

1. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 $(3, a)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -6$

해설

y 축으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -\frac{1}{3}x^2 - 3 \text{ 이고}$$

이것이 $(3, a)$ 를 지나므로

$$\therefore a = -\frac{1}{3}(3)^2 - 3 = -6$$

2. 평행이동에 의하여 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$ 의 그래프와 완전히 포개어지지 않는 것은?

① $y = \frac{1}{2}(x-1)^2$

③ $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$

⑤ $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$

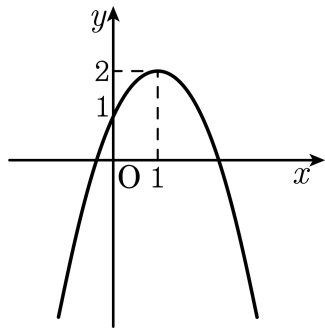
② $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

④ $y = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 1$

해설

이차항의 계수가 같은 것을 찾는다.

3. 다음 그래프는 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다. 평행이동한 그래프의 식을 구하면?



- ① $y = -x^2 + 1$ ② $y = -x^2 + 2$
③ $y = -(x-1)^2$ ④ $y = -(x-1)^2 + 2$
⑤ $y = -(x+1)^2 + 2$

해설

$y = -x^2$ 을 x 축으로 1 만큼 y 축 방향으로 2 만큼 평행이동했으므로
 $y = -(x-1)^2 + 2$ 이다.

4. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(-1, 4)$ 이고, y 절편이 6 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 4)$ 이므로

$y = a(x+1)^2 + 4$ 이고, y 절편이 6 이므로 $6 = a(0+1)^2 + 4$, $a = 2$ 이다.

$$y = 2(x+1)^2 + 4 = 2x^2 + 4x + 6$$

$$a = 2, b = 4, c = 6$$

$$\therefore a + b + c = 12$$

5. 이차함수 $y = -(x-1)(x+3)$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}y &= -(x-1)(x+3) \\&= -x^2 - 2x + 3 \\&= -(x+1)^2 + 4 \\x &= -1 \text{ 일 때, 최댓값 } 4 \text{ 를 가진다.}\end{aligned}$$

6. $x = -2$ 일 때, 최댓값 3을 가지고, 점 $(0, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -\frac{3}{2}(x-2)^2 + 3$

③ $y = -\frac{2}{3}(x-2)^2 + 3$

⑤ $y = -2x^2 + 3$

② $y = -\frac{3}{2}(x+2)^2 + 3$

④ $y = -\frac{2}{3}(x+2)^2 + 3$

해설

$x = -2$ 일 때, 최댓값 3을 가진다는 것은 그래프가 위로 볼록하고, $y = a(x+2)^2 + 3$ 의 형태임을 의미한다.

이 중 $(0, -3)$ 을 지나면,

$$-3 = 4a + 3$$

$$4a = -6$$

$$a = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{3}{2}(x+2)^2 + 3$$

7. 함수 $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$ 에서 $f(a) = 0$ 일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$f(a) = 0$ 이므로

$$3a^2 - 2a - 1 = 0, \quad (3a + 1)(a - 1) = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{3} \text{ 또는 } a = 1$$

한편, $a > 0$ 이므로 $a = 1$ 이다.

8. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프가 제 3사분면 위의 점 $(a, 3a)$ 를 지날 때, $2a$ 의 값은?

① -3 ② 3 ③ -4 ④ 4 ⑤ -2

해설

$$3a = -2a^2, 2a \left(a + \frac{3}{2} \right) = 0$$

$$\therefore a = 0 \text{ 또는 } a = -\frac{3}{2}$$

따라서 점 $(a, 3a)$ 가 제 3 사분면 위의 점이므로 $2a = 2 \times \left(-\frac{3}{2} \right) = -3$ 이다.

9. $y = -x^2$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 다음 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 방정식은?

① $y = -x^2 + 4x - 4$

② $y = x^2 - 4x + 4$

③ $y = -x^2 - 4x - 4$

④ $y = -x^2 - 4x + 4$

⑤ $y = x^2 + 4x - 4$

해설

x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 $y = -(x-2)^2$

y 축에 대하여 대칭이동시키면 $y = -(-x-2)^2$
 $= -(x^2 + 4x + 4)$
 $= -x^2 - 4x - 4$

10. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 와 $y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치할 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 12x + 1 \\&= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\&= 3(x - 2)^2 - 11\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, -11)$ 이고,

$y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치하므로

$$\begin{aligned}y &= 2(x - 2)^2 - 11 \\&= 2x^2 - 8x - 3\end{aligned}$$

이므로 $p = -8$, $q = -3$ 이다.

$$\therefore p - q = -5$$

11. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 있는 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $y = -2x^2 + 2$
- ㉡ $y = 2x^2 - 3$
- ㉢ $y = -2(x + 1)^2$
- ㉤ $y = x^2 + 3x + 3 - 3(x - 1)(x + 1)$
- ㉥ $y = \frac{6x^2 - 2}{3}$

- ① ㉠,㉡,㉢

② ㉠,㉡,㉢

③ ㉠,㉢,㉤

④ ㉠,㉢,㉥

⑤ ㉠,㉤,㉥

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행 이동하여 두 이차 함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.
따라서 $a = -2$ 인 것은 ㉠,㉢,㉤이다.

12. $y = -x^2 + 2x + 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 범위는?

㉠ $x > 1$

㉡ $x < 1$

㉢ $x > 0$

㉣ $x > -1$

㉤ $x < -1$

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 3 \\ &= -(x-1)^2 + 4 \end{aligned}$$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = 1$ 이므로 따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 범위는 $\{x \mid x > 1\}$ 이다.

13. 이차함수 $y = 2x^2 + 8x + k - 1$ 의 최솟값이 10 일 때, 그 때의 x 값과 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -2$

▷ 정답 : $k = 19$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + 8x + k - 1 \\ &= 2(x + 2)^2 - 8 + k - 1 \\ &= 2(x + 2)^2 + k - 9 \end{aligned}$$

$x = -2$ 일 때, 최솟값 $k - 9$ 를 가지므로 $k - 9 = 10$

$$\therefore k = 19$$

14. 둘레의 길이가 24 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이를 y 라고 할 때, 부채꼴의 넓이의 최댓값을 구하면?

① 18 ② 20 ③ 30 ④ 32 ⑤ 36

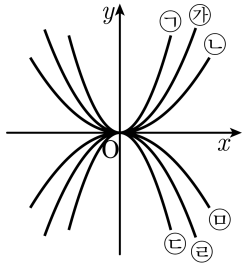
해설

반지름의 길이를 x 라 하면 호의 길이는 $24 - 2x$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (24 - 2x) \\ &= x(12 - x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36 - 36) \\ &= -(x - 6)^2 + 36 \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
따라서 꼭짓점이 $(6, 36)$ 이므로 반지름의 길이 $x = 6$ 일 때,
부채꼴의 넓이 y 가 최댓값 36 을 가진다.

15. 다음 그림은 모두 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이며, x 축을 기준으로 위, 아래에 놓여있는 그래프는 서로 대칭이다. 그 중 ㉓는 $y = x^2$ 의 그래프이다. $-1 < a < 0$ 일 때, $y = ax^2$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것을 찾아 기호로 써라.



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉕

해설

$-1 < a < 0$ 이므로 위로 볼록, $|a| < 1$ 이므로 폭은 ㉓ $y = x^2$ 보다 넓은 포물선이다.
따라서 ㉕이다.

16. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 4m - 1$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $-2x + y + 6 = 0$ 의 위에 있을 때, 상수 m 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$y = -x^2 + 6x + 4m - 1$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면
 $y = -(x - 3)^2 + 8 + 4m$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, 4m + 8)$ 이다.
꼭짓점이 직선 $-2x + y + 6 = 0$ 을 지나므로 $-6 + 4m + 8 + 6 = 0$,
 $4m = -8$, $m = -2$ 이다.

17. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 (x < 0) \\ 3x^2 (x \geq 0) \end{cases}$ 의 그래프 위의 점 P 와 점 A(2,0) 에

대하여 삼각형 POA 의 넓이가 24 일 때, 점 P 의 x 좌표들의 곱을 구하면?

- ① $-6\sqrt{3}$
- ② $-7\sqrt{3}$
- ③ $-8\sqrt{3}$
- ④ $-9\sqrt{3}$
- ⑤ $-10\sqrt{3}$

해설

점 $P(a,b)$ 라고 하면 $b > 0$ 이므로 $(\triangle POA \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2 \times b = 24$ 이다.
따라서 $b = 24$ 이다.
 $P(a,24)$ 인 a 의 값을 구하면
(i) $a < 0$ 일 때
 $y = x^2$ 에 $(a,24)$ 를 대입하면
 $24 = a^2, a = -2\sqrt{6}$
(ii) $a \geq 0$ 일 때
 $y = 3x^2$ 에 $(a,24)$ 를 대입하면
 $24 = 3a^2, a = 2\sqrt{2}$
(i), (ii) 에서 $P(-2\sqrt{6},24)$ 또는 $P(2\sqrt{2},24)$ 이다.
따라서 점 P 의 x 좌표들의 곱은
 $-2\sqrt{6} \times 2\sqrt{2} = -8\sqrt{3}$ 이다.

18. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

- ① $-\frac{7}{8}$ ② -1 ③ $\frac{1}{8}$ ④ 1 ⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$$

$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8}$ 이므로 m 의 최댓값은 $-\frac{7}{8}$ 이다.

19. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - q$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 정수가 되게 하는 30 보다 작은 자연수 q 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 18

해설

$y = \frac{1}{2}x^2 - q$ 와 x 축과의 교점을 A, B라 하고, x 좌표를 구하면

$\frac{1}{2}x^2 - q = 0$ 에서

$x = \pm \sqrt{2q}$

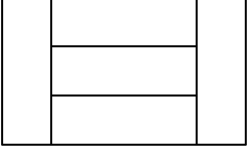
따라서 x 축과의 교점은 $A(-\sqrt{2q}, 0)$, $B(\sqrt{2q}, 0)$

즉, $AB = 2\sqrt{2q}$ 이고 q 는 자연수이므로 $\sqrt{2q}$ 가 정수가 되면

된다.

$\therefore q = 2, 8, 18$

20. 다음 그림에서 직사각형의 변을 제외한 직사각형 내부의 선분의 길이의 총합이 48 이고, 내부의 5 개의 직사각형의 넓이는 모두 같다. 큰 직사각형의 넓이가 최대일 때의 큰 직사각형의 가로의 길이를 y , 세로의 길이를 x 라 할 때, xy 의 값을 구하여라.

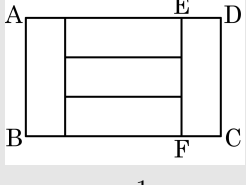


▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

그림에서



$\square CDEF = \frac{1}{5}\square ABCD$ 이므로

$$\overline{DE} = \frac{1}{5}y$$

직사각형 내부 선분의 길이의 합이 48 이므로

$$2x + \frac{6}{5}y = 48,$$

$$\therefore y = -\frac{5}{3}x + 40$$

직사각형 ABCD 의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= xy = x \left(-\frac{5}{3}x + 40 \right) \\ &= -\frac{5}{3}(x - 12)^2 + 240 \end{aligned}$$

$\therefore x = 12$ 일 때, 큰 직사각형의 넓이가 최대가 되므로 $y =$

$$\left(-\frac{5}{3} \right) \times 12 + 40 = 20$$

따라서 $xy = 240$ 이다.