

1. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시키면 점 $(-3, a)$ 을 지난다. 이때, a 의 값은?

① -11 ② -8 ③ -7 ④ 4 ⑤ 7

해설

$y = -x^2 - 2$
 $(-3, a)$ 를 지나므로
 $a = -9 - 2$
 $\therefore a = -11$

2. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -32 ② -16 ③ -8 ④ -4 ⑤ 4

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$$y = -2(x+3)^2 = -2x^2 - 12x - 18$$

$$\therefore a = -2, b = -12, c = -18$$

$$\therefore a + b + c = -32$$

3. 이차함수 $y = 2(x - 3)^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동시킨 그래프의 y 절편이 $2a$ 일 때, a 의 값을 구하면?

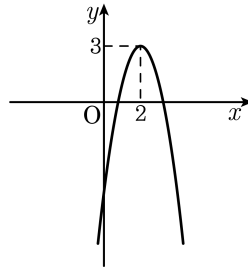
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} y &= 2(x - 3 + 3)^2 + 1 + a \\ &= 2x^2 + 1 + a \end{aligned}$$

따라서 y 절편이 $1 + a = 2a$ 이므로 $a = 1$ 이다.

4. 다음 포물선은 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. $p+q$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

꼭짓점의 좌표가 (2, 3) 이므로 포물선의 식은 $y = -2(x-2)^2 + 3$
따라서 $p = 2, q = 3$ 이므로 $p + q = 2 + 3 = 5$

5. $y = -3x^2 + 6x - 2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $y = -3x^2$ 의 그래프와 모양이 같다.
- ② 제2 사분면을 지나지 않는다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 1)$ 이다.
- ④ y 축과의 교점은 $(0, -2)$ 이다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x - 2 \\ &= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) - 2 \\ &= -3(x - 1)^2 + 1 \end{aligned}$$

③ 위로 볼록한 모양의 포물선이고 꼭짓점의 좌표가 $(1, 1)$ 이다.

6. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$

② $y = 2(x - 3)^2 + 4$

③ $y = 3x^2$

④ $y = -3x^2 + 3$

⑤ $y = -2x^2 - 3x - 1$

해설

위로 볼록하면 x^2 의 계수는 음수이고 폭이 좁으면 x^2 의 계수의 절댓값이 크다.

7. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 9)$ 를 지난다고 한다. 이때, a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 9)$ 를 지나므로 $9 = a \times (-3)^2$
 $\therefore a = 1$

8. 이차함수 $y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > -\frac{1}{2}$

해설

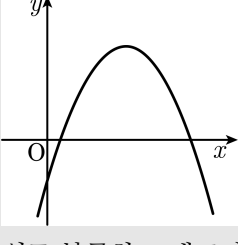
축의 방정식이 $x = -\frac{1}{2}$ 이고, 위로 볼록하므로

$x > -\frac{1}{2}$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값은 감소한다.

9. $y = ax^2 + bx + c$ 그래프가 제 1, 3, 4사분면을 지난다고 할 때, a, b, c 의 부호가 바르게 짝지어 진 것은?
- ① $a > 0, b > 0, c > 0$ ② $a > 0, b > 0, c < 0$
- ③ $a < 0, b < 0, c < 0$ ④ $a < 0, b < 0, c > 0$
- ⑤ $a < 0, b > 0, c < 0$

해설

제 2사분면을 지나지 않으려면 다음 그래프와 같다.



위로 볼록한 그래프이므로 $a < 0$
축의 방정식 $x = -\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b > 0$
 y 절편이 음수이므로 $c < 0$

10. 꼭짓점의 좌표가 $(-2, -4)$ 이고 점 $(0, 6)$ 을 지나는 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ (a, p, q 는 상수) 의 꼴로 나타내었을 때, apq 를 구하여라.

① 12

② 16

③ 20

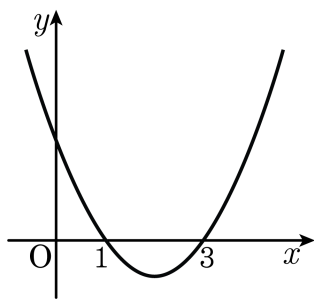
④ 24

⑤ 28

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, -4)$ 이므로
 $y = a(x + 2)^2 - 4$ 에 $(0, 6)$ 을 대입
 $6 = a(0 + 2)^2 - 4$
 $4a = 10, a = \frac{5}{2}$
 $\therefore y = \frac{5}{2}(x + 2)^2 - 4$
 $a = \frac{5}{2}, p = -2, q = -4$
따라서 $apq = 20$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 - ax + 3b$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(1, 0)$, $(3, 0)$ 에서 만날 때, $a + b$ 의 값은?



- ① -5 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 5

해설

x 절편이 1, 3 이므로
 $y = (x - 1)(x - 3)$
 $y = x^2 - 4x + 3$
 $\therefore a = 4, b = 1$

12. 이차함수 $y = -2(x + 3)(x - 1)$ 의 최댓값 또는 최솟값을 구하면?

- ① $x = -1$ 일 때, 최댓값은 8 ② $x = -1$ 일 때, 최솟값은 8
③ $x = 1$ 일 때, 최댓값은 -4 ④ $x = 1$ 일 때, 최솟값은 -4
⑤ $x = 1$ 일 때, 최댓값은 -2

해설

$$\begin{aligned} y &= -2(x + 3)(x - 1) \\ &= -2x^2 - 4x + 6 \\ &= -2(x + 1)^2 + 8 \end{aligned}$$

$x = -1$ 일 때 최댓값 8을 갖는다.

13. 이차함수 $y = x^2 + ax + 2$ 의 최솟값이 2 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 + ax + 2 \\&= \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + 2 \\-\frac{a^2}{4} + 2 &= 2 \\ \therefore a &= 0\end{aligned}$$

14. 어떤 축구 선수가 축구공을 찼을 때, t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -\frac{1}{2}t^2 + 3t$ 의 관계가 성립한다. 축구공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : $\frac{9}{2}$ m

해설

$h = -\frac{1}{2}t^2 + 3t$ 에서 $h = -\frac{1}{2}(t-3)^2 + \frac{9}{2}$ 이다.

따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 $\frac{9}{2}$ m 이다.

15. 이차함수 $y = 3x^2 + 2x + a$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 + 2)$ 를 지나고 x 축과 두 점에서 만나도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$$a^2 + 2 = 3a^2 + 2a + a, 2a^2 + 3a - 2 = 0,$$

$$(2a - 1)(a + 2) = 0$$

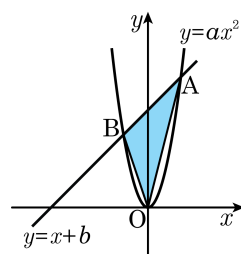
$$\therefore a = \frac{1}{2}, -2$$

x 축과 두 점에서 만나므로

$$D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot a > 0, a < \frac{1}{3}$$

$$\therefore a = -2$$

16. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프와 직선 $y = x + b$ 가 점 A (2, 8) 과 점 B 에서 만날 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{21}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 점 (2, 8) 을 대입, $8 = 4a$, $a = 2$ $\therefore y = 2x^2$
 $y = x + b$ 에 점 (2, 8) 을 대입, $8 = 2 + b$, $b = 6$ $\therefore y = x + 6$

$y = 2x^2$ 과 $y = x + 6$ 의 교점을 구하면

$$2x^2 = x + 6$$

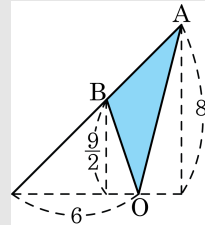
$$2x^2 - x - 6 = 0$$

$$(2x + 3)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore B \left(-\frac{3}{2}, \frac{9}{2} \right)$$

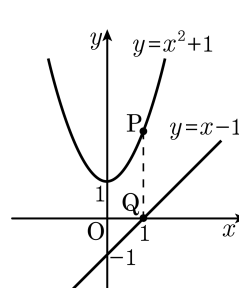
$y = x + 6$ 에서 $x = -6$ 일 때, $y = 0$ 이므로



$\triangle ABO$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 - \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{9}{2} = \frac{21}{2}$ 이다.

17. 포물선 $y = x^2 + 1$ 위의 한 점 P 에서 y 축에
평행인 직선을 그어 직선 $y = x - 1$ 과 만나는
점을 Q 라 할 때 $\overline{PQ}$ 의 최솟값을 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{6}{5}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$



해설

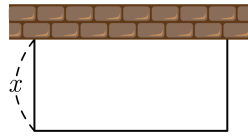
$\overline{PQ}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의
x 좌표는 같다. 이때, 점 P 의 좌표를
($t, t^2 + 1$) 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 ($t, t - 1$)

$$\begin{aligned}\overline{PQ} &= t^2 + 1 - (t - 1) \\ &= t^2 - t + 2 \\ &= \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}\end{aligned}$$

따라서 $t = \frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 $\frac{7}{4}$

18. 다음 그림과 같이 20m 인 철망으로 직사각형의 모양의 닭장을 만들려고 한다. 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?

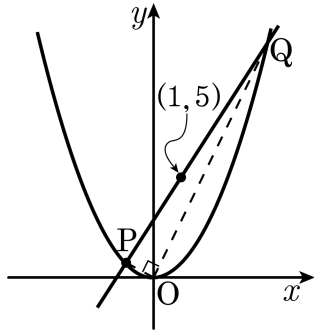
- ① 3 m ② 4 m ③ 5 m
④ 6 m ⑤ 7 m



해설

직사각형의 세로의 길이를 x , 가로 길이를 $20 - 2x$ 라고 하면,
 $y = x(20 - 2x)$
 $= -2x^2 + 20x$
 $= -2(x - 5)^2 + 50$
 $x = 5$ 일 때, 최댓값은 50 이다.

19. 다음 그림과 같이 점 $(1, 5)$ 를 지나는 직선이 포물선 $y = x^2$ 과 원점이 아닌 두 점 P, Q에서 만난다. $\angle POQ = 90^\circ$ 일 때, 직선 PQ의 방정식은?

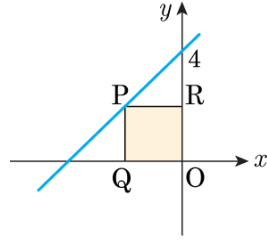


- ① $y = x + 4$ ② $y = 2x + 3$ ③ $y = 3x + 2$
 ④ $y = 4x + 1$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$

해설

직선 PQ의 기울기를 a 라 하면 점 $(1, 5)$ 를 지나므로 $y - 5 = a(x - 1)$
 $\therefore y = ax - a + 5$
 $y = x^2$, $y = ax - a + 5$ 의 교점의 x 좌표를 α, β 라 할 때,
 α, β 는 방정식 $x^2 = ax - a + 5$, 즉 $x^2 - ax + a - 5 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$ 의 근이다.
 점 $P(\alpha, \alpha^2)$, $Q(\beta, \beta^2)$ 이고, 직선 PO와 QO의 기울기는 각각
 $\frac{\alpha^2}{\alpha} = \alpha$, $\frac{\beta^2}{\beta} = \beta$ 이고,
 $\overline{PO} \perp \overline{QO}$ 이므로 $\alpha\beta = -1 \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에 의하여 $a - 5 = -1$ ($\therefore$ 근과 계수관계)
 $\therefore a = 4$
 따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = 4x + 1$

20. 다음 그림과 같이 직선이 $y = x + 4$ 위의 점 P 에서 x 축과 y 축에 내린 수선의 발이 각각 Q,R 이고 직사각형 PQOR 의 넓이를 S 라 한다. S 가 최대가 될 때 점 P 의 좌표는?



- ① (2,1) ② (2,4) ③ (-2,2)
④ (-2,-4) ⑤ (4,2)

해설

점 P 의 좌표는 $(a, a + 4)$ 이고 넓이는 S 이므로
 $S = a(a + 4) = (a^2 + 4a + 4) - 4 = (a + 2)^2 - 4$
 $\therefore P(-2, -2 + 4) = P(-2, 2)$