = 0$ 이면 $D > 0$ 이므로 두 근을 갖는다. (거짓)

㉡ $a = 9$ 이면 $D = 0$ 이므로 중근을 갖는다.(거짓)

㉢ $a \leq 9$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 적어도 하나의 근을 갖는다.(참)

㉣ $a > 9$ 이면 $D < 0$ 이므로 근은 없다.(거짓)

㉤ $a > 9$ 일 때 두 근을 갖는다.(거짓)

18. 이차방정식 $x^2 - 6x - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은? (단, x^2 의 계수는 4이다.)

① $6x^2 + 4x - 1 = 0$

② $3x^2 + 6x + 1 = 0$

③ $2x^2 + 6x + 1 = 0$

④ $4x^2 + 6x + 1 = 0$

⑤ $4x^2 + 6x - 1 = 0$

해설

이차방정식 $x^2 - 6x - 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 일때, $\alpha + \beta = 6$,
 $\alpha\beta = -4$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} = 0$$

양변에 4를 곱하면 $4x^2 + 6x - 1 = 0$

19. 연속하는 세 양의 정수에서 가장 큰 수의 제곱은 작은 두 수의 곱의 2배보다 20이 작다고 한다. 연속하는 세 양의 정수 중 가장 큰 수는?

① 3 ② 5 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

연속하는 세 양의 정수를 각각 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면

$$(x+1)^2 = 2x(x-1) - 20$$

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$

$$(x-7)(x+3) = 0$$

x 는 양의 정수이므로 $x=7$ 이다.

따라서 구하는 가장 큰 수는 8이다.

20. 야구 경기에서 어떤 선수가 공을 쳤다고 할 때, 공을 친 지 x 초 후의 지면으로부터 공의 높이는 $(3 + 14x - 5x^2)$ m 라고 한다. 공을 친 지 몇 초 후에 지면에 떨어지게 되는지 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 정답 : 3 초

해설

지면에 떨어지므로, 높이는 0m 이다.

$3 + 14x - 5x^2 = 0$ 에서

$$5x^2 - 14x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(5x + 1) = 0$$

따라서 $x = 3(\text{초})$ 이다.

21. 방정식 $(2-x-y)^2-(x^2+y^2)=4$ 를 만족하는 자연수의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 x^2+y^2 의 값을 구하여라. (단 $x \neq y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$(2-x-y)^2-(x^2+y^2)=4,$
 $xy-2(x+y)=0, \quad (x-2)(y-2)=4$

$x-2$	1	2	4	-1	-2	-4
$y-2$	4	2	1	-4	-2	-1

이 중에서 x, y 가 자연수인 경우는 (단, $x \neq y$)

x	3	6
y	6	3

따라서 $x^2+y^2=3^2+6^2=45$ 이다.

22. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 은 중근을 갖는다.

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$ 이다.

$$\therefore k = 60$$

23. 이차방정식 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 의 두근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = -1,$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 6$$

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3 &= \alpha^2(\alpha + \beta) + \beta^2(\alpha + \beta) \\ &= (\alpha^2 + \beta^2)(\alpha + \beta) \\ &= 6 \times (-2) = -12\end{aligned}$$

24. x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 A , B 두 사람이 푸는데, A 는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3 또는 8 을 해로 얻었고, B 는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

① $x = -2$ 또는 $x = 5$

② $x = -3$ 또는 $x = -5$

③ $x = -4$ 또는 $x = 6$

④ $x = 4$ 또는 $x = -6$

⑤ $x = 3$ 또는 $x = -8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.

A 는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로

$$c = (-3) \times 8 = -24$$

B 는 상수항을 잘못 보았으므로

$$-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$$

따라서 처음 식은 $x^2 + 2x - 24 = 0$, $(x - 4)(x + 6) = 0$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -6$$

25. 한 원 위에 n 개의 점을 잡아 n 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 14 개 일 때, n 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 14 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - 3n - 28 = 0$$

$$(n+4)(n-7) = 0$$

$$n = 7 \text{ (} \because n > 0 \text{)}$$