1. 직선 $y = 2x - 1$ 에 대하여 x 의 값이 -1 에서 2 까지 3 만큼 증가할 때, y 값의 증가량은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

직선 $y = 2x - 1$ 의 기울기는 2 이므로,

$$2 = \frac{(y\text{값의증가량})}{(x\text{값의증가량})} = \frac{(y\text{값의증가량})}{3}$$

$\therefore$ y 값의 증가량은 6 이다.

2. x절편이 3이고 y절편이 2인 직선의 방정식은?

① $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$　② $\frac{x}{-3}+\frac{y}{2}=1$　③ $\frac{x}{-3}+\frac{y}{3}=1$
④ $y=2x+1$　⑤ $y=3x+2$

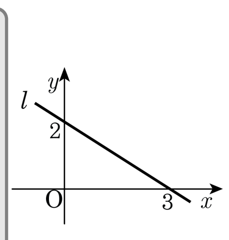
해설

기울기$=\ \frac{2}{3}$

$y=-\frac{2}{3}x+2$

$\frac{2}{3}x+y=2$

$\therefore\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$



3. 세 점 $(3, 1)$, $(-2+a, 4)$, $(7, a)$가 한 직선 위에 있도록 하는 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

세 점 $\mathrm{A}(3, 1)$, $\mathrm{B}(-2+a, 4)$, $\mathrm{C}(7, a)$가
동일 직선 위에 있으려면
(직선 AB의 기울기)= (직선 BC의 기울기) 이므로

$$\frac{4-1}{-2+a-3} = \frac{a-4}{7-(-2+a)}$$

$$\frac{3}{a-5} = \frac{a-4}{9-a}$$

$$27-3a = a^2-9a+20$$

$$a^2-6a-7 = (a+1)(a-7) = 0$$

$\therefore\ a=-1$ 또는 $a=7$

따라서 양수 a 의 값은 7

4. 두 직선 $ax - y + 3 = 0$, $4x + 2y + (1 - b) = 0$이 일치할 때, ab의 값은?

① -14 ② -7 ③ 1 ④ 7 ⑤ 14

해설

두 직선 $ax - y + 3 = 0$, $4x + 2y + (1 - b) = 0$이 일치하려면

$\frac{a}{4} = \frac{-1}{2} = \frac{3}{1-b}$

$\therefore a = -2, b = 7$

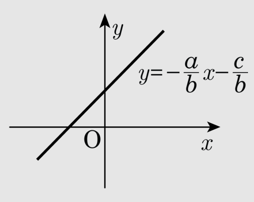
$\therefore ab = (-2) \cdot 7 = -14$

5. $ab < 0,\ ac > 0$일 때, 직선 $ax+by+c=0$이 지나지 <u>않는</u> 사분면은?

① 제 1, 2 사분면　② 제 1, 3 사분면　③ 제 2, 4 사분면
④ 제 2 사분면　⑤ 제 4 사분면

해설

$ab < 0,\ ac > 0$이므로 $b \neq 0$ 이다.
따라서, 주어진 직선의 방정식을 b로 나누어 정리하면



$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$

(기울기) $= -\frac{a}{b} > 0$

한편, $ab < 0,\ ac > 0$이므로

$ab \cdot ac = a^2bc < 0$

따라서 $bc < 0$

(y 절편) $= -\frac{c}{b} > 0$

따라서, 주어진 직선은 제 1, 2, 3 사분면을 지나고 제4 사분면은 지나지 않는다.

6. 세 직선 $x+2y=5$, $2x-3y=4$, $ax+y=0$이 삼각형을 이루지 못할 때, 상수 a의 값들의 곱은?

① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{3}{23}$ ③ $-\frac{1}{23}$ ④ $\frac{2}{23}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

주어진 세 직선이 일치하는 경우는 없으므로
삼각형을 이루지 못하는 것은 두 직선이
서로 평행해서 교점이 두 개만 생기거나
세 직선이 모두 한 점에서 만나는 경우이다.

(ⅰ) 두 직선이 평행한 경우 세 직선의 기울기는

각각 $-\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $-a$이므로

$a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$이면 두 직선이 평행하다.

(ⅱ) 세 직선이 한 점에서 만나는 경우

$x+2y=5$ 와 $2x-3y=4$의 교점은 $\left(\frac{23}{7}, \frac{6}{7}\right)$

이 점이 $ax+y=0$ 위에 있으려면 $a=-\frac{6}{23}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $a=\frac{1}{2}$, $-\frac{2}{3}$, $-\frac{6}{23}$

따라서 세 수의 곱은 $\frac{2}{23}$

7. 직선 $2x+4y+1=0$에 평행하고, 두 직선 $x-2y+10=0$, $x+3y-5=0$의 교점을 지나는 직선을 $y=ax+b$라 할 때 $2a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

직선 $2x+4y+1=0$의 기울기는

$y=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}$ 에서 $-\frac{1}{2}$

또, $x-2y+10=0$, $x+3y-5=0$을 연립하여 풀면

$x=-4$, $y=3$

$y-3=-\frac{1}{2}(x+4)$

$\therefore y=-\frac{1}{2}x+1$이므로

$a=-\frac{1}{2}$, $b=1$

$\therefore\ 2a+b=0$

8. 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

$(0,0)$, $(2,6)$, $(6,3)$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{1}{2}|2 \cdot 3 - 6 \cdot 6| = 15$

9. 양 끝점의 좌표가 $\mathrm{A}(3, 17)$, $\mathrm{B}(48, 281)$ 인 선분 AB 위의 점 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수는?

① 2 개　② 4 개　③ 15 개　④ 16 개　⑤ 46 개

해설

선분 AB 의 방정식은

$y = \frac{88}{15}(x-3) + 17$

$3 \leq x \leq 48$

이때, y가 정수이려면,

$x-3$ 이 15 의 배수이어야 한다.

따라서 $x = 3, 18, 33, 48$ 로 모두 4 개이다.

문제의 조건을 만족시키는 점의 좌표는

$(3, 17)$, $(18, 105)$, $(33, 193)$, $(48, 281)$ 로 모두 4 개

10. 두 점 A$(-3,\ 4)$, B$(1,\ 2)$ 를 잇는 선분 AB 의 수직 이등분선의 방정식은?

① $2x-y+5=0$ ② $2x+y-2=0$ ③ $2x+y-1=0$
④ $x-2y+3=0$ ⑤ $x-2y+7=0$

해설

선분 $\overline{AB}$ 의 기울기 $=\dfrac{4-2}{-3-1}=-\dfrac{1}{2}$

선분 $\overline{AB}$ 의 중점 : $\left(\dfrac{-3+1}{2},\ \dfrac{4+2}{2}\right)=(-1,\ 3)$

선분 $\overline{AB}$ 에 수직인 기울기 m 은

$m\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-1 \quad \therefore\ m=2$

$\therefore\ y=2\cdot(x+1)+3\ \rightarrow\ 2x-y+5=0$

11. 다음 두 직선 사이의 거리가 $\sqrt{10}$일 때, 양수 k의 값을 구하시오.

$3x-y-6=0$, $3x-y+k=0$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k=4$

해설

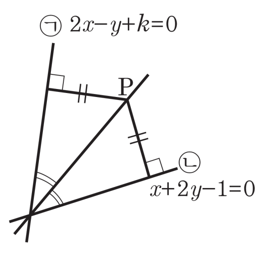
직선 $3x-y-6=0$ 위의 한 점 $(2,0)$ 에서 직선 $3x-y+k=0$ 까지의 거리가 $\sqrt{10}$이므로

$\dfrac{|3\times 2-0+k|}{\sqrt{3^2+1^2}}=\dfrac{|6+k|}{\sqrt{10}}=\sqrt{10}$

$|6+k|=10$

따라서 $k=4$ ($\because$ k 는 양수)

12. 두 직선 $2x - y + k = 0$, $x + 2y - 1 = 0$ 이 이루는 각의 이등분선이 점 $\mathrm{P}(3,\ 1)$을 지날 때, 상수 k의 값의 합을 구하면?



① -2　　② 4　　③ -6

④ 8　　⑤ -10

해설

$2x - y + k = 0 \ \cdots$ ㉠

$x + 2y - 1 = 0 \ \cdots$ ㉡

(점 P와 ㉠사이의 거리)= (점 P와 ㉡사이의 거리) 이므로

$\dfrac{|6-1+k|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}} = \dfrac{|3+2-1|}{\sqrt{1^2+2^2}} \Rightarrow |5+k| = 4$

$\Rightarrow 5 + k = \pm 4 \Rightarrow k = -9$ 또는 $k = -1$

$\therefore k$ 의 합 : -10

13. 두 직선 $2x-y-1=0$, $x+2y-1=0$ 이 이루는 각을이등분하는 직선이 점 $(a,-1)$ 를 지날 때, a 의 값의 합은?

① -8　② -6　③ -4　④ -2　⑤ 0

해설

두 직선이 이루는 각의 이등분선 위의 점을 $\mathrm{P}(a,\ -1)$ 라 하면
점 P 에서 두 직선 $2x-y-1=0$, $x+2y-1=0$ 까지의 거리가 같으므로

$$d=\frac{|2a+1-1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{|a-2-1|}{\sqrt{1^2+2^2}}$$

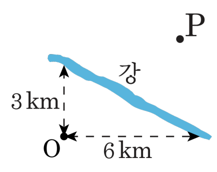
$|2a|=|a-3|$

$\therefore\ 2a=a-3$ 또는 $2a=-(a-3)$ 이므로

$a=-3$ 또는 $a=1$

따라서 a 의 값의 합은 $-3+1=-2$

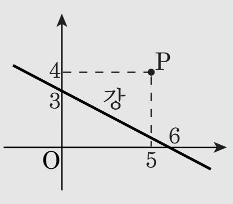
14. 다음 그림과 같이 직선으로 흐르는 강이 마을 O 로부터 동쪽으로 6 km , 북쪽으로 3 km 떨어져 있다. 또 마을 O 로부터 동쪽으로 5 km , 북쪽으로 4 km 의 위치에 마을 P 가 있다. 이 때, 마을 P 에서 강까지의 최단 거리를 구하시오.(단위는 km)



① $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{7\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

해설

마을 O 를 원점 O 로 하여 다음 그림과 같이 좌표축을 잡는다.



강을 나타내는 직선의 방정식을 구하면,

$y = -\frac{1}{2}x + 3$ 즉, $x + 2y - 6 = 0$

이때, 마을 P 의 좌표는 (5, 4) 이다.

따라서, 점 (5, 4) 에서 직선 $x+2y-6=0$ 까지의 거리를 구하면

$\frac{|5+8-6|}{\sqrt{1+4}} = \frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{5}(km)$

15. 점 $\left(1,\ -\sqrt{3}\right)$ 을 지나고 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 $60°$ 인 직선의 방정식은?

① $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$
② $y=\sqrt{3}x+\sqrt{3}$
③ $y=x-\sqrt{3}$
④ $y=\sqrt{3}x-2\sqrt{3}$
⑤ $y=\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$

해설

기울기가 $\tan 60°=\sqrt{3}$ 이고,
점 $\left(1,\ -\sqrt{3}\right)$ 을 지나므로
$y-(-\sqrt{3})=\sqrt{3}(x-1)$
$\therefore y=\sqrt{3}x-2\sqrt{3}$