**1.** 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x - 1 = 0$ 의 해를 구하면?

① $x = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{4}$ ② $x = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{4}$ ③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{2}$
④ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{2}$ ⑤ $x = -3 \pm \sqrt{57}$

해설

양변에 6을 곱한 후 근의 공식을 이용한다.

$2x^2 - 3x - 6 = 0$

$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot (-6)}}{4}$

$= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 48}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{4}$

**2.** 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2+2x-5=0$ ② $x^2-8x=10$

③ $6x^2=4x+9$ ④ $(x+2)^2=0$

⑤ $(x+1)^2=10$

해설

(완전제곱식) $=0$ 꼴의 이차방정식의 근의 개수는 하나이다.
따라서 ④이다.
나머지 모두 해의 갯수는 2 개이다.

**3.** 두 자리 자연수인 상수 $m$, $n$ 에 대하여 이차방정식 $x^2 + mx + 9n = 0$ 이 중근을 가질 때, $m$ 의 값을 최대로 하는 $n$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 81

해설

$D = m^2 - 4 \times 9n = 0$
$m^2 = 36n$
$\therefore\ m = 6\sqrt{n}$ ($\because$ $m$, $n$ 은 자연수이다.)
따라서 $m$ 이 최대가 되는 두 자리의 자연수 $n = 81$ 이다.
$\therefore\ m = 54$ 의 최댓값을 가질 때, $n = 81$ 이다.

**4.** 이차방정식 $3x^2 + px + q = 0$ 의 두 근이 $x = -\frac{2}{3}$ 또는 $x = 3$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하면?

① $-13$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $13$

해설

근과 계수와의 관계에서

두 근의 합 $-\frac{p}{3} = \frac{7}{3}$ , $p = -7$

두 근의 곱 $\frac{q}{3} = -2$ , $q = -6$

$\therefore p + q = -13$

**5.** 이차방정식 $x^2 - ax - a + 2 = 0$ 의 두 개의 서로 다른 실수의 근을 $p$, $q$ 라고 할 때 $p^2 + q^2 = 11$ 을 만족하는 상수 $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

근과 계수와의 관계에 의해
$p + q = a,\ pq = -a + 2$
$p^2 + q^2 = 11$
$(p + q)^2 - 2pq = 11$
$a^2 - 2(-a + 2) = 11$
$a^2 + 2a - 15 = 0$
$(a + 5)(a - 3) = 0$
$\therefore a = -5,\ 3$
한편, $x^2 - ax - a + 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실수의 근을 가지므로
$D = (-a)^2 - 4(-a + 2) > 0$ 이다.
$a^2 + 4a - 8 > 0$ 이어야 하는데 $-5$ 는 위 부등식을 만족시키지 않는다.
$\therefore a = 3$

**6.** 이차방정식 $x^2-3x+1=0$ 의 두 근을 $m,\ n$ 이라고 할 때, $m^2-n^2$ 의 값을 구하여라. (단, $m>n$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{5}$

해설

$m+n=3,\ mn=1$

$m-n=\sqrt{(m+n)^2-4mn}=\sqrt{9-4}=\sqrt{5}$

$m^2-n^2=(m+n)(m-n)=3\sqrt{5}$

**7.** 이차방정식 $ax^2+bx+5=0$ 의 한 근이 $\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, 유리수 $a$ , $b$ 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

한 근이 $\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}=\sqrt{5}+2$ 이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5}+2$

근과 계수와의 관계에서

$-\dfrac{b}{a}=(\sqrt{5}+2)+(-\sqrt{5}+2)=4$ , $\dfrac{5}{a}=(\sqrt{5}+2)(-\sqrt{5}+2)=-1$

$\therefore a=-5$

$\therefore b=-4a=(-4)\times(-5)=20$

$\therefore a+b=-5+20=15$

**8.** 이차방정식 $2x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근을 $-2$, $3$ 이라고 할 때, $ax^2 - 5x + b = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-6$

해설

$-2 + 3 = \frac{a}{2}$ $\quad \therefore a = 2$

$(-2) \times 3 = \frac{b}{2}$ $\quad \therefore b = -12$

$ax^2 - 5x + b = 0$ 에 $a = 2$, $b = -12$ 를 대입하면

$2x^2 - 5x - 12 = 0$

따라서 두 근의 곱은 $\frac{-12}{2} = -6$ 이다.

**9.** 이차방정식 $x^2 - 6x - 4 = 0$ 의 두 근을 $\alpha$, $\beta$ 라 할 때, $\frac{1}{\alpha}$, $\frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은? (단, $x^2$ 의 계수는 4이다.)

① $6x^2 + 4x - 1 = 0$ ② $3x^2 + 6x + 1 = 0$

③ $2x^2 + 6x + 1 = 0$ ④ $4x^2 + 6x + 1 = 0$

⑤ $4x^2 + 6x - 1 = 0$

해설

이차방정식 $x^2 - 6x - 4 = 0$의 두 근이 $\alpha$, $\beta$ 일때, $\alpha + \beta = 6$, $\alpha\beta = -4$

$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$

$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$

$\therefore x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} = 0$

양변에 4를 곱하면 $4x^2 + 6x - 1 = 0$

**10.** $n$ 명의 학생 중에 2 명의 주번을 뽑는 경우는 $\frac{n(n-1)}{2}$ 이다. 어느 반 학생 중 주번 2 명을 뽑는 경우의 수가 36 가지일 때, 이 반의 학생 수는?

① 5 명 ② 7 명 ③ 9 명 ④ 11 명 ⑤ 13 명

해설

$\frac{n(n-1)}{2} = 36$ 이므로

$n^2 - n - 72 = 0$

$(n-9)(n+8) = 0$

$n > 0$ 이므로 $n = 9$ ( 명) 이다.

**11.** 연속하는 세 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱이 다른 두 수의 제곱의 합과 같을 때, 이 세 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1,\ x,\ x+1$ 이라 하면
$(x+1)^2 = (x-1)^2 + x^2$ 에서
$x^2 - 4x = 0$
$x(x-4) = 0$
$x$ 는 자연수이므로, $x = 4$
$\therefore\ 3+4+5 = 12$

**12.** 형의 나이는 동생의 나이보다 4 살 많고, 동생의 나이의 제곱은 형의 나이의 5 배 보다 4 살이 많을 때, 동생의 나이는?

① 7살 ② 8살 ③ 9살 ④ 10살 ⑤ 11살

해설

형의 나이를 $x+4$, 동생의 나이를 $x$ 살이라 하면
$5(x+4)+4=x^2$
$x^2-5x-24=0$
$(x-8)(x+3)=0$
$\therefore\ x=8\ (\because\ x>0)$
따라서 동생의 나이는 8 살이다.

**13.** 둘레의 길이가 32cm 이고, 넓이가 $56\text{cm}^2$ 인 직사각형의 가로의 길이를 $x$ 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $x(32-x)=56$ ② $x(16-x)=28$

③ $x(32-x)=28$ ④ $x(16-x)=56$

⑤ $x(32-x)=112$

해설

가로의 길이를 $x$cm 라 하면, 세로의 길이는 $(16-x)$cm 이다.

$\therefore x(16-x)=56$

**14.** 반지름이 $r$인 원이 있다. 이 원의 반지름을 2만큼 줄였더니 넓이가 $9\pi$가 되었다. 처음 원의 넓이는?

① $15\pi$ ② $20\pi$ ③ $25\pi$ ④ $30\pi$ ⑤ $35\pi$

해설

$\pi(r-2)^2 = 9\pi$
$r^2 - 4r - 5 = 0$
$(r+1)(r-5) = 0$
$r = 5$ ($\because r > 0$)
(처음 원의 넓이)$= \pi r^2 = 25\pi$

**15.** 동서 방향으로 길이가 500 m , 남북방향으로 길이가 200 m 인 직사각형 모양의 땅에 동서 방향으로 $x$ 개, 남북방향으로 $2x$ 개의 길을 내려고 한다. 도로의 넓이가 전체 땅의 넓이의 8.8 % 가 되도록 할 때, $x$ 의 값으로 알맞은 것은? (단 도로의 폭은 1 m 로 일정하다.)

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

동서방향으로 난 도로의 넓이는 $500 \times x = 500x(\mathrm{m}^2)$ ,
남북방향으로 난 도로의 넓이는 $200 \times 2x = 400x(\mathrm{m}^2)$ 이고,
동서 방향과 남북 방향으로 난 도로가 겹치는 부분의 넓이는 $x \times 2x = 2x^2$ 이므로

도로의 넓이는 $500x+400x-2x^2 = 500\times200\times\frac{8.8}{100}, 900x-2x^2 = 8800$ ,

$x^2 - 450x + 4400 = 0,\ (x-440)(x-10)=0$

$\therefore\ x = 10\ (\because 0 < x < 200)$